



## **Instituto Politécnico Nacional**

Centro Interdisciplinario de Investigación para el  
Desarrollo Integral Regional Unidad Oaxaca.

### **Modelo matemático para la transferencia de humedad de la fase capilar a la higroscópica en madera de Pino.**

Tesis que para obtener el grado de  
**MAESTRO EN CIENCIAS**

Presenta:

**Ángel Pérez Santiago**

Director de tesis:

**Dr. Sadoth Sandoval Torres**

Santa cruz Xoxocotlán, Oaxaca

Diciembre 2016



# INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

## ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez siendo las 13:00 horas del día 12 del mes de diciembre del 2016 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca** (CIIDIR-OAXACA) para examinar la tesis de grado titulada: **Modelo matemático para la transferencia de humedad de la fase capilar a la higroscópica en madera de Pino**

Presentado por el alumno:

**Pérez**

Apellido paterno

**Santiago**

materno

**Ángel**

nombre(s)

Con registro:

B	1	4	0	8	6	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA  
Directora de tesis

Dr. Sadoth Sandoval Torres

~~Dr. Pedro Montes García~~

Dr. Juan Rodríguez Ramírez

Dr. Carlos Martínez Álvarez

Dra. Lilia Leticia Méndez Lagunas

EI PRESIDENTE DEL COLEGIO

Dr. Salvador Isidro Belmonte Jiménez

CENTRO INTERDISCIPLINARIO  
DE INVESTIGACION PARA EL  
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL  
C.I.I.D.I.R.  
UNIDAD OAXACA  
I.P.N.



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

**CARTA CESION DE DERECHOS**

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez el día 12 del mes de diciembre el año 2016, el (la) que suscribe **Pérez Santiago Ángel**, alumno (a) del Programa de **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES** con número de registro B140865, adscrito al Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Sadoth Sandoval Torres. y cede los derechos del trabajo titulado: **“Modelo matemático para la transferencia de humedad de la fase capilar a la higroscópica en madera de Pino”**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Calle Hornos 1003, Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca**, e-mail: [posgradoox@ipn.mx](mailto:posgradoox@ipn.mx) ó [psantiago.angel@gmail.com](mailto:psantiago.angel@gmail.com) Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

**Pérez Santiago Ángel**



CENTRO INTERDISCIPLINARIO  
DE INVESTIGACION PARA EL  
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL  
C.I.I.D.I.R.  
UNIDAD OAXACA  
I.P.N.

## Resumen

Se desarrolló un modelo matemático unidimensional (1D) multifase, para estudiar la transferencia de masa y energía en madera de Pino (*Pinus pseudostrobus*) durante un proceso de secado por convección forzada utilizando aire caliente. El modelo tiene su fundamento en la mecánica de lo continuo y considera el balance de masa y energía en el *elemento de volumen representativo (EVR)*. Se consideran teóricamente las fases; líquida, sólida y gaseosa. Matemáticamente se estudió la transición de la fase no higroscópica a la higroscópica, dividiendo la primera en dos subfases: la funicular y la pendular delimitadas por un punto de saturación irreductible. Se simularon los perfiles de contenido de humedad en dirección tangencial y se compararon con los obtenidos por Resonancia Magnética Nuclear (RMN). Para la validación del modelo se realizaron pruebas de secado en muestras con una geometría rectangular (0.15m x 0.10m x 0.025m), bajo condiciones de secado controladas. Las condiciones aplicadas fueron: temperatura de 60°, humedad relativa de 25%, y velocidad de aire de 2.5 m/s. El modelo simula las cinéticas de secado, la evolución de la temperatura y los perfiles de contenido de humedad en el espesor. La predicción es correcta (RMSE= 0.012), respecto a la cinética de secado experimental comparada con las simuladas. El modelo simula un proceso de secado de 20 horas, para reducir el contenido de humedad de las muestras de 0.9 a 0.01 base seca; sin embargo, para el historial de temperatura en el centro del material se observó una desviación importante. La desviación puede ser explicada por una variación en la función de la conductividad térmica del material, la cual es solamente función del contenido de humedad. El modelo predice correctamente los perfiles de contenido de humedad en el espesor, ya que toma en cuenta el efecto de la función de permeabilidad relativa al líquido ( $k_r$ ) y su exponente ( $n$ ) en la división de la fase capilar. Se concluye que con valores de la función de permeabilidad relativa al líquido de  $n=2$  en la fase funicular y  $n=1.8$  en la fase pendular, y con un contenido de humedad irreductible ( $W_{irr}$ ) igual a 0.4, existe una tendencia de mayor ajuste de los perfiles de contenido de humedad y la cinética de secado.

## Abstract

A one-dimensional (1D) multiphase mathematical model was developed to study the mass and energy transfer in Pine wood (*Pinus pseudostrobus*) during a forced convection drying process using hot air. The model is based on the mechanics of the continuous and considers the balance of mass and energy in the representative volume element (EVR). The phases are theoretically considered; Liquid, solid and gaseous. Mathematically, the transition from the nonhygroscopic to the hygroscopic phase was studied, dividing the first into two sub phases: the funicular and the pendular delimited by an irreducible saturation point. The moisture content profiles were simulated in the tangential direction and compared with those obtained by Nuclear Magnetic Resonance (NMR). For the validation of the model, drying tests were performed on samples with a rectangular geometry (0.15m x 0.10m x 0.025m), under controlled drying conditions. The conditions applied were: temperature of 60 °, relative humidity of 25%, and air velocity of 2.5 m / s. The model simulates drying kinetics, temperature evolution and moisture content profiles in the thickness. The prediction is correct (RMSE = 0.012), with respect to the kinetics of experimental drying compared to the simulated ones. The model simulates a drying process of 20 hours, to reduce the moisture content of samples from 0.9 to 0.07 dry basis; However, a significant deviation was observed for the temperature history at the center of the material. The deviation can be explained by a variation in the function of the thermal conductivity of the material, which is only a function of the moisture content. The model correctly predicts the moisture content profiles in the thickness, since it takes into account the effect of the relative permeability function on the liquid ( $k_{rl}$ ) and its exponent ( $n$ ) on the division of the capillary phase. It is concluded that with values of the permeability function relative to the liquid of  $n = 2$  in the funicular phase and  $n = 1.8$  in the pendular phase, and with an irreducible moisture content ( $W_{irr}$ ) equal to 0.4, Moisture content profiles and drying kinetics.

## Agradecimientos

Al Dr. Sadoth Sandoval Torres por compartir sus conocimientos en el tema de investigación que me proporcionó, por la paciencia y por el apoyo recibido durante la elaboración de este trabajo.

Al **Centro de Investigaciones y Estudios Superiores en Antropología Social** por la beca **Probepi** (Programa de becas de posgrado para indígenas).

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología** por la beca proporcionada para la realización de este trabajo.

Al **Instituto Politécnico Nacional** por la beca **PIFI** (Programa Institucional de Formación de Investigadores) otorgada de enero a diciembre de 2016.

Al jurado de examen y mis compañeros de generación.

# INDICE

Nomenclatura .....	ix
Índice de figuras .....	xi
Índice de tablas.....	xii

## Capítulo 1

Introducción .....	xiv
1.1 Planteamiento del problema. ....	3
1.2 Justificación.....	5
1.3 Antecedentes.....	5
1.4 Objetivos. ....	10
1.4.1 Objetivo general .....	10
1.4.2 Objetivo específico.....	10
1.5 Hipótesis.....	11

## Capítulo 2

Marco teórico.....	2
2.1 Estructura de la Madera.....	13
2.1.1 Estructura Macroscópica. ....	15
2.1.2 Estructura Microscópica. ....	16
2.2 Modelado matemático en secado de madera. ....	16
2.2.1 Fundamentos de transferencia de masa.....	16
2.2.2 Mecanismos de secado .....	17
2.2.3 Clasificación de modelos matemáticos de secado de madera. ....	18
2.2.4 Fase capilar .....	22
2.3 Relación agua-madera .....	24
2.3.1 Medición del contenido de humedad de la madera.....	24
2.3.2 Punto de saturación de la fibra. ....	25
2.3.3 Permeabilidad.....	25
2.4 Resonancia Magnética Nuclear .....	27
2.4.1 Spin nuclear .....	28
2.4.2 Magnetización de una población de espines.....	29
2.5 Ecuaciones de estado y términos constitutivos.....	30

2.5.1	Porosidad .....	30
2.5.2	Saturación .....	30
2.5.3	Presión del gas.....	31
2.5.4	Humedad relativa. ....	32
Capítulo 3		
	Materiales y método.....	2
3	Materiales .....	2
3.1	Recolección de las muestras. ....	34
3.1.1	Determinación del contenido de humedad.....	34
3.2	Determinación del contenido de humedad inicial .....	35
3.3	Secado convectivo de madera.....	35
3.3.1	Materiales y equipos.....	35
3.3.2	Diseño experimental.....	37
3.4	Mediciones de contenido de humedad por resonancia magnética nuclear. ....	38
3.4.1	Materiales y equipos.....	38
3.4.2	Diseño experimental RMN.....	39
3.4.3	Determinación de los perfiles de contenido de humedad a partir de la magnetización total por RMN.....	40
Capitulo 4		
Modelo matemático		
4.1	Geometría. ....	42
4.2	Supuestos. ....	42
4.3	Transporte de masa.....	43
4.3.1	Flujo del líquido. ....	45
4.3.2	Transporte de la fase gaseosa .....	50
4.3.3	Trasporte de aire seco.....	52
4.3.4	Transporte de la fase de agua ligada.....	52
4.4	Transferencia de calor. ....	55
4.5	Condiciones Iniciales. ....	56
4.6	Condiciones frontera.....	57
4.7	Propuesta de escritura de la función de permeabilidad relativa al liquido .....	57
4.8	Resumen de ecuaciones y parámetros de entrada.....	59

## Capitulo 5

Resultados y discusión .....	2
5.1    Cinéticas de secado .....	63
5.2    Perfiles de contenido de humedad.....	66
5.3    Perfiles de temperatura .....	68
5.4    Perfiles de aire seco .....	71

## CAPITULO 6

Conclusiones y recomendaciones.....	2
Bibliografía.....	75

## **Nomenclatura**

$a_w$	Actividad de agua		$m_{bv}$	Masa del ligada-vapor	(kg/s)
<b>CHE</b>	Contenido de humedad de equilibrio	(Kg. Agua/Kg. Solido seco)	$m_g$	Peso molecular del gas	(mol/Kg mol)
<b>C</b>	Constante de GAB		$m_a$	Peso molecular del aire	(mol/kg mol)
$C_p$	Calor especifico	(J/kg/K)	$m_v$	Peso molecular del vapor	(mol/kg mol)
$C_{pb}$	Calor especifico del liquido	(J/kg/K)	<b>R</b>	Constante universal de los gases	(J/mol/K)
$C_{pv}$	Calor especifico del vapor	(J/kg/K)	<b>S</b>	Saturación del liquido	
$C_{pa}$	Calor especifico del aire	(J/kg/K)	$T_\infty$	Temperatura del aire de secado	(K)
$C_{pb}$	Calor especifico del liquido	(J/kg/K)	<b>T</b>	Temperatura	(K)
<b>D</b>	Coefficiente de difusión	(m <sup>2</sup> /s)	$h_s$	Entalpia del solido	(J/kg)
$D_{eff}^{va}$	Coefficiente de difusión de vapor en el aire	(m <sup>2</sup> /s)	$h_l$	Entalpia del líquido	(J/kg)
$D_{eff}^{av}$	Coefficiente de difusión del aire en el vapor	(m <sup>2</sup> /s)	$h_v$	Entalpia del vapor	(J/kg)
$D_{eff}$	Coefficiente de difusión efectiva	(m <sup>2</sup> /s)	$h_a$	Entalpia del aire	(J/kg)
$D_v$	Coefficiente de difusión del vapor	(m <sup>2</sup> /s)	<b>W</b>	Contenido de humedad	(Kg. Agua/Kg. Solido seco)
<b>D<sub>b</sub></b>	Coefficiente de difusión del agua ligada	(m <sup>2</sup> /s)	<b>W<sub>mag</sub></b>	Contenido de humedad magnetizado por RMN	(Kg. Agua/Kg. Solido seco)
<b>D<sub>bt</sub></b>	Coefficiente de difusión de Termo difusión	(m <sup>2</sup> /s)			
<b>HR</b>	Humedad relativa	(%)	<b>W<sub>b</sub></b>	Contenido de humedad del agua ligada	(Kg. Agua/Kg. Solido seco)
<b>J</b>	Flujo		$v_a$	Velocidad promedio del aire	(m/s)
$j_e$	Flujo de energía	(J/m <sup>2</sup> /s)	$v_v$	Velocidad promedio del vapor	
$j_w$	Flujo de agua	(kg/m <sup>2</sup> /s)	$v_b$	Velocidad promedio del agua ligada	
$j_b$	Flujo de agua ligada	(kg/m <sup>2</sup> /s)	$v_l$	Velocidad promedio del liquido	
$J_v$	Flujo de vapor de agua	(kg/m <sup>2</sup> /s)	<b>q</b>	Calor	(W)
$j_a$	Flujo de aire	(kg/m <sup>2</sup> /s)	$X_m$	Constante de GAB	
$k_m$	Coefficiente de transferencia de masa	(m/s)	$\Delta h_{sorp}$	Calor de sorción	(J/kg)
$k_{rl}$	Permeabilidad relativa del líquido en el gas		$\Delta h_{vap}$	Calor de evaporación	(J/kg)
$k_{rg}$	Permeabilidad relativa del gas en el líquido		$\rho$	Densidad	(kg/m <sup>3</sup> )
$K_l$	Permeabilidad absoluta del liquido	(m <sup>2</sup> )	$\rho_b$	Densidad del agua ligada	(kg/m <sup>3</sup> )
$K_g$	Permeabilidad absoluta del gas	(m <sup>2</sup> )	$\rho_v$	Densidad del vapor	(kg/m <sup>3</sup> )
<b>K</b>	Constante de GAB		$\rho_a$	Densidad del aire	(kg/m <sup>3</sup> )
$P_{atm}$	Presión atmosférica	(P <sub>a</sub> )	$\rho_g$	Densidad del gas	(kg/m <sup>3</sup> )
$P_l$	Presión del liquido	(P <sub>a</sub> )	$\epsilon$	Porosidad	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
$P_g$	Presión del gas	(P <sub>a</sub> )	$\epsilon_s$	Fracción de volumen del solido	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
$P_{vsat}$	Presión de vapor saturado	(P <sub>a</sub> )	$\epsilon_l$	Fracción de volumen del liquido	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
$P_c$	Presión capilar	(P <sub>a</sub> )	$\mu_l$	Viscosidad del liquido	P <sub>a</sub> s
$P_a$	Presión del aire	(P <sub>a</sub> )	$\mu_g$	Viscosidad del gas	P <sub>a</sub> s
$P_v$	Presión de vapor	(P <sub>a</sub> )	$\Lambda$	Conductividad térmica del solido	W/m <sup>2</sup> /K
$P_g$	Presión del gas	(P <sub>a</sub> )	$M_0$	es el valor promedio inicial de magnetización	

$m_{lv}$	Masa del líquido-vapor	(kg/s)	$M_{ti}$	es el valor de magnetización en el tiempo $i$
$m_{lb}$	Masa del líquido-ligada	(kg/s)		

Subíndices y superíndices

<i>l</i>	Líquido
<i>s</i>	Sólido seco
<i>g</i>	Gas
<i>v</i>	Vapor
<i>a</i>	Aire

## Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Formación de madera en árboles .....	13
---	----

<b>Figura 2.</b> Corte transversal de un árbol que muestra la estructura interna, (Perré y Keey, 2014) ..	14
<b>Figura 3.</b> División de la fase capilar durante el secado de madera de pino, adaptado de (couture et al., 1996).....	23
<b>Figura 4.</b> Funciones de presión capilar contra saturación. ....	24
<b>Figura 5.</b> Permeabilidad relativa al gas y líquido.....	27
<b>Figura 6.</b> Estado paralelo y anti-paralelo. mc robbie et al., (2006) .....	29
<b>Figura 7.</b> Obtención de las muestras .....	34
<b>Figura 8.</b> Diagrama del túnel de secado: 1) generador de vapor. 2) control automático de temperatura y velocidad de aire. 3) celda de carga. 4) balanza. 5) computadora.....	36
<b>Figura 9.</b> Muestras para secado convectivo.....	37
<b>Figura 10.</b> Diagrama de resonancia magnética nuclear: 1) controladores. 2) enfriador. 3) emisor/receptor. 4) computadora. ....	38
<b>Figura 11.</b> Muestras de madera utilizadas por la técnica de resonancia magnética nuclear. ....	39
<b>Figura 12.</b> Geometría unidimensional. ....	42
<b>Figura 13.</b> Funciones de permeabilidad.....	47
<b>Figura 14.</b> División de la fase capilar (couture et al., 1996). ....	48
<b>Figura 15.</b> Funciones de permeabilidad acotadas por el punto de saturación irreducible.....	49
<b>Figura 16.</b> Gráficos de constantes de gab. ....	54
<b>Figura 17.</b> Comparación de las cinéticas de secado contra la simulación numérica.....	64
<b>Figura 18.</b> Variación de la función de permeabilidad relativa al líquido y gas. efecto de la presencia dominante de agua líquida y gas. ....	65
<b>Figura 19.</b> Cinéticas de secado, con el efecto de la variación de n en la función de permeabilidad relativa al líquido en simulaciones de secado convectivo (t=60°C, v=2.5 m/s y hr=25%).....	66
<b>Figura 20.</b> Perfiles de contenido de humedad en el espesor experimentales contra simulados. ....	67
<b>Figura 21.</b> Perfiles de contenido de humedad en el espesor simulados, con interrupción de la fase capilar a la higroscópica (sandoval et al., 2013) .....	67
<b>Figura 22.</b> Variación de la permeabilidad relativa y el efecto en los perfiles de contenido de humedad en el espesor simulados.....	68
<b>Figura 23.</b> Perfiles de temperatura durante el secado, superficie y centro del material. ....	69
<b>Figura 24.</b> Perfiles de conductividad térmica, centro y superficie del material. ....	70
<b>Figura 25.</b> Perfiles de temperatura en el espesor simulados.....	70
<b>Figura 26.</b> Perfiles de densidad de aire seco simulados.....	71

## Índice de tablas

<b>Tabla 1.</b> Funciones de permeabilidad absoluta .....	46
---	----

<b>Tabla 2.</b> Escritura de funciones de permeabilidades relativas acotadas por un punto de saturación irreducible. ....	49
<b>Tabla 3.</b> Constantes de gab en función de temperatura. ....	54
<b>Tabla 4.</b> Ecuaciones de conservación. ....	60
<b>Tabla 5.</b> Ecuaciones diferenciales parciales de subdominio. ....	60
<b>Tabla 6.</b> Ecuaciones diferenciales parciales de subdominio. ....	61
<b>Tabla 7.</b> Ecuaciones constitutivas.....	62
<b>Tabla 8.</b> Variación de la constante de la función de permeabilidad relativa al líquido. ....	64

# Capítulo 1

## Introducción

- 1.1 Planteamiento del problema.
- 1.2 Justificación.
- 1.3 Antecedentes.
- 1.4 Objetivos.
  - 1.4.1 Objetivo general.
  - 1.4.2 Objetivo específico.
- 1.5 Hipótesis.



La ingeniería ha aportado a los procesos industriales: la creación de nuevos materiales, con mejor calidad y procesos de transformación eficiente, con el fin de hacer la vida más fácil para el ser humano e igualmente ha cambiado paradigmas y la forma de pensar en la ciencia y tecnología. Donde el modelado matemático es la fuente primaria de la ingeniería (Levenspiel, 2002). El modelado matemático no es más que la imitación que ocurre en la realidad, basado en representación de cantidades físicas como variables o parámetros matemáticos, pero, más allá de esto, hay que incorporar las leyes físicas, el principio de conservación, condiciones de contorno y la constitución de los materiales en cuestión para una mejor predicción (Aris, 1993).

Para el modelado, se utilizan modelos fenomenológicos basados en datos experimentales, que buscan una correlación directa entre sus variables, llamados comúnmente modelos empíricos, modelos estadísticos o modelos de caja negra. Y los modelos basados en el comportamiento del material que observa los mecanismo internos dentro del material, llamados modelos mecanísticos (Velten, 2009; Rodrigue y Philippe, 2016).

El modelado matemático en la industria del secado de madera se basa en modelos fenomenológicos y empíricos, donde basa su proceso, en la reducción del contenido de humedad que varía entre el 50% y el 200% en estado verde, se requiere de un 8% al 15% de contenido de humedad final que depende de la aplicación final en estado seco (Rémond et. al, 2007).

La operación de secado de madera es una etapa crucial dentro del procesamiento de productos de madera. Durante el secado se generan defectos debido una distribución de humedad y temperatura no uniforme en el material, que se refleja en muchas ocasiones en la generación de defectos de secado (Sandoval, 2009). Por ello para la correcta predicción de escenarios de secado, es importante conocer la relación que tiene el contenido de humedad sobre la madera a secar (Eitelberger y Hofstetter, 2011), durante el proceso de secado de madera implica la transferencia de calor y masa, para modelar este complejo proceso requiere de un modelo mecanístico, desarrollando ecuaciones de transporte derivadas de las leyes de

conservación, Por lo general, los fenómenos de transporte que ocurren en el interior del material están representados según las ecuaciones macroscópicas válidos en el nivel correspondiente de la descripción (Tsotsas, 2008).

En el siguiente trabajo se estudia la transición de la fase capilar a la higroscópica, donde la fase capilar es dividida en dos subfases: la funicular y la pendular. A partir de la escritura de un modelo matemático mecanístico, que acopla la transferencia de humedad y calor, validando con datos experimentales: peso y resonancia magnética nuclear.

### 1.1 Planteamiento del problema.

La industria del secado invierte un 80% de energía en el proceso de secado, debido al desconocimiento de las condiciones de secado ideales. Igualmente se presentan desperdicios de materia prima por defectos de secado, debido a la mala distribución de energía dentro del secador y la distribución de humedad dentro del material.

La industria busca soluciones de los defectos de secado en los fabricantes de secadores, cuando los defectos de secado son provocados por las condiciones de los secadores. Si los defectos de secado son originados por el transporte de humedad en el material, la industria busca soluciones en los centros de investigación que permitan conocer los parámetros de secado que logre un menor gasto de energía y reducción de desperdicios por defectos de secado.

Para encontrar los parámetros óptimos de velocidad de aire, temperatura, humedad relativa y el tiempo de secado, se debe estudiar la madera desde diferentes escalas para determinar los mecanismos que logran el transporte de humedad dentro del material. Cuando la madera presenta defectos de secado por el transporte de humedad tiene su naturaleza en:

- Una mala distribución del contenido de humedad dentro del proceso de secado, provoca agrietamientos y colapso del material, (Perré y Turner 2001a) establecen que los perfiles de contenido de humedad no debe ser tan

pronunciada la parábola que describe el contenido de humedad en el espesor.

- Una mala distribución de la temperatura dentro del proceso de secado, provoca cambio de color debido al calor, reacciones bioquímicas y fisiológicas (Sandoval *et. al.*, 2010) y fisuras dentro del material (Perré y Turner, 2001a).

Para proponer soluciones a los defectos durante el secado los centros de investigación han utilizados la experimentación y modelos matemáticos. Los modelos matemáticos asocian, balances de energía, de masa y de momento, que pueden ser expresados como ecuaciones diferenciales y resuelto numéricamente, para obtener soluciones específicas.

Los modelos matemáticos que simulan el transporte de humedad en el material, que acoplan la transferencia de masa y calor logran describir la cinética de secado. Pero en las simulaciones numéricas de secado de madera, los modelos no logran describir numéricamente la transición de la fase capilar a la no higroscópica, esta transición separa una presencia dominante de agua libre de otra dominada por la presión de vapor de agua donde se observa:

- Los perfiles de contenido de humedad en el espesor, no describe el fenómeno de secado.
- Las cinéticas de secado simuladas numéricamente, se alejan de los valores de las cinéticas experimentales.

Lograr describir la transición de la fase capilar a la higroscópica, ayudara a comprender la migración de humedad en la madera durante el secado. Las simulaciones numéricas servirán como herramienta de toma de decisiones en la industria maderera, que puede ayudar a reducir los desperdicios de secado y reducir el energético.

En el siguiente trabajo se propone desarrollar un modelo matemático mecanístico de transferencia de masa y calor, que describa el cambio de fase capilar a higroscópico durante el secado de madera de Pino (*Pinus pseudostrobus*).

## 1.2 Justificación.

Los bosques ocupan actualmente unos 4 000 millones de hectáreas, que representan cerca del 31 % de la superficie del planeta (FAO, 2012). La superficie de bosques y selvas dentro del territorio nacional colocan a México en la octava posición en extensión forestal a nivel mundial, y en segundo lugar en Latinoamérica.

Para las economías en desarrollo, la predicción como un herramienta de toma de decisiones basado en el modelado matemático, tendrá un impacto benéfico en los procesos industriales, ahorro de energía eléctrica, menor desperdicio de materia prima, nuevos equipos y nuevas técnicas de secado (Mujumdar, 2007)

1. Aspecto Científico: El estudio de los mecanismos de transferencia de masa y calor, es posible comprender mejor la migración del líquido y gas durante el secado en la fase capilar, esto ayudara a tener mayor información para mejorar la predicción del modelado, que favorecerá a la calidad del producto y la innovación de nuevas tecnologías de secado (Defraeye, 2014)
2. Aspecto ecológico: Reducción del gasto energético y mejorando el tiempo de secado (Kudra, 2004).

Con la descripción fenomenológica de la transición de la fase higroscópica a la no higroscópica, los modelos de secado de Pino mexicano tendrán una descripción cercana a la realidad, esto ayudara a la industria a la toma correcta de decisiones para las corridas de secado; evitando deformaciones propias del proceso y gastos de operación al reducir los tiempos de secado.

## 1.3 Antecedentes

Los métodos más comunes de modelización se discuten a continuación:

El secado de madera basado en dos teorías:

- a) Teoría de Luikov (1966), estableció que el gradiente de temperatura es un factor causante de la transferencia de humedad en los materiales. Empleó principios de la termodinámica de procesos irreversibles, y para el caso de

transferencia interna de calor y masa en cuerpos capilares porosos, considera que los flujos debido a la difusión de vapor y difusión líquida están conformados por dos partes: una debida al gradiente de concentración de humedad total, y el otro debido al gradiente de temperatura.

- b) Teoría de Whitaker (1977) establece una perspectiva multifase (agua y gas) estableciendo ecuaciones de conservación de cada fase en la escala microscópica; utilizando la técnica de volumen promedio, la cual es descrita por Slattery (1967). Establece que el valor de cualquier magnitud física, en un punto en el espacio, viene dado por su valor medio, en el volumen promedio. Supone que un volumen representativo que es lo suficientemente grande para que las cantidades promediadas puedan definirse y lo suficientemente pequeño para evitar variaciones debido a los gradientes macroscópicos y efectos de no equilibrio. Dentro de cada volumen promedio el medio poroso se compone de:
1. Una fase sólida continua que contiene una estructura sólida incompresible y agua de constitución.
  2. Una fase líquida (agua libre) supone incompresible,
  3. Una fase de gas continua supone que es una mezcla perfecta de vapor y el aire seco, considerado como gases ideales.

Bramhall (1995), concluye que la teoría de Luikov (1966) no describe correctamente el declive de concentración, por el efecto de las fases (agua, gas) dentro del material de estudio, ya que la ley de fick de difusión es solo para una fase, donde la fuerza impulsora es la presión parcial (presión de vapor).

Los modelos basados en la teoría de Whitaker (1977), son más utilizados ya que hace una diferencia entre la fase líquida y la fase gaseosa.

El proceso de secado se ha dividió en dos periodos (Boukadida *et. al.*, 2000).

- a) Rapidez de secado constante: donde el medio poroso permanece a la temperatura del bulbo húmedo del medio secante. La rapidez de evaporación superficial de la humedad está determinada por la rapidez de difusión de

vapor de agua a través de la película estacionaria de aire alrededor del material.

- b) Rapidez de secado decreciente: la cual puede estar dividido en dos mecanismos de transporte, uno en la zona no higroscópica (capilaridad) y otro en la zona higroscópica (difusión).

Sandoval *et. al.*, (2013) desarrolló un modelo matemático, que describe el fenómeno de secado por convección forzada de aire caliente para madera de Pino (*Pinus pseudostrobus*), a partir de la transferencia de masa y calor acoplado, el modelo matemático está basado en la teoría de Whitaker (1977), el modelo resuelve tres variables primarias: contenido de humedad, temperatura y densidad del aire seco. Para la validación del modelo, desarrolló corridas experimentales con temperaturas de 50, 70, 80 °C y con velocidad de flujo de aire constante de 2.5 m/s, sin controlar la humedad relativa al aire, con una geometría de la madera de 25 cm de largo, 15 cm de ancho, con un espesor de 2.54 cm. Los resultados de las simulaciones numéricas a una temperatura de 60°C, se observa que la transición de la fase capilar a la higroscópica presenta perturbaciones en las parábolas de los perfiles de contenido de humedad en el espesor, así, como en las cinéticas de secado al compararlos con datos experimentales.

El efecto de la transición ha sido abordado por diferentes autores, a partir de la teoría simplificada propuesta por (Witaker y William, 1983). Consiste en ecuaciones de transporte de masa y calor, a partir de la teoría de volumen promedio; para la temperatura y la saturación en el secado de medios porosos. Utilizando la ley de Darcy para el transporte de la fase líquida debido a la acción capilar, estableciendo que las ecuaciones de transferencia de masa y transferencia de calor combinado, no proporcionan una explicación teórica completa de los fenómenos de secado en la región del flujo capilar, cuando la saturación toma valores cercanos a cero. Por ello matemáticamente se utiliza una función de salto, en el cambio de fase capilar a higroscópica, pero con esta función de salto no describe el cambio de fase.

(Spolek y Plumb, 1981) modela el transporte capilar de agua libre en dirección tangencial durante el secado de madera blanda, utilizando la presión capilar como

una función de contenido de humedad, diferente a la propuesta por Whitaker y William (1983). El modelo es formulado a partir de los meniscos que se forman entre el líquido y el gas en los lúmenes de la madera (causantes de la magnitud capilar). Concluyen los autores que durante el movimiento tangencial de agua libre, la presión capilar depende de la curvatura del menisco dentro de los lúmenes, El modelo puede ser usado para calcular el punto saturación irreducible, esto significa el cese del flujo de agua libre en la región capilar.

Por otro lado, Perré y Moyne, (1991) describen que el efecto de la alta temperatura aumenta la presión del gas dentro de la madera blanda, al ser mayor que la presión atmosférica, existe una migración de masa (gas y líquido) en la dirección más permeable (longitudinal). En la modelación matemática utilizaron temperatura de bulbo seco 120 °C, temperatura de bulbo húmedo 80 °C, coeficiente de transferencia de calor de 14 W m<sup>-2</sup> °C<sup>-1</sup> y coeficiente de transferencia de masa de 0.014 m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>, concluye que el flujo líquido es tan bajo como el medio se acerca a la saturación irreducible para la fase líquida. Por esta razón, los perfiles de contenido de humedad no son descritos de forma correcta, ya que en la zona de saturación irreducible queda atrapada agua libre en los poros.

Sin embargo, Couture *et al.*, (1996) establece la deducción matemática de la descripción fenomenológica de la fase higroscópica dividida en dos: funicular y pendular. La zona pendular acotada por la saturación irreducible y el punto de saturación de la fibra, en esta zona no existe mecanismo que describa el flujo de agua libre. Por ello el estudio de las cinéticas de secado, en la variación de las permeabilidades relativas es investigado numéricamente probando varias formas de escritura, concluyen que para predecir un comportamiento lógico del flujo en la fase higroscópica, establecen que la permeabilidad relativa puede estar en función de la presión capilar. Las permeabilidades relativas de la fase líquida y de la fase de gas, fueron investigadas usando el parámetro  $f(S)$  que está en función de la saturación, obtenido de forma experimental. Concluyendo que la escritura de las ecuaciones de permeabilidad y presión capilar en la región capilar, deben estar en

función de la división de fase pendular y funicular para un mejor ajuste en las cinéticas de secado.

Para la validación de los resultados de las simulaciones numéricas, es utilizada la cinética experimental para contrastar el nivel de ajuste de los datos obtenidos por simulaciones numéricas. Pero para la validación de los perfiles de contenido de humedad del material debe ser observado sin la destrucción de las muestras y la validación de datos no contenga un error por el manejo de las muestras.

El desarrollo de técnicas científicas no destructivas en la multiescala fue posible en el siglo XX con el desarrollo de la teoría de la elasticidad y de la instrumentación correspondiente para la medición de propiedades de la madera. Dado que estructura jerárquica de la madera (anillos anuales a escala cm, células a escala de mm, paredes celulares a escala  $\mu\text{m}$ , fibrillas a escala nm y moléculas de celobiosa a escala  $\text{Å}$ ) (Bucur V. 2003).

Los métodos no destructivos pueden clasificarse en términos de la propiedad física y su clasificación por la técnica no destructiva de estudio.

- Propiedad física de interés. La determinación del contenido de humedad, densidad, detección de defectos en la madera como nudos (Sobue, 1993).
- Clasificación de las técnicas no destructivas, Basada en la longitud de onda característica de la radiación que interactúa con la muestra de madera como en el caso de los rayos X, infrarrojo, microondas, ultrasonido, Resonancia Magnética Nuclear (RMN).

La resolución de diferentes técnicas abarca un espectro muy amplio que va desde  $10^{-9}$  m para rayos x,  $10^{-2}$  m para ondas ultrasónicas y RMN o  $10^{-1}$  para microondas (Bucur, 2003; Perré, 2011).

El agua se puede observar por la técnica de RMN si se analiza la señal de resonancia del protón ( $^1\text{H}$ ). Los tiempos de relajación son fuertemente dependientes del estado del agua en el medio poroso. El agua ligada produce tiempos de relajación  $T_2$  muy pequeños (aproximadamente 1 milisegundo o menos), mientras que el tiempo de relajación del agua libre en los poros oscila entre 10 ms y 100 ms,

dependiendo del tamaño de los poros. Por esta razón, la secuencia de impulsos tiene que adaptarse a la medición deseada. En comparación con la tomografía de rayos X, el tiempo de adquisición es mucho más corto, lo que permite que se adapte perfectamente al estudio de los mecanismos de transferencia durante el secado. De esta forma se pueden determinar varias variables: MC, velocidad, temperatura, tamaño de poro y difusividad (Perré 2011).

Los poros se clasifican y se denominan correspondientes a sus dimensiones. Griffin (1977) y Thygesen *et al.* (2010) clasificaron los vacíos de madera como (Zauer *et al.*, 2015):

- Macroválidos (lumina entre 10 y 400  $\mu\text{m}$  o más)
- Microválvulas (extremos puntiagudos de los lúmenes, aberturas de fosas, huecos de la membrana de las fosas y otros pequeños huecos con diámetros entre 10 y 5  $\mu\text{m}$ ).
- Nanovoides (poros en la Pared celular con diámetros  $<10\text{ nm}$ )

## 1.4 Objetivos.

### 1.4.1 Objetivo general

Desarrollar un modelo matemático de transporte de calor y masa que describa correctamente la transición de la fase capilar a la higroscópica durante el secado convectivo de madera.

### 1.4.2 Objetivo específico

- Obtener las curvas de secado de la madera a diferentes temperaturas.
- Identificar las fases de rapidez de secado, cinéticas experimentales de contenido de humedad, perfiles de temperatura experimental en el espesor de las tablas de madera.
- Desarrollar balances de masa y calor que describan el secado convectivo de madera.
- Modificar la transición de la fase capilar a la higroscópica.

## 1.5 Hipótesis.

El flujo capilar en función de la saturación ( $S$ ) en la región higroscópica ( $0 < S < 1$ ) puede ser escrito a partir de dos fases existentes: funicular y pendular, acotados por un punto de saturación irreducible ( $S_r$ )

El transporte de agua libre en fase funicular es descrito por la ley de Darcy ( $S > S_r$ ) y la fase pendular descrita por una combinación de mecanismos de transporte convectivo difusivo agua libre (la ley de Darcy y Fick) ( $S < S_r$ ).

# Capítulo 2

## Marco teórico

- 2.1 Estructura de la Madera.
  - 2.1.1 Estructura Macroscópica.
  - 2.1.2 Estructura Microscópica.
- 2.2 Modelado matemático en secado de madera.
  - 2.2.1 Fundamentos de transferencia de masa.
  - 2.2.2 Mecanismos de secado
  - 2.2.3 Clasificación de modelos matemáticos de secado de madera.
  - 2.2.4 Modelos Difusivos.
  - 2.2.5 Modelos de difusión isotérmica.
  - 2.2.6 Difusividad no isotérmicos.
  - 2.2.7 Difusión y Modelo Capilar.
  - 2.2.8 Fase capilar.
- 2.3 Relación agua-madera.
  - 2.3.1 Medición del contenido de humedad de la madera
  - 2.3.2 Punto de saturación de la fibra.
  - 2.3.3 Permeabilidad.
- 2.4 Resonancia Magnética Nuclear.
  - 2.4.1 Spin nuclear.
  - 2.4.2 Magnetización de una población de espines.
- 2.5 Ecuaciones de estado y términos constitutivos.
  - 2.5.1 Porosidad.
  - 2.5.2 Saturación.
  - 2.5.3 Presión del gas.



## 2.1 Estructura de la Madera.

La madera considerada como un material heterogéneo, anisótropo e higroscópico, un material higroscópico sensible a las condiciones de humedad ambientales, es decir, a la contracción e hinchazón debido a los cambios en el contenido de humedad, causante del ataque de hongos, así como el crecimiento de moho y deterioro (Krabbenhøft 2003).

La apariencia y propiedades dependen de la especie, diversidad biológica y las condiciones de crecimiento según el sitio y el clima. Incluso para las mismas especies, las propiedades varían por el sitio de crecimiento y de la posición dentro del árbol (Mujumdar, 2014).

Vista de una sección transversal, desde el núcleo hasta la región externa del árbol, muestra las siguientes características, *figura 1*.

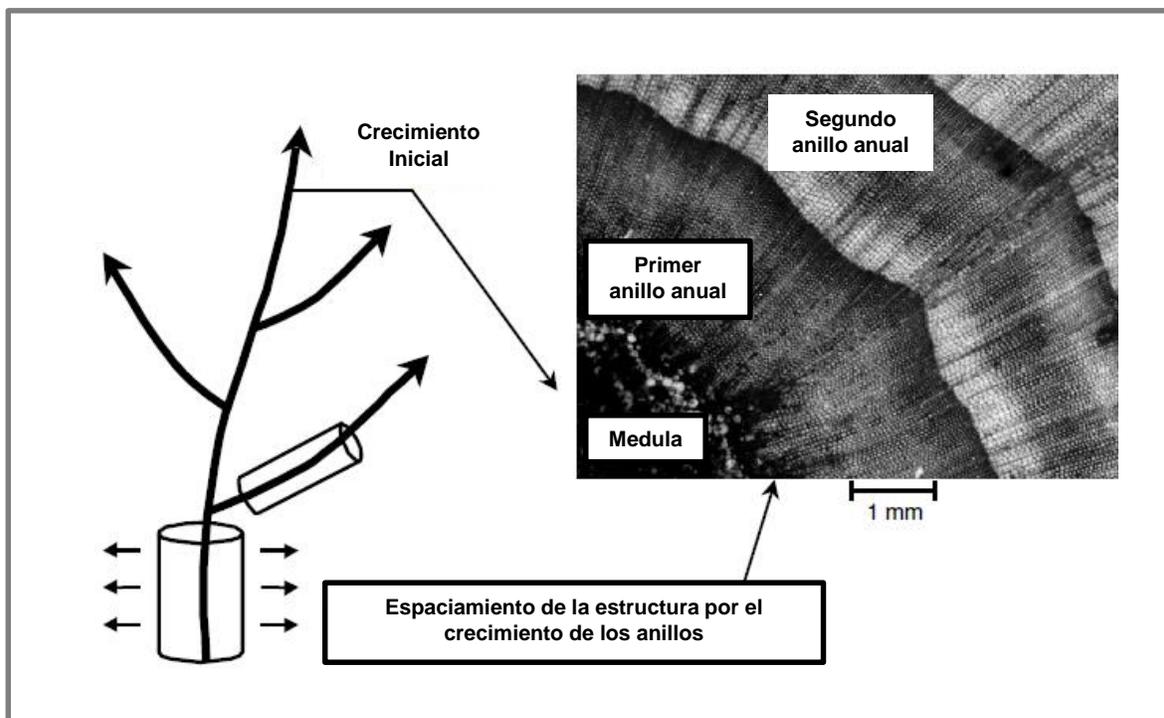


Figura 1. Formación de madera en árboles, (Perré y Keey, 2014)

Por consiguiente, la madera es un material variable difícil de caracterizar biológicamente, que se ve reflejado en problemas durante el proceso de secado.

Si se hiciera un corte transversal a un árbol *figura 2*, del corazón a la región externa, muestra los siguientes rasgos:

- Médula, un pequeño corazón del tejido, se localiza cerca del punto medio de tallo de un árbol o ramas, este proviene del crecimiento primario de la planta.
- Albura, la parte más importante de árboles maduros, que es diferenciada en sapwood (región externa), donde la savia emigra de raíces a hojas y heartwood (región interior) que ya no es usado para el transporte de savia, que sólo existe cuando el tallo a cierta altura, que depende de la edad del árbol.
- La corteza: parte muerta externa (la parte externa del tallo), cuyo grosor varía enormemente con respecto a la especie y edad del árbol.

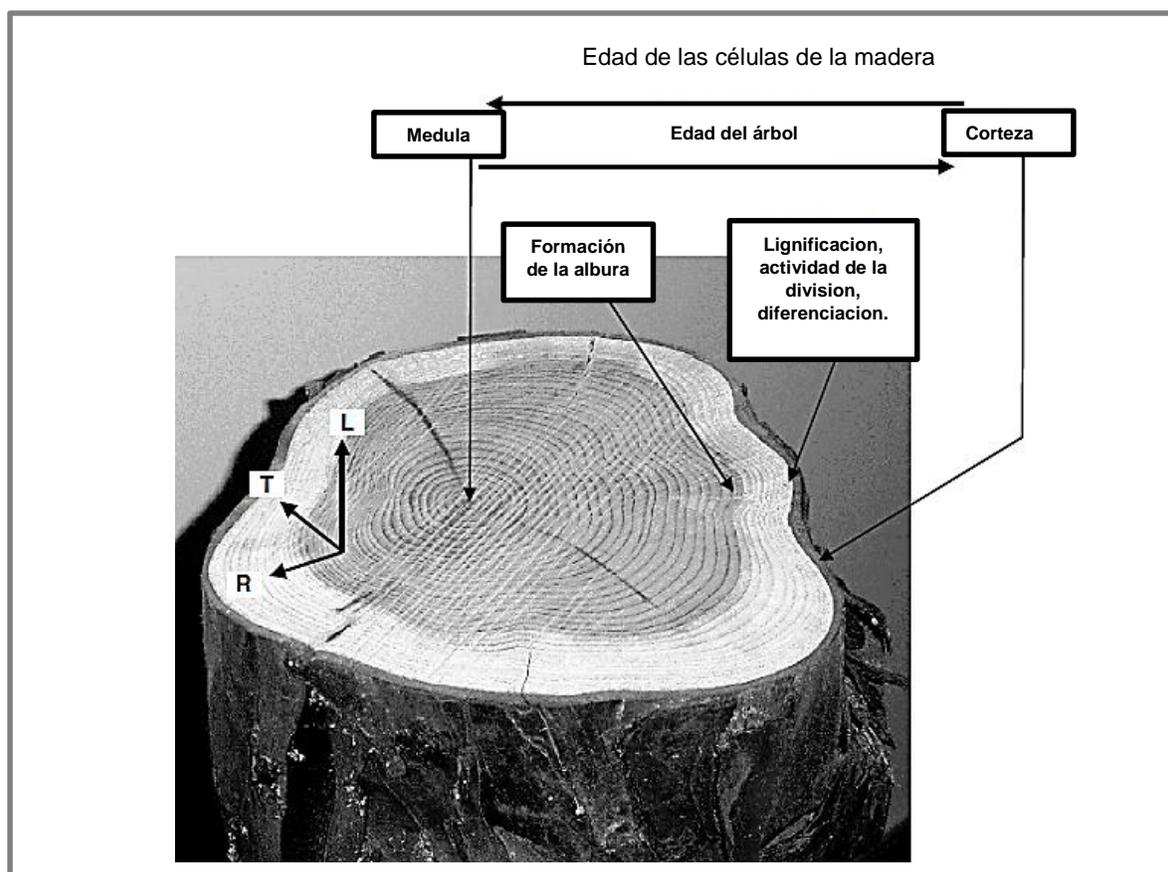


Figura 2. Corte transversal de un árbol que muestra la estructura interna, (Perré y Keey, 2014)

### 2.1.1 Estructura Macroscópica.

Una sección transversal del tronco o de las ramas de un árbol presenta de fuera a dentro una serie de elementos y zonas perfectamente definidos.

En primer lugar, puede verse la corteza muerta o exterior, la cual protege a la madera de los cambios extremos de temperatura, de la sequía y de las agresiones mecánicas. Seguidamente puede verse la corteza interna o viva, la cual realiza funciones conductoras de la savia elaborada desde las hojas a aquellas zonas activas donde es necesaria o debe ser almacenada.

Entre la corteza y la madera existe una capa delgada y continua denominada cambium, causante del crecimiento en espesor del tronco. Esta capa produce corteza hacia el exterior y madera hacia el interior del tronco. La producción de madera y corteza ocurre sólo cuando el cambium está activo, lo cual tiene lugar en región templada en primavera y verano.

Finalmente, y ya en el interior del tronco, pueden observarse tres zonas. La albura, de color generalmente claro, conteniendo células vivas encargadas de funciones conductoras de la savia y de almacenamiento de elementos nutrientes. La anchura de esta zona es muy variable, oscilando entre 1,25 y 5 cm, si bien en ciertas especies tropicales puede llegar hasta los 20 cm, e incluso más.

Más internamente, se puede apreciar otra capa, denominada duramen, de color generalmente más oscuro y de mayor grosor, formada por células muertas que realizan una función de soporte mecánico. Esta capa suele tener un color más oscuro debido a la elevada cantidad de extractivos que almacena en su interior, lo que además produce un notable incremento en la durabilidad natural de la madera.

Finalmente, en el centro del tronco se encuentra la médula, cilindro de hasta 1,25 cm de diámetro, formado por un tejido blando alrededor del cual se produjo el primer crecimiento en espesor del tallo recién formado.

Otro elemento anatómico, visible en ciertas ocasiones a simple vista, es el de los radios leñosos. Toman la forma de líneas de anchura variable que corren en

dirección más o menos perpendicular a los anillos de crecimiento (sección transversal) desde la corteza hasta la médula. En las coníferas no es evidente a simple vista. Se debe añadir que los anillos de crecimiento van de la albura hasta el duramen, los cuales corresponden al crecimiento anual en el espesor del tronco. Su apreciación es más marcada en las coníferas que en las frondosas.

### 2.1.2 Estructura Microscópica.

Las células que componen la madera tienen forma tubular y se orientan mayoritariamente según una disposición paralela al eje del árbol, siendo llamadas fibras, traqueidas o vasos dependiendo de sus características anatómicas y de su función. Otro tipo de células, las que componen los radios leñosos se disponen en agrupaciones radiales desde el interior al exterior del tronco y perpendicularmente al eje del árbol.

En el estudio de los elementos anatómicos de la madera en relación con el secado, tienen gran importancia las punteaduras de paso pues representan los caminos de paso naturales de salida del agua libre contenida en el interior de los lúmenes celulares.

## 2.2 Modelado matemático en secado de madera.

### 2.2.1 Fundamentos de transferencia de masa.

El secado de un medio poroso húmedo, es un proceso que implica acoplado simultáneo de la transferencia de calor y masa. El modelado del proceso de secado requiere el desarrollo de ecuaciones de transporte derivadas de leyes de conservación, la física de secado, a partir, de los fenómenos de transporte.

Los mecanismos de secado está representados según las ecuaciones microscópicas, correspondiente a la descripción macroscópica, haciendo una suposición que el material se puede representar como un medio continuo teórico, es sin duda, una manera de lograr la descripción más cercana a la física.

La técnica del volumen promedio se describe en el trabajo de Slattery, (1967) y ha sido utilizada por numerosos autores en las últimas tres décadas para modelar el transporte en medios porosos (Carbonell y Whitaker, 1984; Defraeye, 2014).

Si establecemos que el material es continuo y se modela en términos de volúmenes macroscópicos que están asociados con el nivel microscópico. Teóricamente en el nivel microscópico el volumen promedio define las ecuaciones de balance, deben ser lo suficientemente grande para las cantidades promediadas y lo suficientemente pequeño para evitar variaciones debido a los gradientes macroscópicos y de no equilibrio en el nivel microscópico.

### 2.2.2 Mecanismos de secado

El secado de la madera basa su proceso en la eliminación superficial del agua, por evaporación, a la vez que ésta migra desde el interior hacia el exterior de la madera considerando tres etapas durante el secado.

- a) Etapa I: la humedad se encuentra presente en el interior de la madera como agua libre, vapor de agua y agua ligada. Donde el contenido de humedad inicial calculado se pierde por la eliminación capilar de agua libre.
- b) Etapa II: esta fase comienza cuando el material ya no contiene agua libre y existe una presencia dominante de vapor de agua en estas circunstancias se produce un fenómeno de evaporación desde el interior por el efecto de la temperatura. Por ello la velocidad del tiempo se prolonga en esta etapa
- c) Etapa III: comienza esta fase cuando no existe ya agua libre en forma de vapor en la madera sino ligada. El fenómeno rector en esta fase no es ya la evaporación sino la difusión de humedad.

De acuerdo con lo anterior el estudio del mecanismo del movimiento del agua en la madera debe ser abordado tomando en cuenta:

- El fenómeno de evaporación superficial del agua en la madera.

- El movimiento del agua en el interior de la madera.
- El fenómeno de la difusión.
- El efecto de la capilaridad en la distribución de humedad durante el secado.

### 2.2.3 Clasificación de modelos matemáticos de secado de madera.

El modelado matemático se puede clasificar en tres categorías: modelos matemáticos fenomenológicos, modelos semi-empíricos y modelos matemáticos mecanísticos (Velten, K., 2009; Rodrigue y Philippe, 2016).

- a) Modelos fenomenológicos: son contruidos con base a datos experimentales, tratando el material como una caja negra, es decir sin usar información sobre los procesos internos que ocurren dentro del material. En esta categoría encontramos los modelos empíricos, modelos estadísticos, o modelos de caja negra.
- b) Modelos semi-empíricos: son contruidos con base a datos experimentales y con información limitada del material y son específicos para un material, estos modelos llamados modelos de caja gris.
- c) Modelos mecanísticos; son contruidos con base a la información sobre el material, ya que tales modelos están prácticamente basados en la mecánica interna del material, conocidos como modelos de caja blanca.

Un modelo matemático que haga una descripción cercana a la realidad, debe estar en la categoría de modelos matemáticos mecanísticos. Donde la observación de la mecánica interna del material, está clasificada de la siguiente manera (Defraeye, 2014):

- Multifase: Múltiples fases están presentes en los materiales a secar: como es el caso de la madera, la fase sólida, siendo la matriz seca material, en el caso de la madera se puede clasificar en: agua líquida, que puede existir en diferentes estados: agua (libre), agua (ligada) y agua ligada químicamente y

gas, es decir, vapor de agua y aire seco (O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>) (Perré y Turner, 1999).

- Multiescala: Con los procesos de transporte que ocurren en múltiples escalas espaciales y temporales, el secado tiene una naturaleza distinta dependiendo de la escala. Ya que tienen una composición diferente en cada escala. Clasificadas de la siguiente manera:
- Escala del secador ( $10^{-1}$ - $10^3$  m), es decir, a nivel de una instalación de secado completa. Los materiales individuales (porosos) a secar (en la cámara de secado) pueden ser fácilmente distinguidos, y a simple vista parecen materiales homogéneos. no se pueden distinguir los diferentes componentes que constituyen el material.
- Macroescala ( $10^{-2}$ - $10^{-1}$  m), es decir, a nivel de un solo producto. Diferentes componentes del producto se pueden distinguir, así como macro-grietas, aunque cada componente parece homogéneo.
- Mesoescala ( $10^{-4}$ - $10^{-2}$  m), es decir, a nivel de un solo componente dentro del material. Los diferentes componentes de un material (por ejemplo, la madera tardía y madera temprana. Pueden ser distinguidos, así como macro-poros o gotitas en las superficies. Cada constituyente parece homogéneo.
- Microescala ( $10^{-6}$ - $10^{-4}$  m), es decir, al nivel por debajo de un solo constituyente. Dentro de un constituyente, micro-poros y microcapilares, granos, fibras, microcristales, hoyos en la madera, o células pueden ser distinguidos.
- Nanoescala ( $10^{-6}$ - $10^{-9}$  m). se pueden observar los nanocapilares, células, paredes celulares y las fibrillas de celulosa, sino también las membranas celulares.
- Multifísico: El secado es también un problema multifísico, en donde la transferencia de calor, transporte de masa y el impulso acoplados producen cambios en el interior del material y también el transporte con el medio ambiente tienen lugar en las interfaces aire-material. Los procesos de transporte e intercambio involucrados son prescritos por la técnica de secado aplicado y el material específico de interés

El fenómeno de secado, visto como un proceso de transferencia de masa y energía acopladas que ocurre dentro y fuera de la madera. Se reconocen tres fases de migración de humedad: agua libre (líquida), agua unida (absorbida) y vapor de agua. El calor y la transferencia de masa están acoplados, ya que todas las fases están en equilibrio termodinámico a la temperatura local. Por lo tanto, las tasas de evaporación, se determinan localmente por el equilibrio entre los flujos de calor, los cambios de temperatura y los flujos de humedad, todos sujetos a restricciones de equilibrio de fase (Stanish et., al 1985).

El secado depende del mecanismo que origina el movimiento de humedad dentro del material, y se puede clasificar según el mecanismo dominante de transferencia de humedad.

Modelos Difusivos.

El movimiento del agua en la madera, durante el proceso de secado, por debajo del punto de ebullición del agua, este movimiento del agua se controla por difusión de humedad. Por ello, el secado de la madera puede ser modelado como un fenómeno de difusivo. Estos modelos se pueden clasificarse en dos tipos: Modelos isotérmicos y no isotérmicos.

Modelos de difusión isotérmica.

En este tipo de modelos, el gradiente de temperatura no se considera. Tomando en cuenta que la difusividad del calor es mucho mayor que la difusión de la masa. Después de un cambio en la temperatura del horno, la condición isotérmica en la madera se restablece rápidamente en comparación con la escala de tiempo del proceso de difusión de agua. Incluso si existe un pequeño gradiente de temperatura en la madera, no afectará significativamente al coeficiente de difusión del agua. Estos modelos se pueden clasificar como sigue. a) gradiente de concentración (o gradiente de contenido de humedad). Este modelo asume el gradiente de concentración de agua como fuerza impulsora, actuando sobre el gradiente de concentración, el agua (involucrando el agua libre, el agua ligada y el vapor de agua)

se mueve automáticamente desde la parte de concentración mayor a la menor. Este modelo utiliza como base la ley de Fick. b) Modelo del gradiente de presión de vapor de agua. Este modelo asumió la presión del vapor de agua como la fuerza impulsora del movimiento del agua en la madera. Difusividad del agua contempla la transferencia de contenido de humedad, no tomando en cuenta el efecto de la transferencia de la temperatura. c) Modelo de potencial de agua. En este modelo, el movimiento del agua se supone que es sólo debido al gradiente de potencial de agua (Cloutiet et al., 1992, 1993).

Difusividad no isotérmicos.

Al igual que el modelo de difusión isotérmica, la difusión no isotérmica también asume el movimiento del agua en la madera como la migración del agua por efecto del gradiente de temperatura. (Skaar y Siau, 1981), utilizaron la termodinámica irreversible para desarrollar un modelo para describir el fenómeno de calor y masa acoplados.

Este tipo de modelos se pueden clasificar en dos clases: 1) Luikov (1975) propuso un sistema acoplado de ecuaciones diferenciales parciales para la transferencia de calor y humedad en un material poroso. 2) El modelo de Siau (1980) propuso un modelo de difusión de agua no isotérmico para la madera en términos del efecto Soret y el potencial químico. Igualmente Siau (1992) propuso el modelo de transferencia de calor y masa acoplado en términos del gradiente de potencial de agua. Pero, hasta ahora, no parece práctico utilizar este modelo para la descripción del secado de la madera y la aplicación del proceso de secado de la madera, porque solo describe el flujo de agua libre como un solo elemento y no con su división de fases.

Difusión y Modelo Capilar.

El desarrollo de estos tipos de modelos que integran el movimiento del agua en la madera durante el secado. Donde por debajo del punto de saturación de la fibra ( $psf$ ), la difusión domina el fenómeno de secado; por encima de  $psf$ , el flujo capilar

domina el secado, se puede clasificar en dos tipos: modelo de Bramhall y Modelo multicomponente.

#### 1) Modelo Bramhall

Involucra los diversos procesos relacionados con el movimiento del agua: transferencia de calor a través de la capa límite, en respuesta a una diferencia de temperatura por conducción de calor en madera de acuerdo con la ecuación de Fourier y la difusión de agua en respuesta a un gradiente de presión de vapor que depende del flujo capilar en respuesta a la superficie neta.

#### 2) Modelo multicomponente (o modelo de Whitaker)

El enfoque multicomponente fue propuesto por Whitaker, la ecuación de conservación se escribe para el agua libre, para el vapor de agua, y para la mezcla gaseosa (vapor de agua y aire). Las interacciones multicomponentes descritas a nivel microscópico se promedian en un volumen de control representativo. Se obtiene entonces un conjunto de ecuaciones macroscópicas para el transporte de las fases.

#### 2.2.4 Fase capilar

Los puentes que se forman cuando se dispersa una fase líquida entre partículas sólidas, inducen a fuerzas capilares entre las partículas que tienen una fuerte unión para la humectación. El comportamiento de la fuerza está determinado por la configuración geométrica, así como la naturaleza físicoquímica del sistema de partículas. Para los sistemas binarios, el líquido forma una lente en forma de puente pendular. Para partículas múltiples el estado capilar se observa como un sistema totalmente saturado de agua libre, y que a su vez puede ser dividido en subfases: funicular y Pendular. A medida que disminuye el volumen del agua libre, la transición desde el estado pendular a un estado funicular ocurre en valores cercanos al punto de saturación de la fibra y finalmente a un estado higroscópico *figura 4*.

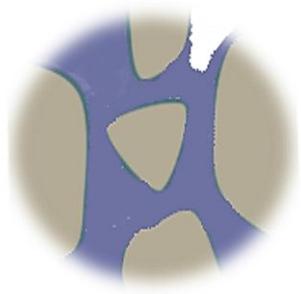
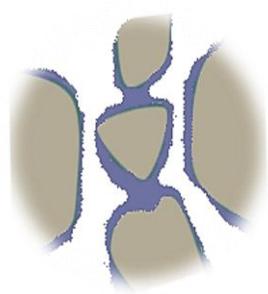
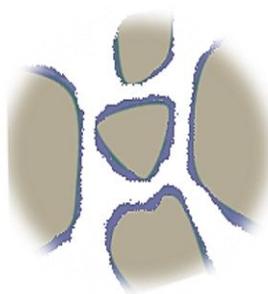
Fase no Higroscópica (capilar)		Fase Higroscópica	
			
Región Funicular	Región		Flujo
$v_l = \frac{K \cdot k_{rl}}{\mu} \nabla(P_c - P_a)$	No descrita por la física del secado en madera de Pino.		Agua libre

Figura 3. División de la fase capilar durante el secado de madera de Pino, adaptado de (Couture et al., 1996)

Siempre que dos o más fluidos coexistan en un sistema de tubos capilares, la combinación de la tensión superficial y la curvatura debida a los tubos capilares hace que las dos fases experimenten diferentes presiones. A medida que las saturaciones relativas de las fases cambian, se ha encontrado que estas diferencias de presión también cambian. La diferencia entre las presiones de dos fases cualesquiera se define como presión capilar.

La presión capilar depende de la saturación *figura 4*, conforme la saturación disminuye por el cambio de fase capilar a higroscópico, el valor de presión capilar aumenta hasta llegar a tomar valores indeterminados cuando la saturación toma valores cercanos a cero.

$$\lim_{s \rightarrow 0} P_c(S) = \pm \infty \quad [2.1]$$

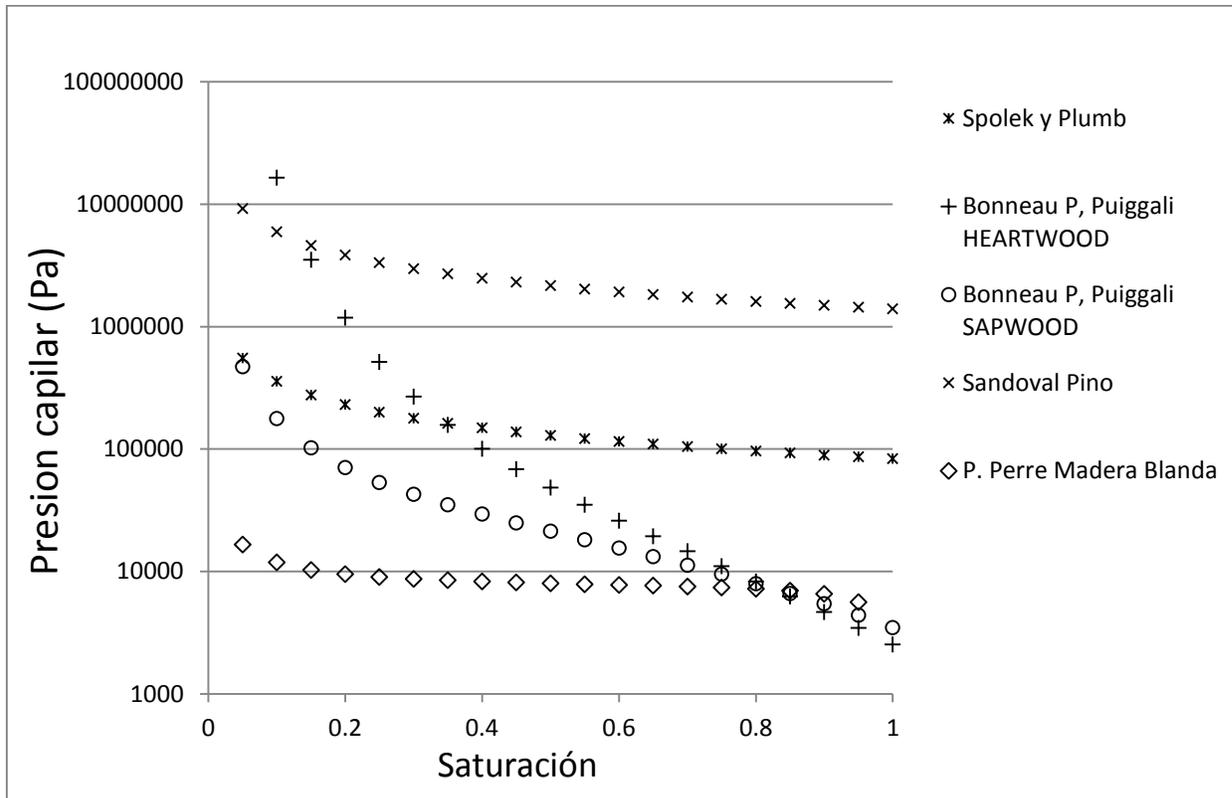


Figura 4. Funciones de presión capilar contra saturación.

### 2.3 Relación agua-madera

El agua afecta profundamente a la madera. La madera se hincha cuando las paredes celulares absorben humedad ya que las fibras se saturan. La madera por encima de un cierto contenido de humedad es biodegradable.

#### 2.3.1 Medición del contenido de humedad de la madera

El contenido de humedad de la madera se expresa usualmente como una fracción y se representa para este trabajo con la letra  $W$ .

$$W = \frac{W_w}{W_0} \quad [2.2]$$

Donde  $W_w$  es el peso del agua en la muestra y  $W_0$  es el peso seco de la madera. El peso del agua  $W_w$  se obtiene a partir de la diferencia entre el peso húmedo y el peso seco de la madera.

### 2.3.2 Punto de saturación de la fibra.

El término punto de saturación de la fibra (*psf*) fue originalmente aplicado a la madera por (Tiemann, 1906). En sus estudios observó, el efecto de la pérdida de contenido de humedad en las propiedades de resistencia de la madera, que parecía haber un contenido de humedad donde las propiedades mecánicas de la madera aumentaban. Tiemann consideró que *psf* es el contenido de humedad en el que las cavidades de las células no contenían agua líquida.

### 2.3.3 Permeabilidad

El transporte de fluidos a través de la madera puede subdividirse en dos clasificaciones principales: la primera es el flujo masivo de fluidos a través de los huecos interconectados en la estructura de madera, bajo la influencia de un gradiente de presión capilar. La segunda es la difusión que tiene lugar dentro de las paredes celulares de la madera, para el estudio de la migración de humedad a través de la madera y otros sólidos porosos es descrito por la ley de Darcy, que puede ser declarada generalmente como:

$$\text{Conductividad} = \text{flux} / \text{gradiente} \quad [2.3]$$

En la ley de Darcy la conductividad se llama permeabilidad. Hay muchas excepciones a la ley de Darcy cuando se aplica a la madera, haciendo que la permeabilidad se convierta en variable. Basado en los siguientes supuestos:

- 1) El flujo es viscoso y lineal. Por lo tanto, la velocidad lineal y el caudal volumétrico son directamente proporcionales al diferencial de presión aplicado.
- 2) El fluido es homogéneo e incompresible.
- 3) El medio poroso es homogéneo.
- 4) No hay interacción entre el fluido y el sustrato.

- 5) La permeabilidad es independiente de la longitud del espécimen en la dirección del flujo.

Podemos describir la ley de Darcy:

$$v = \frac{k}{\mu} \nabla(P) \quad [2.4]$$

Donde

$v$  es la velocidad aparente del fluido ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )

$k$  es la permeabilidad ( $\text{m}^2$ )

$\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido ( $\text{Pa} \cdot \text{s}^{-1}$ )

Donde la permeabilidad depende de la permeabilidad relativa de las fases existentes, en el caso de la madera se considera la fase líquida y la fase gaseosa y se define como la capacidad que tiene un material de permitirle a un flujo que lo atraviese sin alterar su estructura interna. Se afirma que un material es permeable si deja pasar a través de él una cantidad apreciable de fluido en un tiempo dado, e impermeable si la cantidad de fluido es despreciable.

Donde la permeabilidad relativa se expresa expresan como funciones de saturación *figura 2.3*.

$$k_{rl} = S^2 \quad [2.5]$$

$$k_{rg} = (1 - S) \quad [2.6]$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} k_{rl}(S) = 1; \quad \lim_{s \rightarrow 0} k_{rl}(S) = 0; \quad [2.7]$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} k_{rg}(S) = 0; \quad \lim_{s \rightarrow 0} k_{rg}(S) = 1. \quad [2.8]$$

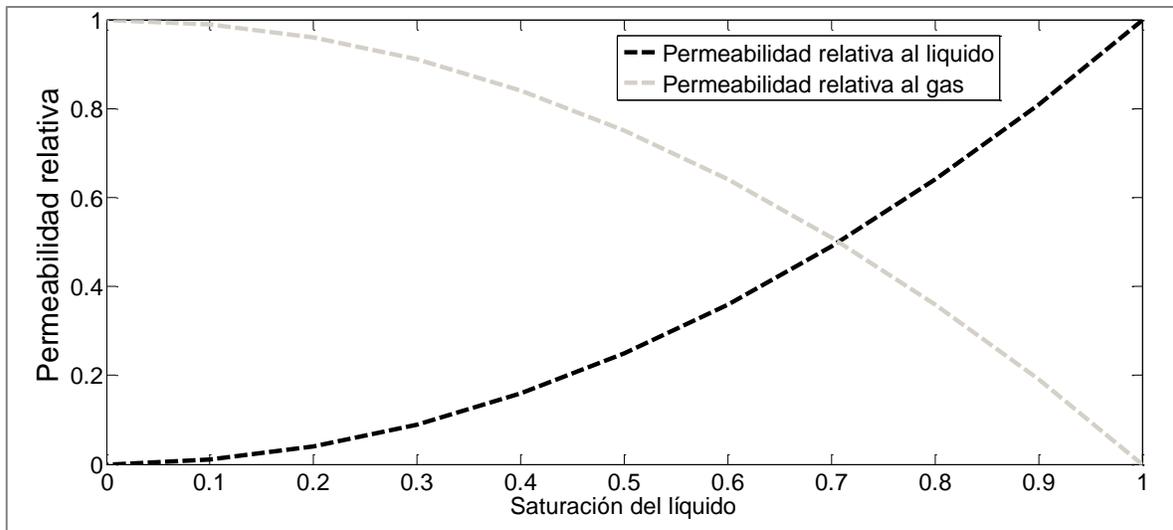


Figura 5. Permeabilidad relativa al gas y líquido.

## 2.4 Resonancia Magnética Nuclear

Las técnicas de resonancia magnética nuclear (RMN) se han aplicado para medir los contenidos de humedad de la madera en condiciones de laboratorio por Nanassy, (1974). Tales técnicas de RMN se basan en el hecho de que el núcleo de cada átomo de hidrógeno en agua es un dipolo magnético debido a su giro característico. Cuando se somete a un campo magnético estático externo de intensidad  $H_0$ , el dipolo magnético precesita alrededor de la dirección del campo  $H_0$  con una frecuencia  $f$  que es directamente proporcional a  $H_0$ . Para el núcleo básico del hidrógeno

$$F = 4.257H_0 \quad [2.9]$$

Donde  $F$  en kHz y  $H_0$  en gauss.

Sharp *et al.* (1978), existen dos técnicas para usar la RMN y medir el contenido de humedad, un estado estacionario y el otro estado inestable.

El método de estado estacionario fue utilizado por Nanassy, (1974) con un espectrómetro de RMN de banda ancha y una técnica de comparación. En esta técnica se aplica un campo electromagnético a una frecuencia  $f$  apropiada, en MHz.

También se aplica un campo magnético de intensidad variable lentamente  $H_0$ . Los núcleos absorben energía del sistema. Esta absorción de potencia se representa en función de  $H_0$  en función de  $f$ . Esta curva y su derivada dan información sobre la cantidad de agua en la madera y también sobre la movilidad relativa de las moléculas de agua para orientarse en la dirección del campo aplicado.

Se han realizado estudios de RMN similares sobre celulosa (Pittman y Tripp, 1972) y sobre alimentos (Troller y Christian, 1978), estudios en el cambio de estado del agua en semillas para determinar las condiciones de estrés (Krishnan *et al.* 2014).

#### 2.4.1 Spin nuclear

De acuerdo con la teoría de la mecánica cuántica, el vector de momento magnético nuclear está dado por:

$$\mu = \gamma I \quad [2.10]$$

Donde  $I$  es el spin nuclear definido por dos contribuciones: el espín de los protones y el espín de los neutrones; y  $\gamma$  es la constante de razón giromagnética, que es propia de cada núcleo. Los valores que puede tomar  $I$  se muestran en la *tabla 1*. Un sistema de núcleos que cumplan con la condición  $I \neq 0$  es llamado activo para RMN esto hace posible detectar la señal. Los electrones, los protones y neutrones tienen un momento angular de giro, ya sea en dirección paralela o antiparalela *figura 6*.

Tabla 1. Comportamiento del spin nuclear.

Núcleo o partícula	Spin nuclear ( $I$ )
$^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}$	0
$^1\text{H}, ^{13}\text{C}, ^{15}\text{N}, ^{19}\text{F}, ^{29}\text{Si}, ^{31}\text{P}$	1/2
$^2\text{H}, ^{14}\text{N}$	1
$^{11}\text{B}, ^{23}\text{Na}, ^{35}\text{Cl}, ^{37}\text{Cl}$	3/2
$^{17}\text{O}, ^{27}\text{Al}$	5/2
$^{10}\text{B}$	3

Para determinar el giro neto se establece:

- Si el número de neutrones y el número de protones son iguales, el núcleo no gira.
- Si el número de neutrones más el número de protones es impar, entonces el núcleo tiene un giro de  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{5}{2}$ , ...
- Si el número de neutrones y el número de protones son ambos impares, el núcleo tiene un espín entero.

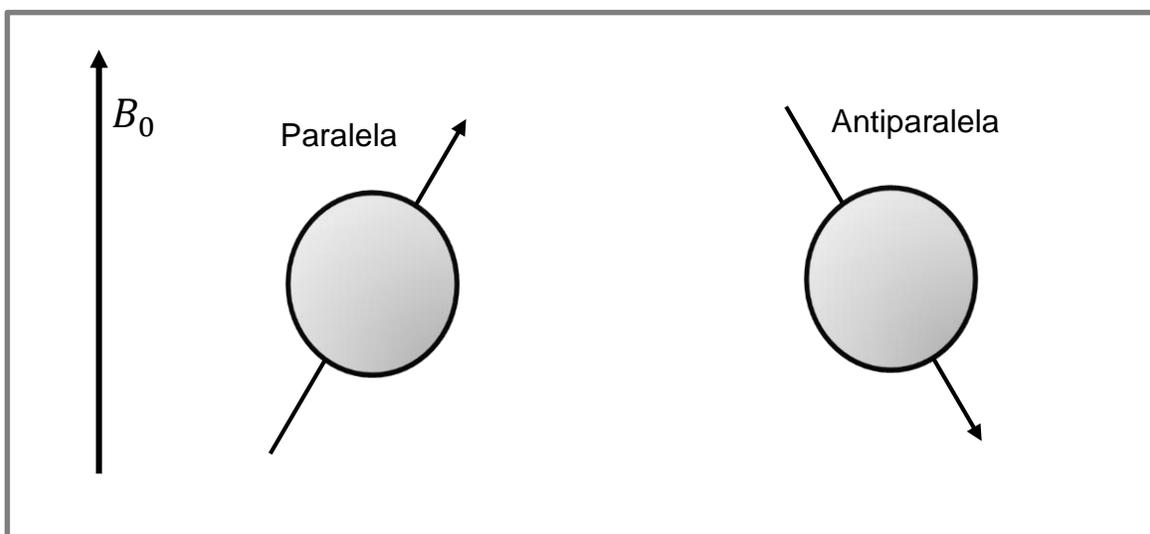


Figura 6. Estado paralelo y anti-paralelo. McRobbie et al., (2007)

#### 2.4.2 Magnetización de una población de espines.

El fenómeno de magnetización es el resultado de la interacción de un campo magnético externo, con el momento magnético de un núcleo atómico. Las cargas girando se comportan como pequeños imanes, un protón girando colocado cerca (o dentro) de un gran campo magnético externo (llamado  $B_0$ ) se alinearán con el campo externo. En el nivel atómico, algunos de los protones se alinean con el campo y algunos que se alinean en contra con el campo se anulan mutuamente. Un ligero exceso se alineará con el campo para que el resultado neto sea un alineamiento con el campo externo. Dos alineaciones son posibles, pero el que tiene el campo es

un estado de menor energía. Los protones son continuamente oscilantes de ida y vuelta entre los dos estados, pero en un momento dado, y con una muestra lo suficientemente grande, habrá una pequeña diferencia que estará alineada con el campo. Cuanto mayor sea el campo externo  $B_0$ , mayor será la diferencia en los niveles de energía y mayor es el exceso en el número alineado con el campo. El número en exceso es proporcional a  $B_0$ . La magnetización total del exceso de protones es llamado  $M_0$  (Moriel, 1997) y es manipulado con pulsos de radiofrecuencia y gradientes para obtener información global o localizada de la densidad de protones (Hernández, 2012).

## 2.5 Ecuaciones de estado y términos constitutivos

### 2.5.1 Porosidad

La porosidad definida como el volumen del poro dividido entre el volumen total ocupado por el medio poroso (Pinder and Gray, 2008).

$$\varepsilon = \frac{\text{Volumen de poros}}{\text{Volumen total}} \quad [2.11]$$

Para el cálculo de la fracción líquida y la fracción sólida, se deducen a partir del concepto de saturación (Wu y Peng, 2009)

$$\varepsilon = 1 - \varepsilon_s \quad [2.12]$$

$$\varepsilon = \varepsilon_l - \varepsilon_g \quad [2.13]$$

Donde las fracciones de volumen del líquido y el gas son dadas por las siguientes relaciones:

$$\varepsilon_l = \varepsilon \cdot S \quad [2.14]$$

$$\varepsilon_g = \varepsilon(1 - S) \quad [2.15]$$

### 2.5.2 Saturación

La saturación es la fracción volumen de espacios llenos por el líquido o por el gas.

$$S = \frac{V_{\text{liquido}}}{V_{\text{vacio}}} \quad [2.16]$$

Cuando el medio está totalmente saturado de agua líquida el valor de S es igual a 1, y cuando el medio está totalmente seco el valor de S es igual a cero.

Se llama saturación a la presencia de agua libre en el medio, y comúnmente se relaciona la saturación con el contenido de humedad, la cual se puede escribir de la siguiente manera (Wu y Peng, 2009).

$$W = \frac{\phi \rho_l}{(1 - \phi) \rho_s} S \quad [2.17]$$

Donde  $\rho_l$  y  $\rho_s$  son la densidad del agua y la densidad del sólido respectivamente, W es el contenido de humedad y S es saturación de agua líquida.

Para el dominio higroscópico.

$$W = \frac{\text{Masa de Agua Ligada}}{\text{Masa de sólido seco}} \quad [2.18]$$

### 2.5.3 Presión del gas

La fase gas, es una mezcla de gas y vapor de agua. La presión total del gas es la suma de las presiones parciales del vapor y el aire (Turner, 1996)

$$P_g = P_v - P_a \quad [2.19]$$

Donde los subíndices g,v,a representan las presiones de gas, vapor de agua y aire respectivamente. Además se asume que los gases se comportan como gases ideales

$$P_i = \frac{\rho_i RT}{m_i} \quad [2.20]$$

Donde

$$\rho_g = \rho_a = \rho_v \quad [2.21]$$

Donde  $i = g, v, a$  y R es la constante de los gases ideales y  $m_i$  es el peso molecular. Un peso molecular promedio para el gas puede ser obtenido de la siguiente forma.

$$m_g = m_a + (m_v + m_a) \frac{P_v}{P_g} \quad [2.22]$$

#### 2.5.4 Humedad relativa.

La Humedad relativa (HR) es la relación entre la presión de vapor en la mezcla aire vapor ( $P_v$ ) y la presión de saturación de vapor a una temperatura (T) dada, donde la humedad relativa toma valores de 0 a 1.

$$HR = \frac{P_v}{P_{vsat}(T)} \quad [2.23]$$

# Capítulo 3

## Materiales y método.

- 3.1 Recolección de las muestras.
  - 3.1.1 Determinación del contenido de humedad.
- 3.2 Determinación del contenido de humedad inicial.
- 3.3 Secado convectivo de madera.
  - 3.3.1 Materiales y equipos.
  - 3.3.2 Diseño experimental.
- 3.4 Mediciones de contenido de humedad por resonancia magnética nuclear.
  - 3.4.1 Materiales y equipos.
  - 3.4.2 Diseño experimental RMN.
  - 3.4.3 Determinación de los perfiles de contenido de humedad a partir de la magnetización total por RMN.



### 3.1 Recolección de las muestras.

Se obtuvieron 25 muestras de madera de pino *pseudostrobus* en estado fresco. Las muestras fueron adquiridas en el aserradero “Pueblos Mancomunados” ubicado en la comunidad de Macuilxóchitl de Artigas Carranza situada en el Municipio de San Jerónimo Tlacoahuaya, Oaxaca, México. Que se encuentra a 30 minutos de la capital del Estado de Oaxaca, *figura 7*.

En el momento de recolección de las muestras se rociaron con agua y se envolvieron en papel aluminio y para el traslado se utilizaron bolsas de plástico Ziploc® con sello hermético, con el fin de mantener la humedad. Las muestras se mantuvieron en refrigeración a 5 grados centígrados, en el laboratorio del CIIDIR – Oaxaca hasta que fueron utilizadas para las pruebas de secado.

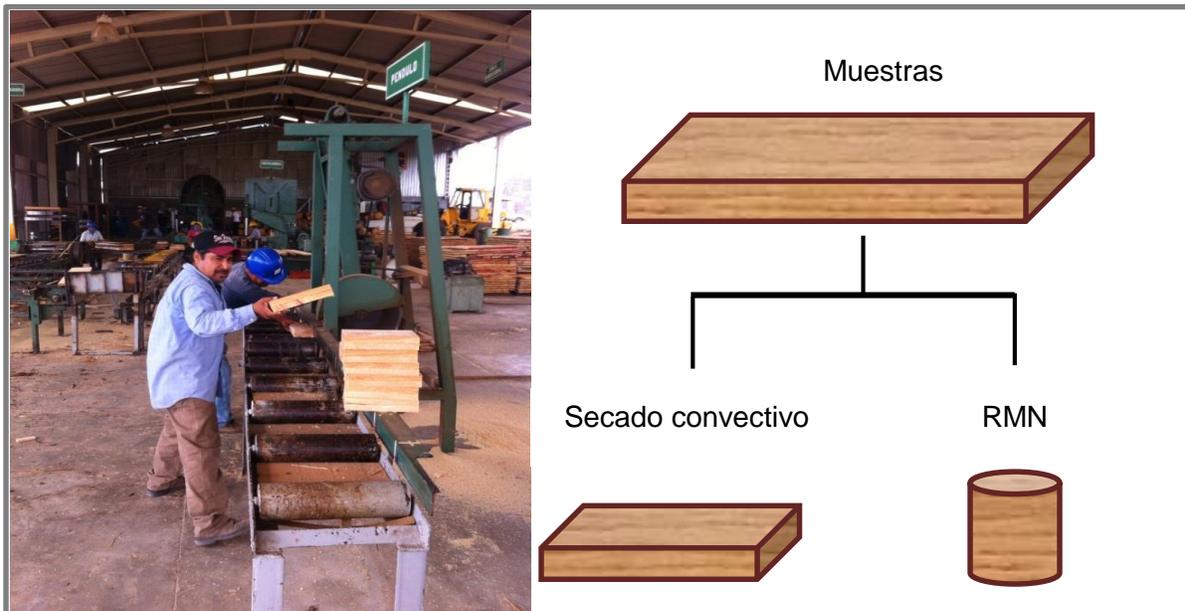


Figura 7. Obtención de las muestras

### 3.2 Determinación del contenido de humedad inicial

Para la determinación del contenido de humedad inicial, se utilizaron las normas DIN 52183, ISO 3130, y ASTM D-4442-84. La metodología es la siguiente:

1. Se seccionan algunas probetas y se pesan en una balanza, para registrar el peso inicial.
2. Posteriormente se sometieron a un proceso de secado en estufa a una temperatura de 115 °C +/- 2 °C durante 24 horas, o hasta registrar un peso constante.
3. Cuando las probetas alcanzaron el peso constante, se extrajeron para obtener el peso final.
4. La relación entre la cantidad de masa de agua eliminada y el peso final (peso seco) permitió calcular el contenido de humedad de la madera con la siguiente fórmula.

$$W_i = \frac{\text{Peso húmedo} - \text{Peso seco}}{\text{Peso seco}} \quad [3.1]$$

Donde  $W_i$  representa el contenido de humedad de la muestra en base seca (kg de agua/kg de masa seca).

### 3.3 Secado convectivo de madera.

#### 3.3.1 Materiales y equipos.

El proceso de secado convectivo forzado con aire caliente se realizó en un secador tipo túnel con flujo longitudinal del laboratorio de tecnología agroalimentaria del CIIDIR Unidad Oaxaca, *figura 8*. El aire en el túnel se calienta mediante resistencias eléctricas manteniéndose a una temperatura constante mediante un controlador PID (proporcional integral diferencial). La velocidad de flujo de aire del secador se mantuvo a una velocidad de aire de 2.5 m/s. Las características de los componentes a continuación se describen.

- La humidificación del aire se realizó de manera manual, mediante un dispersor de vapor introducido en el ducto inferior del túnel, el dispersor será suministrado por un generador de vapor marca Anghinetti SRL, modelo TV/G2F con capacidad para 5 L, y alimentado con agua purificada, para minimizar las incrustaciones de sales.
- La medición de humedad y temperatura se efectuó con la ayuda de un sensor de humedad HUMICAP HMP234 marca VAISALA (2% error, previamente calibrado con sales, ASTM E104-85) que mide la temperatura del bulbo húmedo. Este instrumento se conectó al equipo de adquisición de datos para recibir las señales de los termopares y celda de carga en tiempo real, acondicionarla y transmitirla en forma digital a una PC.
- La temperatura de bulbo seco, humedad relativa y velocidades de aire se midieron en tiempo real empleando un sistema de adquisición de datos FieldPoint®.
- El control de las condiciones variables en el túnel se realizó mediante un controlador automático programable marca National Instruments® FP-1000, el cual permite la incorporación de un sistema de entrada de datos y salida de control de procesos en tiempo real.

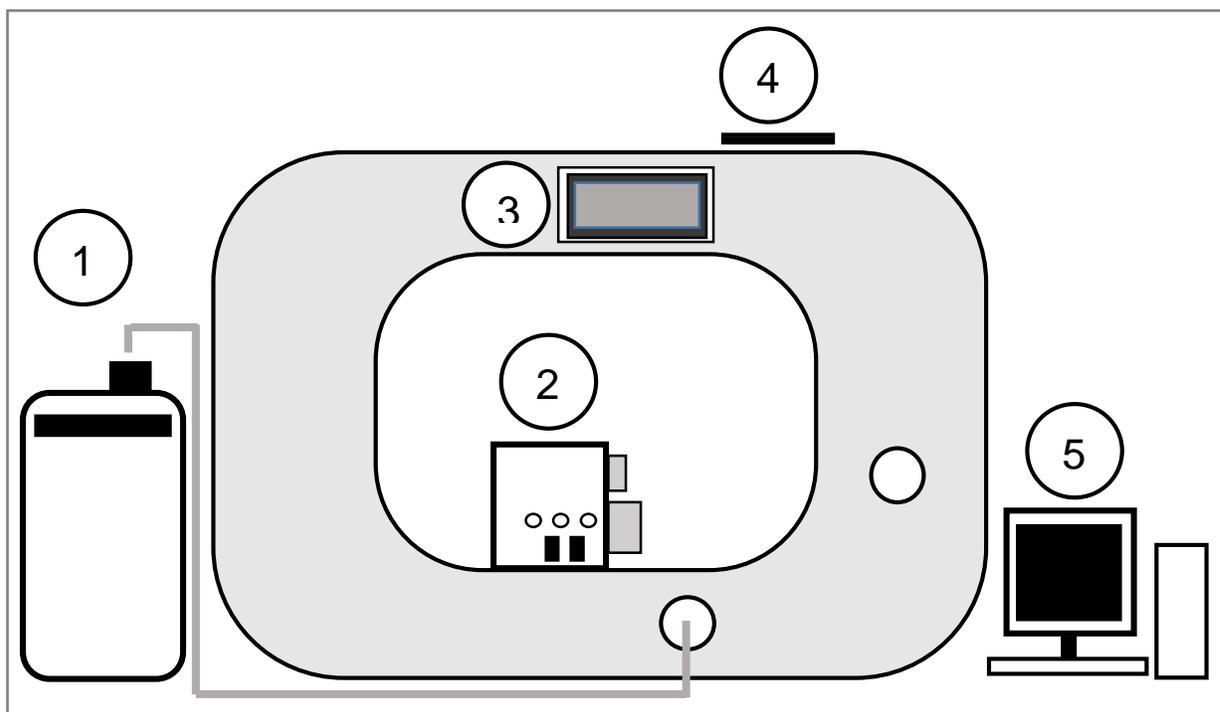
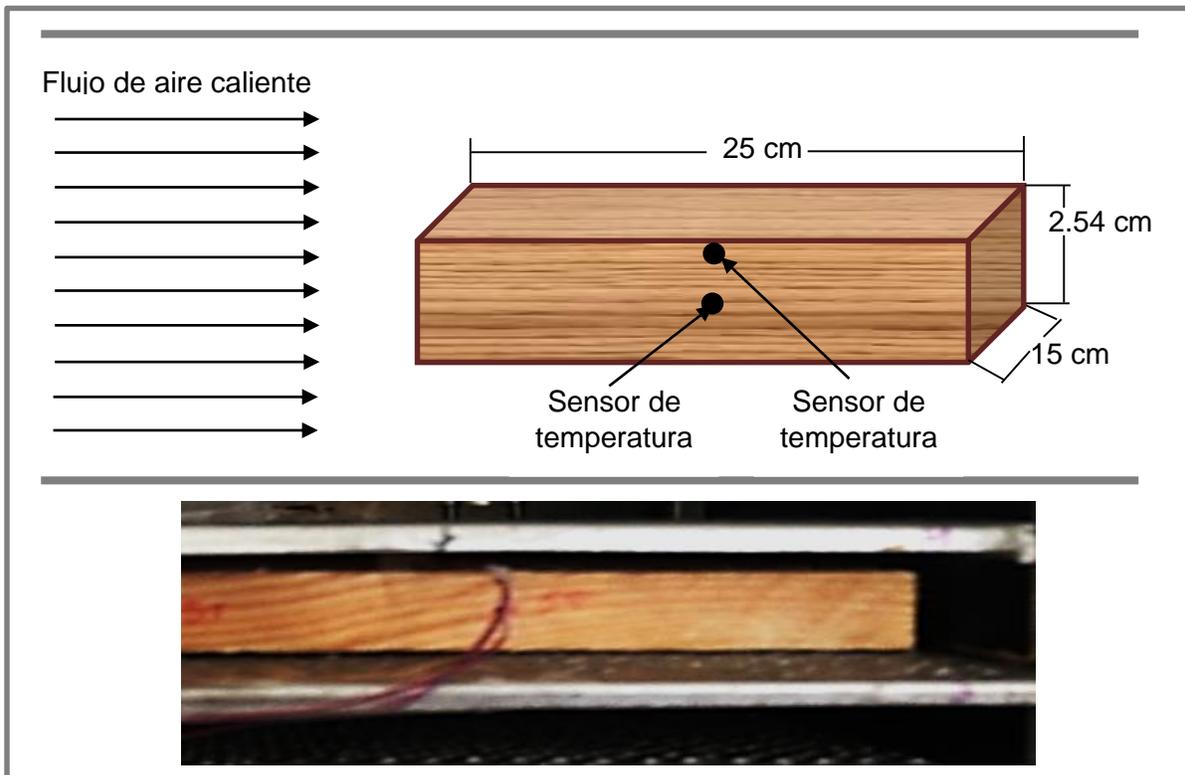


Figura 8. Diagrama del túnel de secado: 1) Generador de vapor. 2) Control automático de temperatura y velocidad de aire. 3) Celda de carga. 4) Balanza. 5) Computadora.

Las variables respuesta de los experimentos de secado convectivo es la cinética de secado y los perfiles de temperatura. Por ello se utilizó muestras de madera de 0.15 m x 0.25 m x 0.025 m, se monitoreó la pérdida de peso de la muestra hasta llegar a un peso constante. La temperatura del centro y la temperatura de la superficie se registró con termopares (se colocaron en el centro del material y en la superficie en dirección tangencial) de la marca VAISALA como se muestra en la *figura 9*.



*Figura 9. Muestras para secado convectivo.*

### 3.3.2 Diseño experimental.

Para la obtención de datos experimentales, que sirvan para la validación del modelo matemático. Se utilizó un diseño factorial de un factor y un nivel, donde el factor a utilizar es la temperatura y el nivel es de 60 °C. La velocidad de aire se será

constante a 2.5 m/s, una humedad relativa constante de 25%. El experimento se realizó por duplicado, un total de 2 experimentos, *tabla 2*.

Tabla 2. Corrida experimental: Numero de tratamientos, repeticiones y total de experimentos

Tratamientos	Factor (Temperatura)	
1	T	60 °C
2		
Repeticiones	2	
Tratamientos	1	
Total de experimentos	2	

### 3.4 Mediciones de contenido de humedad por resonancia magnética nuclear.

#### 3.4.1 Materiales y equipos.

Se utilizó un espectrómetro Oxford Instruments Maran DRX HF 12/50. La técnica CPMG permite la determinación de la amplitud de la señal RMN, el cual se encuentra en el laboratorio de técnicas no destructivas y análisis de materiales del CIIDIR unidad Oaxaca, *figura 10*. Se utilizaron experimentos para determinar la magnetización total de  $^1\text{H}$  en muestras de madera, en periodos de tiempo variables conforme a secado convectivo, *tabla 2*. Los perfiles de magnetización total de humedad se obtuvieron con la técnica SPRITE.

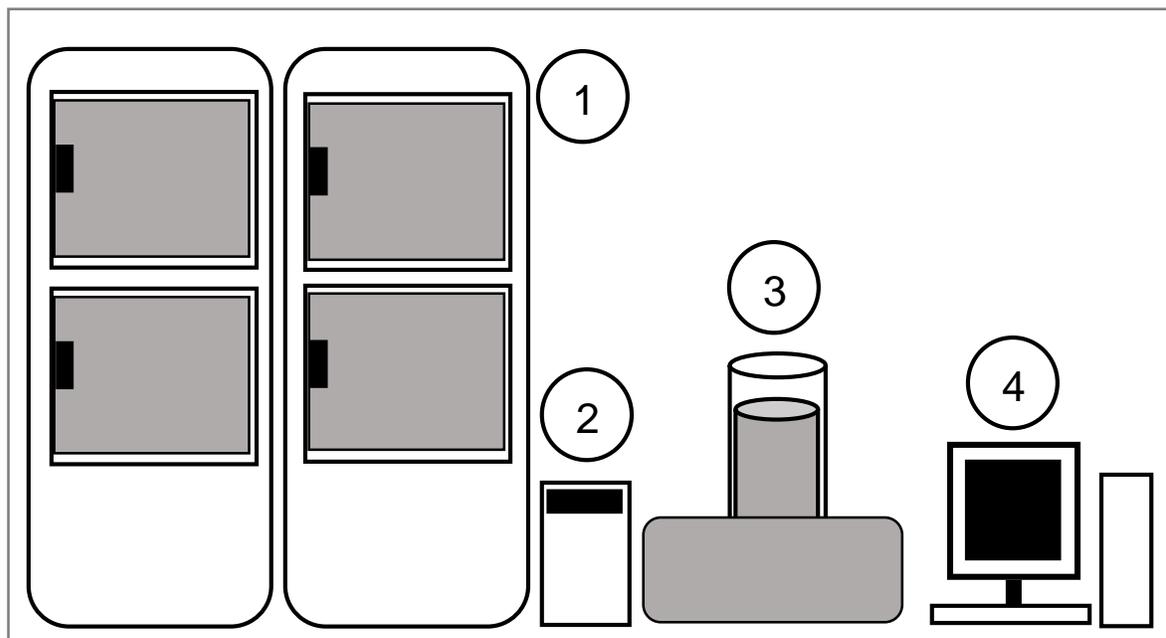


Figura 10. Diagrama de resonancia magnética nuclear: 1) Controladores. 2) Enfriador. 3) Emisor/receptor. 4) Computadora.

La variable respuesta de los experimentos de RMN, son los perfiles de contenido de humedad en el espesor. Por ello se utilizó muestras de madera de 0.0254 m de Para asegurar la migración longitudinal en presencia de secado convectivo, la muestra se aisló térmicamente con cinta teflón, una capa de policloruro de vinilo (PVC) hidráulico y para la sujeción se utilizaron abrazaderas metálicas, *figura 11*.



Figura 11. Muestras de madera utilizadas por la técnica de resonancia magnética nuclear.

### 3.4.2 Diseño experimental RMN.

Para la medición de  $^1\text{H}$  en RMN, la muestra se dejó sin ningún recubrimiento para su análisis, los tiempos de medición se llevaron a cabo en periodos de tiempo controlados, *tabla 3*. Las muestras se transportaron en forma que no existiera pérdida de calor. Una vez hechas las mediciones por RMN por cada tiempo, las muestras fueron cubiertas por la capa de cinta teflón, PVC hidráulico y sujetadas por las abrazaderas y llevadas al túnel de secado convectivo hasta terminar el monitoreo y la experimentación de secado convectivo.

Tabla 3. Determinación de los perfiles de  $^1\text{H}$  durante el secado convectivo.

Número de muestreo	Horas de exposición a secado convectivo
1	0 horas
2	1 hora
3	2 horas
4	3 horas
5	4 horas
6	5 horas
7	6 horas
8	8 horas
9	10 horas
10	12 horas
11	16 horas
12	20 horas
Total de muestras escaneadas	12

### 3.4.3 Determinación de los perfiles de contenido de humedad a partir de la magnetización total por RMN.

Para la determinación de los perfiles de contenido de humedad de magnetización total RMN.

- Basado en la señal de magnetización total en el tiempo cero, se determina el valor promedio inicial de magnetización  $M_0$ , que corresponde al contenido de humedad inicial de las muestras.
- Basado en la señal de magnetización total a las 20 horas, se determina el conjunto de valores que corresponden al espesor de la muestra. El valor promedio se iguala al valor de contenido de humedad experimental a las 20 horas para determinar el ajuste de la señal.
- Para los valores de contenido de humedad en diferentes tiempo, se calculó a partir de la siguiente fórmula.

---

$$W_{\text{mag}} = \frac{M_0}{M_{ti}} \quad [3.2]$$

Donde  $W_{\text{mag}}$  es el valor de contenido de humedad magnetizado por RMN,  $M_0$  es el valor promedio inicial de magnetización y  $M_{ti}$  es el valor de magnetización en el tiempo  $i$ .

# Capítulo 4

## Modelo matemático

- 4.1 Geometría
- 4.2 Supuestos
- 4.3 Transporte de masa.
  - 4.3.1 Flujo del agua líquida.
  - 4.3.2 Transporte de la fase gaseosa.
  - 4.3.3 Transporte de aire seco.
  - 4.3.4 Transporte de la fase de agua ligada.
- 4.4 Transferencia de calor.
- 4.5 Condiciones Iniciales.
- 4.6 Condiciones frontera.
- 4.7 Propuesta de escritura de la función de permeabilidad relativa al líquido
- 4.8 Resumen de ecuaciones y parámetros de entrada.



Para la transferencia de humedad se considera el agua libre, agua ligada y vapor de agua durante el secado. Los mecanismos de transporte que se tomaron en cuenta en el modelo matemático, que explican el movimiento de humedad en el proceso de secado son el flujo del líquido debido a la capilaridad, la difusión del vapor de agua, la convección de vapor en un flujo de gas (aire) y difusión del agua ligada, la temperatura y el aire seco.

#### 4.1 Geometría.

La geometría es unidireccional, se establece esta geometría con la finalidad de simplificar el modelo y el tiempo de solución.

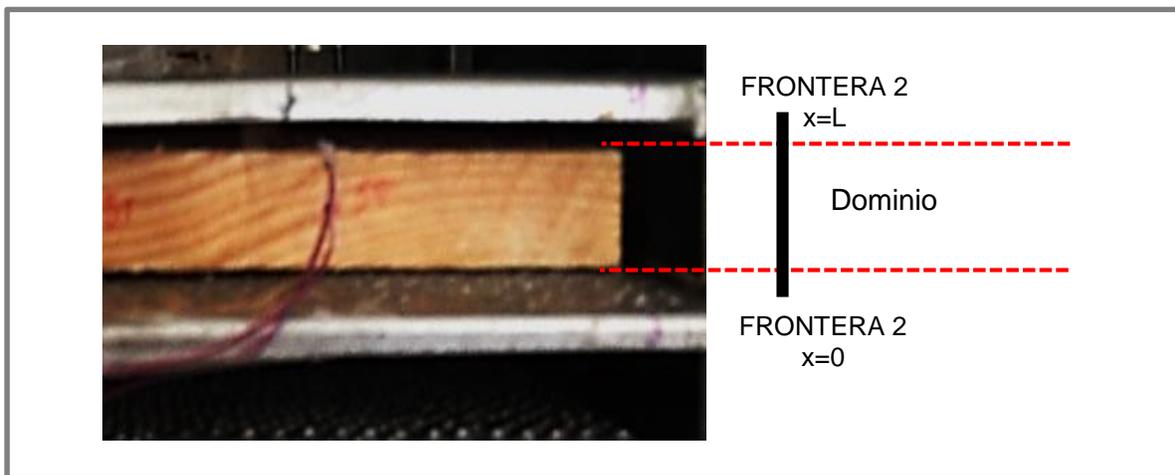


Figura 12. Geometría unidimensional.

La geometría consta de un dominio y 2 contornos o fronteras, dichas fronteras están expuestas a secado convectivo, *figura 12*. Donde existe un intercambio de calor y masa en sus fronteras.

#### 4.2 Supuestos.

- Las fases sólido y gas son continuas, como lo es la fase líquida por encima del punto de saturación de la fibra (FSP) que se divide en dos zonas: funicular y pendular.

- La mezcla binaria de aire y gas se comporta como un gas ideal.
- La ley de Darcy es válida para el gas y la fase líquida libre en la zona funicular y es una combinación de mecanismos en la fase pendular.
- La gravedad no es incluida para la fase gas y líquida.
- Existe un equilibrio termodinámico local que permite suponer que las medidas de temperatura de cada fase son iguales.
- La fase capilar puede ser dividida en dos subfases: funicular y la pendular.

### 4.3 Transporte de masa.

El modelo estará basado en el *Elemento de volumen representativo (EVR)*, introducido por Whitaker (1977). Donde el volumen de un material poroso se puede asociar a una serie de puntos en el espacio, según sea la dimensión a utilizar. Cada uno de estos puntos contiene las tres fases, no importando en qué lugar del dominio del material nos encontremos, este siempre contendrá las tres fases.

El movimiento del líquido y vapor a través de un medio rígido poroso, donde,  $s$  representa la fase sólida,  $l$  representa la fase líquida y  $g$  la fase gas.

Donde cada fase presente en el material, es determinada de la siguiente manera

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad [4.1]$$

Ecuación de continuidad en especies

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i v_i) = 0 \quad [4.2]$$

El agua en la madera existe en diferentes fases, si consideramos la fase de agua libre, vapor de agua, agua ligada y aire seco para la madera como un medio poroso higroscópico del cual se derivan un conjunto de ecuaciones de conservación (Perré y Turner 1999).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_l \rho_l) + \nabla(\rho_l v_l) = -m_{lv} - m_{lb} \quad \text{Agua libre} \quad [4.3]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_g \rho_v) + \nabla(\rho_v v_v) = m_{lv} \quad \text{Vapor de agua} \quad [4.4]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_s \rho_b) + \nabla(\rho_b v_b) = -m_{bv} + m_{lb} \quad \text{Agua ligada} \quad [4.5]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_s \rho_a) + \nabla(\rho_a v_a) = 0 \quad \text{Aire seco} \quad [4.6]$$

Donde  $\rho_s$  es la densidad de la matriz sólida,  $\rho_l$  es la densidad del agua libre,  $\rho_g$  es la densidad del gas,  $\rho_a$  es la densidad del aire,  $\rho_b$  es la densidad del agua ligada y donde  $v_l$  es la velocidad del líquido,  $v_v$  es la velocidad del vapor,  $v_b$  es la velocidad del agua ligada,  $v_g$  es la velocidad del gas, la fase gas se refiere a la mezcla aire vapor.

Asumiendo que existe un estado de equilibrio al paso del tiempo, las dos ecuaciones de transporte de agua líquida y vapor de agua, pueden ser sumadas en una sola ecuación, que describe la transferencia total de agua.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_l \rho_l + \varepsilon_g \rho_v) + \nabla(\rho_l v_l + \rho_v v_v) = -m_{lv} + m_{lv} - m_{lb} + m_{lb} \quad [4.7]$$

Dividiendo entre la densidad del sólido y obtenemos una ecuación con respecto a la variable  $W$  que es el contenido de humedad en el material (kilogramos de agua/kilogramos de sólido seco)

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (\rho_l v_l + \rho_v v_v + \rho_b v_b) \right\} \quad [4.8]$$

Donde el flujo de agua líquida puede ser escrito como  $J_l$  y el flujo de vapor como  $J_v$  y el flujo de agua ligada como  $J_b$ .

$$J_l = \rho_l v_l \quad [4.9]$$

$$J_v = \rho_v v_v \quad [4.10]$$

$$J_b = \rho_b v_b \quad [4.11]$$

Sustituyendo los flujos, se obtiene la ecuación de transferencia de masa.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (J_l + J_v + J_b) \right\} \quad [4.12]$$

#### 4.3.1 Flujo del líquido.

El transporte de agua líquida en la madera por encima del punto de saturación de las fibras en la región no higroscópica es usualmente descrito por la ley de Darcy. Se requiere el conocimiento de capilaridad y permeabilidades intrínsecas y relativos para su correcto estudio predictivo (Kang y chung, 2009).

La relación constitutiva de agua libre se asume que sigue un comportamiento generalizado que se puede describir con la ley de Darcy para la cual la velocidad promedio de masa, dada por la siguiente ecuación.

$$v_l = -\frac{K k_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_l + \rho_s g) \quad [4.13]$$

Donde  $g$  es la fuerza de gravedad,  $P_l$  la presión de la fase líquida en el líquido,  $\mu_l$  es viscosidad dinámica,  $K$  es la permeabilidad absoluta y  $k_{rl}$  es la permeabilidad relativa del líquido.

Se ha demostrado que las fuerzas que ejerce el cuerpo debido a la gravedad son muy pequeñas y por lo tanto despreciables (Spolek y Plumb, 1981).

La presión del agua libre esta descrita de la siguiente manera

$$P_l = P_g - P_c \quad [4.14]$$

Sustituyendo la ecuación de la presión del líquido y el efecto de la densidad del líquido.

$$\rho_l v_l = -\rho_l \frac{K_l k_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_g - P_c) \quad [4.15]$$

Donde el segundo término traduce el desplazamiento del líquido bajo la acción de un gradiente de presión de la fase gaseosa (Turner et al., 2010).

#### 4.3.1.1 Permeabilidad absoluta.

La permeabilidad específica o absoluta es una propiedad de la madera que depende fundamentalmente de los espacios disponibles para el flujo del fluido a través de su estructura anatómica.

Kininmonth y Whitehouse (1991) la permeabilidad tangencial es mayor a la radial debido a que la mayoría de las traqueidas se encuentran unidas a pares de puntuaciones, por sus caras radiales, contribuyendo de esta forma al flujo tangencial. Así mismo, el flujo tangencial es superior al flujo radial, debido a que las traqueidas se encuentran conectadas, por sus paredes radiales a pares de puntuaciones areoladas, lo que implica que el flujo se difunda fácilmente dentro del anillo de crecimiento en la dirección tangencial. En albura para Pino radiata es más permeable que la madera tardía como se muestra en la *tabla 4*.

Tabla 4. Funciones de permeabilidad absoluta

Función	Especie	Referencia
$k_g = 5 \times 10^{-15}$ $k_l = 10 k_g$	Pino sureño	(Stanish, 1986)
$k_g = 4 \times 10^{-15}$ $k_l = 5 k_g$	Madera blanda	(Perre y Turner, 2006)
$k_g = 4 \times 10^{-16}$ $k_l = k_g$	Albura de pino	(Couture et al., 1996)
$k_g = 5 \times 10^{-18}$ $k_l = 0.1 k_g$	Madera blanda	(Perre y Degiovanni, 1990)

4.3.1.2 Permeabilidad relativa

Debido a las dificultades en la medición de la permeabilidad relativa, existen funciones para calcularla como una función de saturación, se han desarrollado en sus inicios en la ciencia del suelo y de la ingeniería de petróleo. En primer lugar, la función que se utiliza con frecuencia para secado de la madera como una función de saturación es la siguiente.

Cuando  $0 < S < 1$

$$k_{rl} = S^\alpha \quad k_{rg} = (1 - S)^\beta \quad \alpha, \beta > 1 \quad [4.16]$$

Donde  $\alpha, \beta$  es diferente en la dirección estructural debido a la anisotropía de la madera ( $\alpha, \beta = 3$  en la dirección transversal y  $\alpha, \beta = 8$  en la dirección de la fibra),  $k_{rl}$  es permeabilidad relativa al líquido,  $k_{rg}$  es permeabilidad relativa al líquido, S saturación.

Esta ecuación es aplicable por encima del punto de saturación de la fibra, y con valores entre 0 y 1 para la saturación, *figura 13*.

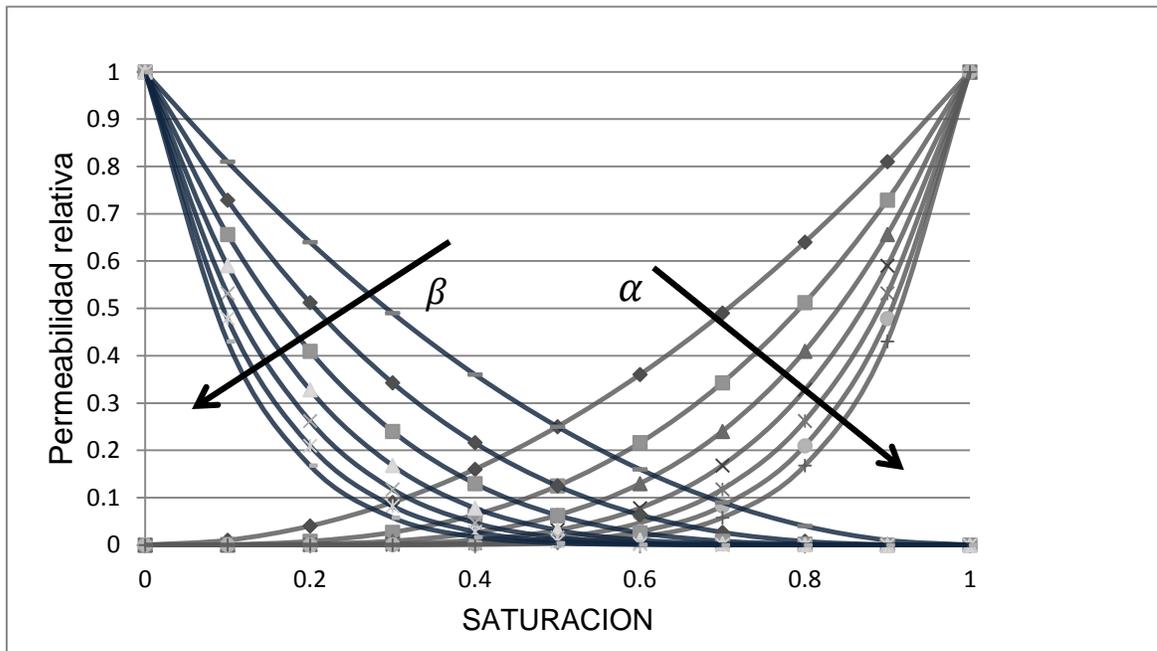


Figura 13. Funciones de permeabilidad

Algunos autores dividen la fase no higroscópica en dos partes por el uso del concepto del punto de saturación irreducible ( $S = S_{irr}$  o  $W = W_{irr}$ ) con el enfoque que por encima de ese nivel, la fase líquida, es continua llamada región funicular y discontinua en la región llamada pendular que es por debajo del punto de saturación irreducible (Spolek y Plumb, 1981; Couture, 1996), figura 14.

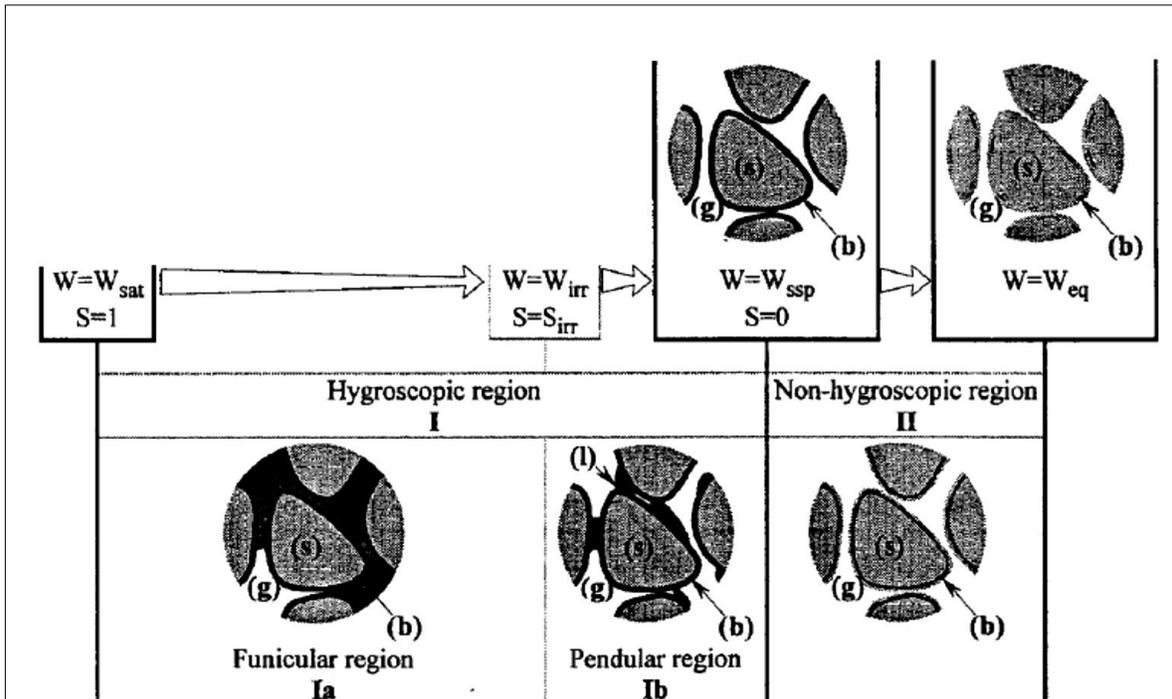


Figura 14. División de la fase capilar (Couture *et al.*, 1996).

Al usar el concepto de saturación, en la fase capilar la continuidad de fase líquido se interrumpe cuando la saturación cae por debajo de saturación irreducible ( $S_{irr}$ ) por lo que el flujo de líquido ya no es posible, por ello las funciones de permeabilidad relativa al líquido y permeabilidad relativa al gas son ajustadas (Couture *et al.*, 1996)

Cuando  $S > S_{irr}$

$$k_{rl} = \left\{ \frac{(S - S_{irr})}{(1 - S_{irr})} \right\}^{\alpha} \quad k_{rg} = \left\{ \frac{(1 - S)}{(1 - S_{irr})} \right\}^{\beta} \quad [4.17]$$

Cuando  $S < S_{irr}$

$$k_{rl} = 0 \quad k_{rg} = 1 \quad [4.18]$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes. Donde  $k_{rl}$  y  $k_{rg}$  son ajustadas a un punto  $S_{irr}$ , figura 15.

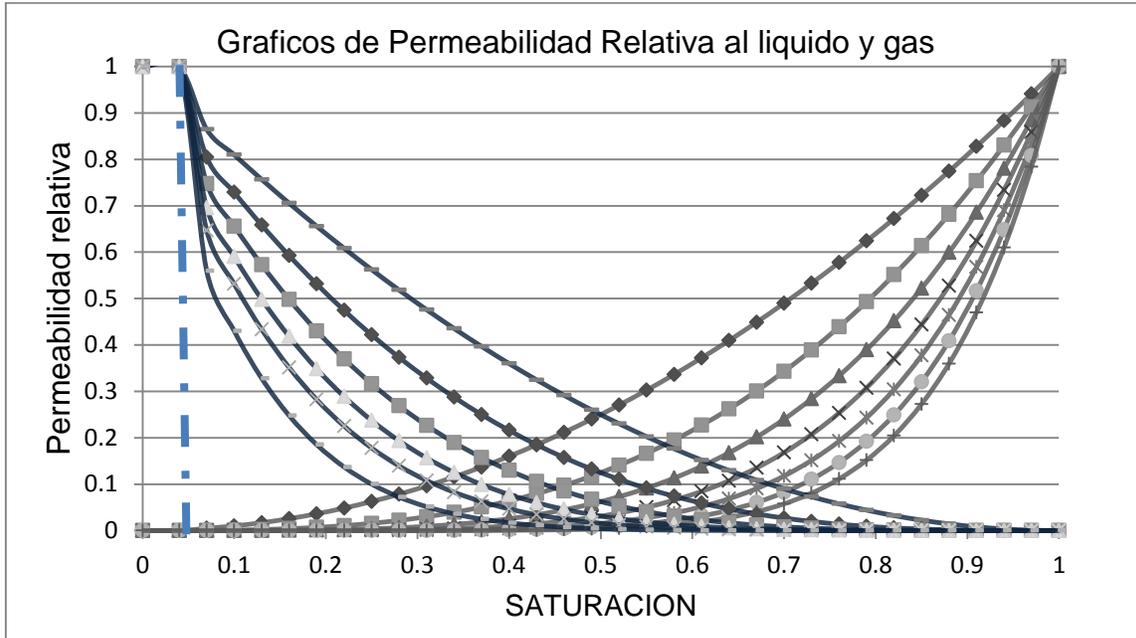


Figura 15. Funciones de permeabilidad acotadas por el punto de saturación irreducible.

Donde las funciones de permeabilidad relativa al líquido y gas pueden tener diferentes escrituras con respecto a la especie de madera, ingresando el concepto de saturación irreducible *tabla 5*.

Tabla 5. Escritura de funciones de permeabilidades relativas acotadas por un punto de saturación irreducible.

Función	Especie	Referencia
$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2$ $k_{rl} = S^3$	Madera blanda	(Perre <i>et. al</i> , 1987)
$k_{rg} = 0.95(1 - \frac{M_{fw}}{M_{cr}})^2 + 0.05$ $k_{rl} = 0.95(\frac{M_{fw}}{M_{cr}})^2$ Cuando $o < M_{fw} < M_{cr}$	Madera blanda	(Perre y Degiovanni, 1990)

$k_{rg} = 0.05 \left( \frac{M_{sat} - M_{fw}}{M_{sat} - M_{cr}} \right)$ $k_{rl} = 0.05 \left( \frac{M_{sat} - M_{fw}}{M_{sat} - M_{cr}} \right) + 0.95$ <p>Cuando <math>M_{cr} &lt; M_{fw} &lt; M_{sat}</math></p>		
---	--	--

Para el cálculo de la saturación irreducible y el contenido de humedad irreducible, establecemos que la presión capilar que es igual a la presión del gas menos la presión del agua libre. El flujo capilar originado por estas fuerzas de arrastre hace que el agua interior se mueva de una célula a otra buscando la superficie de las piezas de madera. Mientras el proceso de secado avanza el agua libre de las cavidades celulares se elimina, la humedad que permanece en la madera se encuentra en forma de vapor en las cavidades celulares o en forma de agua higroscópica en los espacios intermicelares de las paredes celulares. La acción capilar se desplaza progresivamente hacia el centro de la madera para desaparecer gradualmente cuando el contenido de humedad de las células del interior tiende hacia el punto de saturación de la fibra. Donde tenemos que.

$$P_c = P_g - P_l \quad [4.19]$$

Donde la escritura de presión capilar en madera de Pino está en función de la saturación de agua libre, donde:

$$P_c = 8.4 \times 10^4 S^{-0.63} \quad [4.20]$$

#### 4.3.2 Transporte de la fase gaseosa

Puede ser descrita por la combinación de la ley de Fick y la ley de Darcy. Cuando se describe el transporte de gases como vapor de agua y aire seco es necesario considerar el transporte difusivo y por convección de las fases. Para el transporte de la fase gaseosa tenemos la siguiente ecuación (Krabbenhøft, 2003).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_g \rho_i) + \nabla(\rho_i v_g) + \nabla(\rho_i u_i) \quad \text{con } i = v, a \quad [4.21]$$

Para el transporte convectivo, se utiliza la ley de Darcy, donde el transporte está dado por  $v_g$  queda de la siguiente manera:

$$v_g = \frac{K k_{rg}}{\mu_g} \nabla P_g \quad [4.22]$$

Y para la parte difusiva se utilizó la ley de Fick. Esto implica que la difusión de vapor dentro del aire es opuesta a la difusión de aire dentro del vapor. El coeficiente de difusión binario depende principalmente de la tortuosidad, porosidad, temperatura y presión del gas (Wook et al., 2008). La siguiente relación para la difusión binaria fue tomada por Perré y Stanish (Perré, 1999).

$$\text{Si} \quad D_{eff}^{va} = D_{eff}^{av} = D_{eff} \quad [4.23]$$

$$D_{eff} = \alpha \cdot \varepsilon \cdot D_v \quad [4.24]$$

$$D_v = 2.20 \times 10^{-5} \left( \frac{T}{273.15} \right)^{1.75} \left( \frac{101325}{P_g} \right) \quad [4.25]$$

Tenemos:

$$\rho_v u_v = -\rho_g D_{eff}^{va} \nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad [2.26]$$

$$\rho_a u_a = -\rho_g D_{eff}^{av} \nabla \left( \frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad [2.27]$$

A partir de la definición de velocidad promedio de masa resulta:

$$v_g = \frac{\rho_v v_v + \rho_v v_v \rho_a v_a}{\rho_g} \quad [2.28]$$

Expandiendo

$$\rho_g v_g = \rho_v v_v + \rho_v v_v \rho_a v_a = \rho_g v_g + \rho_v u_v + \rho_a u_a \quad [2.29]$$

Si

$$\rho_v u_v + \rho_a U_a = 0 \quad [2.30]$$

Donde

$$\nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) = -\nabla \left( \frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad [2.31]$$

#### 4.3.2.1 Transporte de vapor de agua.

A través de la combinación de mecanismos anteriormente descritos se representa el transporte de vapor de agua con la siguiente formulación matemática.

$$J_v = -\rho_v \left( \frac{K_g k_{rg}}{\mu_g} \right) \cdot \nabla P_g - \rho_g D_{eff} \cdot \nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad [2.32]$$

#### 4.3.3 Transporte de aire seco.

El flujo de aire seco se describe de la siguiente manera, este término de flujo se encuentra dentro de la ecuación de conservación de aire, con la densidad del aire como variable primaria (Wook et al., 2008).

$$J_a = -\rho_a \left( \frac{K_g k_{rg}}{\mu_g} \right) \cdot \nabla P_g - \rho_g D_{eff} \cdot \nabla \left( \frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad [2.33]$$

#### 4.3.4 Transporte de la fase de agua ligada.

El mecanismo de transporte de agua ligada en el dominio higroscópico es mal conocido y produce hasta ahora muchas investigaciones. Dos aproximaciones son generalmente retenidas. El "Hopping site model" y el modelo hidrodinámico. El primero está basado en la hipótesis que las moléculas absorbentes migran aleatoriamente de sitio en sitio hasta la superficie de los poros y se escribe de manera de un coeficiente de difusión con un gradiente motor escrito comúnmente como función de contenido de humedad. El segundo asimila que el agua ligada en

la superficie se comporta como una película laminar y apela la noción de la presión de disyunción como potencial, su dominio de validez que se ejerce sobre todo en humedades fuertes y relativas contrariamente al primero (hoppin site model) aplicable esencialmente a valores pequeños de contenido de humedad. La verdadera descripción de la realidad se sitúa probablemente en las dos. Donde la difusión de sorción es descrita por:

$$J_b = -\rho_s D_b \cdot \nabla W_b - \rho_s D_{bt} \cdot \nabla T \quad [4.34]$$

Que traduce la migración bajo el efecto de un gradiente de contenido en agua y de temperatura. Una difusión intermolecular según la ley de Fick, ponderada por un factor freno que traduce la perturbación de los choques intermoleculares por la presencia de la matriz sólida en el medio poroso.

El equilibrio higroscópico, a partir del punto de saturación de la fibra existen solamente agua ligada en las paredes celulares y vapor de agua en las cavidades, por lo tanto el contenido de humedad en esta zona se rige por la isoterma de sorción, que traduce las fuerzas físicas y químicas de enlace entre el agua absorbida y la pared sólida (Karoglou et al., 2005). El contenido de humedad de equilibrio está en función de la temperatura y de la actividad de agua, que puede escribirse bajo la forma.

$$W_{eq} = f(T, aw) \quad [4.35]$$

$$aw = HR \quad [4.36]$$

Generalmente las isotermas de sorción presentan tres zonas de acuerdo al grado de fijación del agua. Desde el punto de vista molecular, el agua en el dominio higroscópico se encuentra adherido a la celulosa y hemicelulosa por medio de los grupos hidroxilo (Hill et al., 2010). Sin embargo, no todos son accesibles a las moléculas de agua debido a que se encuentran en forma cristalina, donde los grupos se encuentran adyacentes a otras moléculas en un arreglo paralelo (Krupinska et al., 2007).

El método para la obtención de esta función parte de datos experimentales a una sola temperatura, dichas curvas pueden ser modeladas con la ecuación de GAB y BET, sin embargo, se ha encontrado una mejor aproximación para todo el rango de actividades de agua con la ecuación de GAB (Sandoval et al., 2010).

Para ajustar la ecuación de GAB a diferentes temperaturas es necesario encontrar la tendencia de los coeficientes, que dependen de la especie de madera partiendo de datos experimentales, en este caso los coeficientes mostrados son isotermas de *Pino Pseudostrobus* (Sandoval et al., 2010). El cual tiene una densidad de 550 Kg/m<sup>3</sup> a un contenido de humedad de 15 %.

A partir de la ecuación de GAB

$$W_{eq}(T, HR) = \frac{X_m C \cdot K \cdot HR}{(1 - K \cdot HR)(1 + C \cdot K \cdot HR - K \cdot HR)} \quad [4.37]$$

De donde los parámetros  $X_m$ , C, K son obtenidos a partir de una correlación a diferentes temperaturas de la ecuación de GAB de (Sandoval et al., 2010) *tabla 6*.

Tabla 6. Constantes de GAB en función de temperatura.

C	T	$X_m$	T	K	T
12.6	20	0.0723	20	0.747	20
11.08	30	0.0705	30	0.758	30
8.4	40	0.0663	40	0.77	40
8.84	50	0.0556	50	0.808	50
10.23	60	0.0474	60	0.832	60

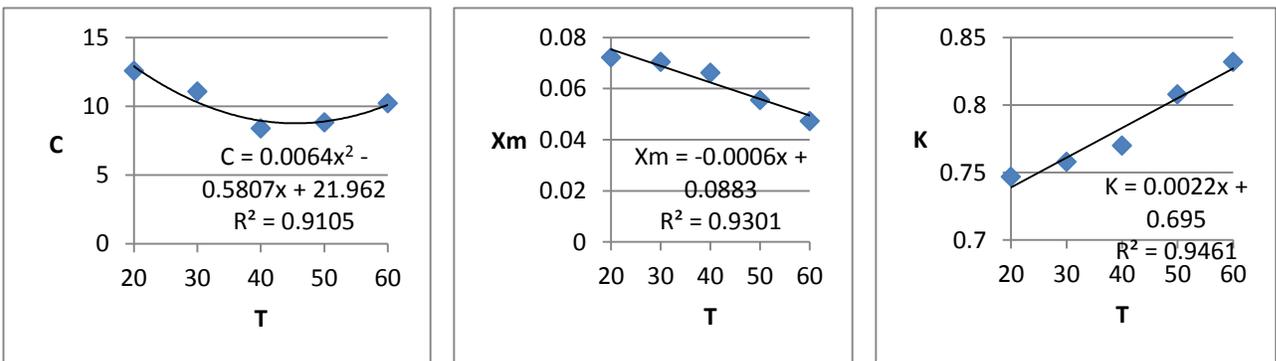


Figura 16. Gráficos de constantes de GAB.

Como resultado coeficientes en función de temperatura:

$$C = 0.0064T^2 - 0.5807T + 21.962 \quad [4.38]$$

$$X_m = -0.006T + 0.0883 \quad [4.39]$$

$$K = 0.0022T + 0.695 \quad [4.40]$$

De donde se sustituye en la ecuación de GAB

$$HR(W_{eq}, T) = \frac{(c - 2) * W - C * X_m \pm \sqrt{(W_{eq}^2 * C^2 - 2 * (C^2 - 2C) * X_m * W_{eq} + C * X_m)}}{2(C - 1) * K * W_{eq}} \quad [4.41]$$

Cuando  $W_{eq} > PSF$ ,  $HR(W_{eq}, T) = 1$

El contenido de humedad de equilibrio está en función de la temperatura y de la actividad de agua, que puede escribirse bajo la forma.

$$W_{eq} = f(T, a_w) \quad [4.42]$$

$$a_w = \frac{HR}{100} \quad [4.43]$$

#### 4.4 Transferencia de calor.

La ecuación de conservación de entalpía toma en cuenta tres fenómenos, en primer lugar, la conducción de calor descrita por la ley de Fourier, los cambios de entalpía resultados de los cambios de fase, por ejemplo, sorción y evaporación, y finalmente la transferencia de calor por convección.

Para la formulación matemática de la conservación de calor se parte de la ecuación general de entalpía que está dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \rho_s h_s + \varepsilon_g \rho_l h_l + \varepsilon_g \rho_v h_v + \varepsilon_s \rho_a h_a) + \nabla (v_l \rho_l h_l + v_b \rho_b h_b + v_v \rho_v h_v + v_a \rho_a h_a) = \nabla (\lambda \nabla T) \quad [4.44]$$

Donde se incorporó la ley de Fourier para la conducción de calor dentro del material. La expansión del término acumulativo y de convección queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_s \rho_s \frac{\partial h_s}{\partial t} + h_l \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_l \rho_l) + \varepsilon_l \rho_l \frac{\partial}{\partial t} (h_l) + h_l \nabla (\rho_l v_l) + \rho_l v_l \nabla (h_l) + h_b \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_s \rho_b) + \\ & \varepsilon_s \rho_b \frac{\partial}{\partial t} (h_b) + h_b \nabla (\rho_b v_b) + \rho_b v_b \nabla (h_b) + h_b \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_s \rho_b + \varepsilon_g \rho_v \frac{\partial}{\partial t} (h_v) + h_v \nabla (\rho_v v_v) + \\ & \rho_v v_v \nabla (h_v) + h_a \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_g \rho_a + \varepsilon_g \rho_a \frac{\partial}{\partial t} (h_a) + h_a \nabla (\rho_a v_a) + \rho_a v_a \nabla (h_a) = \nabla (\lambda \nabla T) \end{aligned} \quad [4.45]$$

Simplificando ecuaciones

$$\begin{aligned} & \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta h_{vap} m_{lv} + \Delta h_{sorp} m_{bv} + (C_{pl} \rho_l v_l + C_{pb} \rho_b v_b + C_{pv} \rho_v v_v + C_{pa} \rho_a v_a) * \Delta T \\ & = \Delta (\lambda \nabla T) \end{aligned} \quad [4.46]$$

Donde

$$\rho C_p = \varepsilon_s \rho_s C_{ps} + \varepsilon_l \rho_l C_{pl} + \varepsilon_g \rho_v C_{pv} + \varepsilon_g \rho_a C_{pa} \quad [4.47]$$

El calor latente de vaporización y de sorción es definido como

$$\Delta h_{vap} = h_v - h_l \quad [4.48]$$

$$\Delta h_{sorp} = h_v - h_b \quad [4.49]$$

#### 4.5 Condiciones Iniciales.

El sistema parte de un contenido de humedad (W) de 0.9 base seca y una Humedad relativa del aire del 25% a una temperatura de 60 °C en ambas fronteras y con una presión atmosférica en la superficie.

#### 4.6 Condiciones frontera.

El sistema cuenta con dos fronteras como se muestra en la figura de la geometría del modelo. Las condiciones frontera propuestas para las superficies expuestas al secado son las siguientes.

$$J_w * \hat{n} = m_{lv} = k_m(P_{vs} - P_{v\infty}) \quad [4.50]$$

$$J_e * \hat{n} = q + \Delta h_v m_{lv} = h(T - T_\infty) \quad [4.51]$$

Donde  $J_w$  y  $J_e$  representan los flujos de agua líquida y energía en las fronteras respectivamente,  $n$  es el vector normal unitario,  $h$  y  $k_m$  son los coeficientes de transferencia de calor y masa respectivamente, cuyos valores son determinados experimentalmente a las condiciones de secado, y para la condición límite del transporte de aire seco determinamos  $c$  que es la concentración molar de vapor dada por:

$$c = \frac{P_{atm}}{RT_\infty} \quad [4.52]$$

Donde  $T_\infty$  es la temperatura de bulbo seco. La presión en la superficie es igual a la presión atmosférica  $P_{atm} = P_g$

#### 4.7 Propuesta de escritura de la función de permeabilidad relativa al líquido

En la mayoría de los estudios, la descripción matemática de la transferencia de humedad se basa en la existencia de dos fases principales: higroscópica (capilar) y no higroscópica (Nadeau y Puiggali, 1995).

La escritura tradicional de la migración del flujo de agua libre, basada en la ley de Darcy no contempla una variación de las propiedades que afectan al flujo del líquido sobre gas (aire seco y vapor de agua) cuando los poros contienen agua irreductible, por ello las simulaciones numéricas presentan variación en el cambio de fase capilar a higroscópico.

$$v = \frac{k_r}{\mu} (\nabla P_c - \rho * g) \quad [4.53]$$

Donde la presión  $P_c$  es calculada por la diferencia de la presión del gas y la presión del líquido ( $P_g - P_l$ ).

Para la escritura de la  $k_{rl}$ , se establece un punto de saturación irreducible  $S_{irr}$  teórico. Considerando que es el límite entre el cambio de fase funicular a pendular. Para maderas duras ha sido utilizado el valor de saturación irreducible entre  $0.25 < S_{irr} < 0.5$  (Bonneau, 1991) y para maderas blandas, cuando el punto de saturación de la fibra adopta el valor teórico de 0.3 los valores de  $S_{irr}=0.7$  y el contenido de humedad irreducible  $W_{irr}=0.4$  (Couture et al., 1996).

Para este trabajo establecemos dos subfases en la región no higroscópica acotadas por  $S_{irr}$ :

- La funicular  $S_{irr} \leq S \leq 1$  [4.54]

- La Pendular  $0 < S < S_{irr}$  [4.55]

Al utilizar como referencia la función de permeabilidad relativa, utilizada por Perré y Degiovanni (1990). La podemos describir con base a la fase pendular y la fase funicular bajo los siguientes supuestos:

$$k_{rl} = S^n \quad [4.56]$$

$$k_{rg} = (1 - S)^\beta \quad [4.57]$$

- i. Evaluar la función de permeabilidad que describa de manera realista la pérdida de humedad en la zona funicular, con la variación de  $n$ . Utilizar  $n=2$  nos permite explicar la pérdida de agua libre, ya que conforme decrece la saturación el efecto de la permeabilidad relativa al líquido es continuo hasta el punto de saturación irreducible.
- ii. Debido a que en la fase funicular el agua en los poros necesita mayor energía para migrar, la función de permeabilidad debe ser de un orden menor a la utilizada en la fase pendular. Si se utiliza  $n=1.8$ , se puede describir el comportamiento del agua irreducible en los poros.

La ecuación del flujo de agua líquida [4.53] la podemos escribir de la siguiente forma:

$$v = \frac{k_r}{\mu} (\nabla P_c - \rho * g)$$

$$P_c = P_g - P_l \quad [4.58]$$

Para la fase funicular cuando  $S_{irr} \leq S \leq 1$ , utilizando  $n=2$ .

$$k_{rl} = S^2 \quad [4.59]$$

$$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2 \quad [4.60]$$

Para la fase funicular cuando  $0 < S < S_{irr}$ , utilizando  $n=1.8$ .

$$k_{rl} = S^{1.8} \quad [4.61]$$

$$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2 \quad [4.62]$$

Para un valor de saturación irreducible de  $S_{irr} = 0.40$

Al sustituir podemos establecer la ecuación propuesta en la fase capilar.

$$J_l = \rho_l \frac{K}{\mu} \left[ \lim_{S_{irr} \leq S \leq 1} k_{rl} + \lim_{0 < S < S_{irr}} (k_{rl}) \right] \nabla (P_g - P_c) \quad [4.63]$$

#### 4.8 Resumen de ecuaciones y parámetros de entrada.

El modelo simula la transferencia simultánea de calor y masa en una dimensión y se resumen las ecuaciones en la siguiente *tabla 7*.

El modelo resuelve tres variables; Contenido de humedad representado en la ecuación de conservación de humedad; Temperatura en la ecuación de calor; y densidad del aire en la ecuación de conservación del aire seco. Son introducidas en Comsol Multiphysic en el módulo de EDP en la forma general para los balances de masa, y en forma de coeficientes para la ecuación de calor. Los flujos de humedad, calor y aire seco, son descritos en COMSOL en ajustes del subdominio, como se muestra en la *tabla 8*.

Tabla 7. Ecuaciones de conservación.

	Ecuación	Variable a resolver
Conservación total de humedad	$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (J_l + J_v + J_b) \right\}$	W
Conservación total de aire seco	$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \cdot \left\{ \frac{1}{\rho_s} (J_a) \right\}$	$\rho_a$
Conservación de calor	$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta h_{vap} m_{lv} + \Delta h_{sorp} m_{bv} + (C_{pl}\rho_l v_l + C_{pb}\rho_b v_b + C_{pv}\rho_v v_v + C_{pa}\rho_a v_a) * \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)$	T

Tabla 8. Ecuaciones diferenciales parciales de subdominio.

	Ecuación	Aparece en la ecuación.
Flujo de agua	$\rho_l v_l = -\rho_l \frac{K_l k_{rl}}{\mu_l} \cdot (\nabla P_g - P_c)$	Conservación total de humedad
Flujo de agua ligada	$J_b = -\rho_s D_b \cdot \nabla W_b - \rho_s D_{bt} \cdot \nabla T$	Conservación total de humedad
Flujo de vapor	$J_v = -\rho_v \left( \frac{K_g k_{rg}}{\mu_g} \right) \cdot \nabla P_g - \rho_g D_{eff} \cdot \nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right)$	Conservación total de humedad
Flujo de aire seco	$J_a = -\rho_a \left( \frac{K_g k_{rg}}{\mu_g} \right) \cdot \nabla P_g - \rho_g D_{eff} \cdot \nabla \left( \frac{\rho_a}{\rho_g} \right)$	Conservación total de humedad

Existen dos condiciones frontera  $x=0$  y  $x=L$ , las cuales están a la misma temperatura y por las que pasa el mismo flujo de masa (mezcla aire-vapor), a la misma velocidad

de flujo de aire. Por lo tanto los ajustes de contorno de la geometría propuesta para las superficies expuestas al secado son las mostradas en la *tabla 9*.

Tabla 9. Ecuaciones diferenciales parciales de subdominio.

Condición Frontera	$x=0$ y $x=L$	Condiciones Iniciales
Conservación Total de humedad.	$J_w * \hat{n} = m_{lv} = k_m(P_{vs} - P_{V\infty})$	$W_{inicial}$
Conservación Total de aire seco.	$c = \frac{P_{atm}}{RT_{\infty}}$ $P_{atm} = P_g$	$\rho_a$ inicial
Ecuación de conservación de calor.	$J_e * \hat{n} = q + \Delta h_v m_{lv} = h(T - T_{\infty})$	$T_{inicial}$

Algunas de las propiedades utilizadas se muestran en la *tabla 7*.

Tabla 10. Ecuaciones constitutivas

Nombre de la variable	Valor	Referencia
Porosidad	$\varepsilon = 0.66$	Hernandez y Puiggali (1994)
Punto de saturación de la fibra	$W_{psf} = 0.30$	Fuentes-Salinas (2000)
Permeabilidad absoluta	$K = 1 \times 10^{-17}$	Raji <i>et al.</i> (2009)
Calor específico del sólido	$C_{ps} = 1400$	Hernandez y Puiggali (1994)
Permeabilidad relativa al gas	$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2 \quad 0 < krl < S$	Perré y Turner (2006)
Permeabilidad relativa al líquido	$k_{rl} = S^2 \quad S_{irr} < krl < S$ $k_{rl} = S^{1.8} \quad 0 < krl < S_{irr}$	
Presión capilar	$P_c = 1.4 \times 10^6 S^{-0.63}$	Kang y Chung (2009)
Coefficiente de difusión de agua ligada	$D_b = 2 \times 10^{-13} \exp[5.46W + 2.54 \times 10^{-2}T]$	Colakoglu (2009)
Coefficiente de difusión de aire-vapor	$D_{av} = 2.2 \times 10^{-5} \left[ \frac{101325}{P_g} \right] \left[ \frac{T}{273.15} \right]^{1.81}$	Boronasa <i>et al.</i> (2001)
Isotermas de sorción	$W_{eq}(T, HR) = \frac{X_m \cdot C \cdot K \cdot Hr}{(1 - K \cdot Hr)(1 + C \cdot K \cdot Hr - K \cdot Hr)}$ $C = 0.0064 \cdot T^2 - 0.5807 \cdot T + 21.962$ $X_m = -0.000 \cdot T + 0.0883$ $K = 0.0022 \cdot T + 0.695$	Sandoval <i>et al.</i> (2010)
Conductividad térmica de la madera	$\lambda = 0.137 + 0.386 \cdot W$	Hernandez y Puiggali (1994)

# **CAPITULO 5**

## **RESULTADOS**

- 5.1 Cinéticas de secado.
- 5.2 Perfiles de contenido de humedad.
- 5.3 Perfiles de temperatura.
- 5.4 Perfiles de aire seco.



En este apartado se muestran los resultados experimentales y resultados de las simulaciones numéricas. Los datos experimentales se obtuvieron mediante dos técnicas: secado por convección forzada de aire caliente y resonancia magnética nuclear (RMN). Las simulaciones numéricas que integran la división de fase capilar en subfases: la funicular y pendular acotadas por un punto de saturación irreductible.

### 5.1 Cinéticas de secado

Se muestra la evolución de contenido de humedad promedio en el tiempo de secado, los datos de la simulación numérica fueron comparados con datos experimentales, *figura 17*.

- Los datos experimentales de contenido de humedad promedio. Se obtuvieron mediante la pérdida de peso en secado convectivo a condiciones controladas. La cinética de secado experimental muestra un contenido de humedad en el tiempo cero de 0.9 Kg. de agua/ Kg. de materia seca, hasta llegar a un contenido de humedad de equilibrio de 0.12 Kg. de agua/ Kg. de materia seca, durante un periodo de secado de 20 horas.
- Los datos simulados de contenido de humedad promedio. Se obtuvieron de las simulaciones numéricas que describe matemáticamente la división de la fase capilar, utilizando valores de  $n$  en la función de permeabilidad relativa al líquido. Para la fase funicular se utilizó  $n=2$  y la pendular  $n=1.8$ , los datos simulados se observan con un contenido de humedad inicial de 0.9 Kg. de agua/ Kg. de materia seca hasta llegar a un contenido de humedad de equilibrio de 0.11 Kg. de agua/ Kg. de materia seca durante un periodo de secado de 20 horas.

El contenido de humedad promedio se describe correctamente en las simulaciones numéricas, debido a la división de la fase capilar y la correcta utilización de las funciones de permeabilidad relativa al líquido y gas.

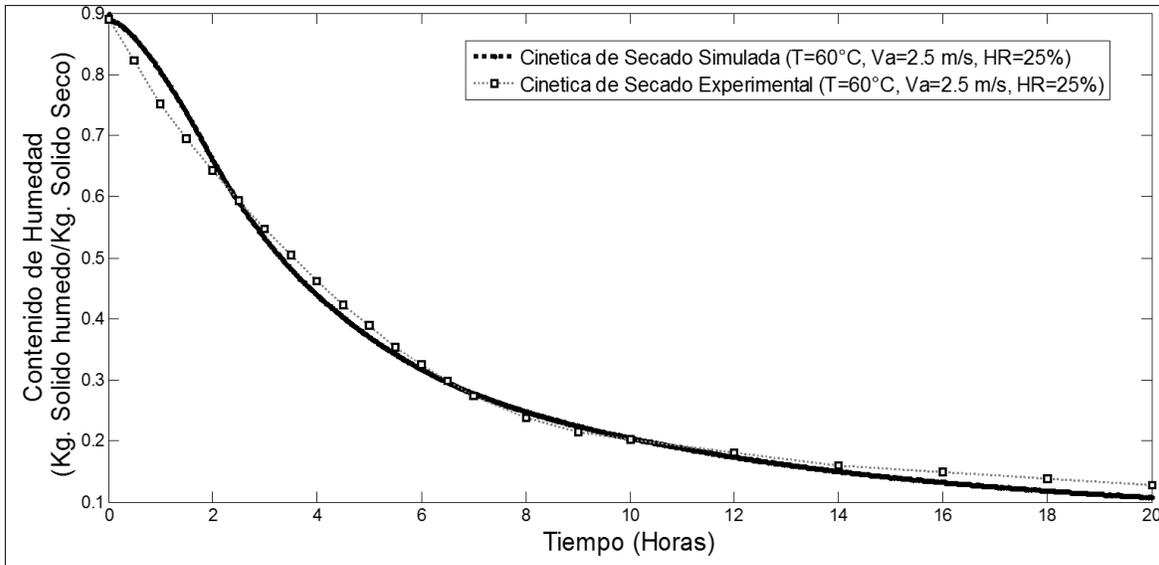


Figura 17. Comparación de las cinéticas de secado contra la simulación numérica

En este trabajo para la función de permeabilidad relativa al líquido y el gas se varió el exponente, ya que este depende de la densidad de la madera, entre mayor sea el exponente mayor será la densidad, indirectamente se calcula la función a utilizar.

En la *tabla 11*, se establece la variación de  $n$ . La variación de  $n$  en la fase funicular es explicada por la porosidad y tortuosidad de la madera debido al agua libre. En la fase pendular es explicada por una presencia de vapor y aire seco debido al agua residual dentro de los poros, con ello el valor que mejor describe este fenómeno es  $n=1.8$ .

Tabla 11. Variación de la constante de la función de permeabilidad relativa al líquido.

EFECTO		FASE CAPILAR	
$k_{rl} = S^n$ $k_{rl} = 1 + (2S^n - 3)S^n$		FASE PENDULAR Cuando $0 < S < S_{irr}$	
Quando $n=7$	$k_{rl} = S^7$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^7$	$k_{rl} = S^{1.8}$	$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^7$
Quando $n=6$	$k_{rl} = S^6$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^6$	$k_{rl} = S^{1.8}$	$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^6$
Quando $n=5$	$k_{rl} = S^5$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^5$	$k_{rl} = S^{1.8}$	$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^5$
Quando $n=4$	$k_{rl} = S^4$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^4$	$k_{rl} = S^{1.8}$	$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^4$
Quando $n=3$	$k_{rl} = S^3$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^3$	$k_{rl} = S^{1.8}$	$k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^3$

Quando $n=2$	$k_{rl} = S^2$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2$	$k_{rl} = S^{1.8}$ $k_{rg} = 1 + (2S - 3)S^2$
--------------	--	--

La variación de la función de permeabilidad relativa al líquido y gas, con respecto a la saturación de agua libre. Se observa una presencia de agua libre y vapor de agua en la fase funicular, esto descrito por la función de permeabilidad relativa al líquido y gas cuando  $n=2$ , figura 18.

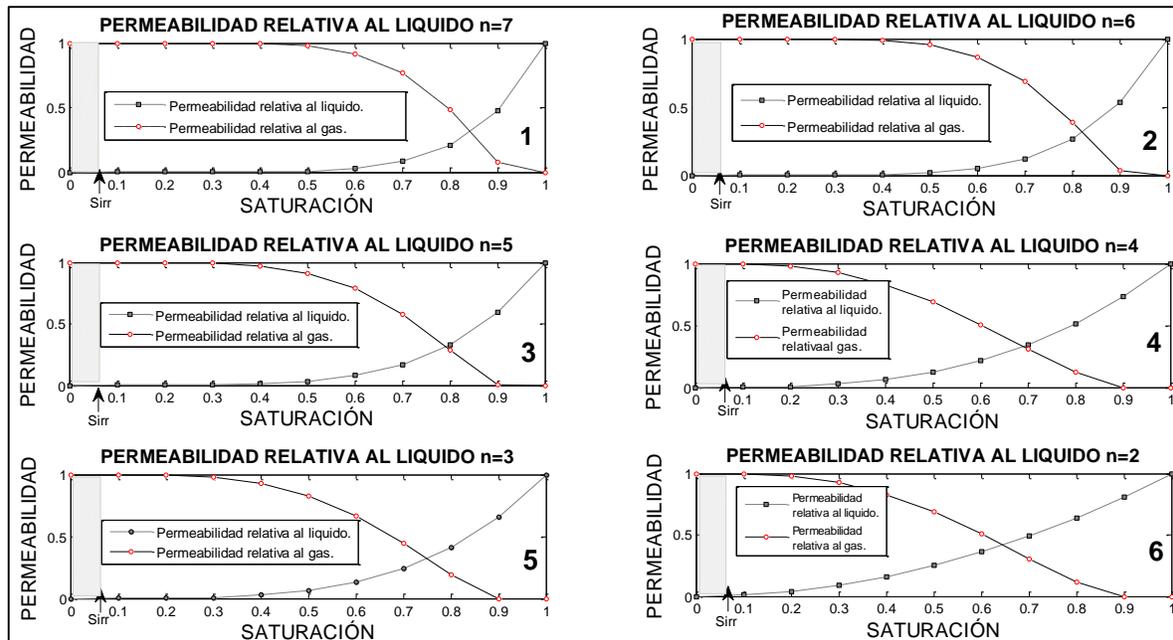


Figura 18. Variación de la función de permeabilidad relativa al líquido y gas. Efecto de la presencia dominante de agua líquida y gas.

En la figura 19, se observa, la variación de las cinéticas de secado con la escritura de las funciones de permeabilidad relativa al líquido y gas con la variación de  $n$ . para secado convectivo de Pino el mayor ajuste se da con un valor de  $n=2$  en la fase funicular y  $n=1.8$  en la fase pendular.

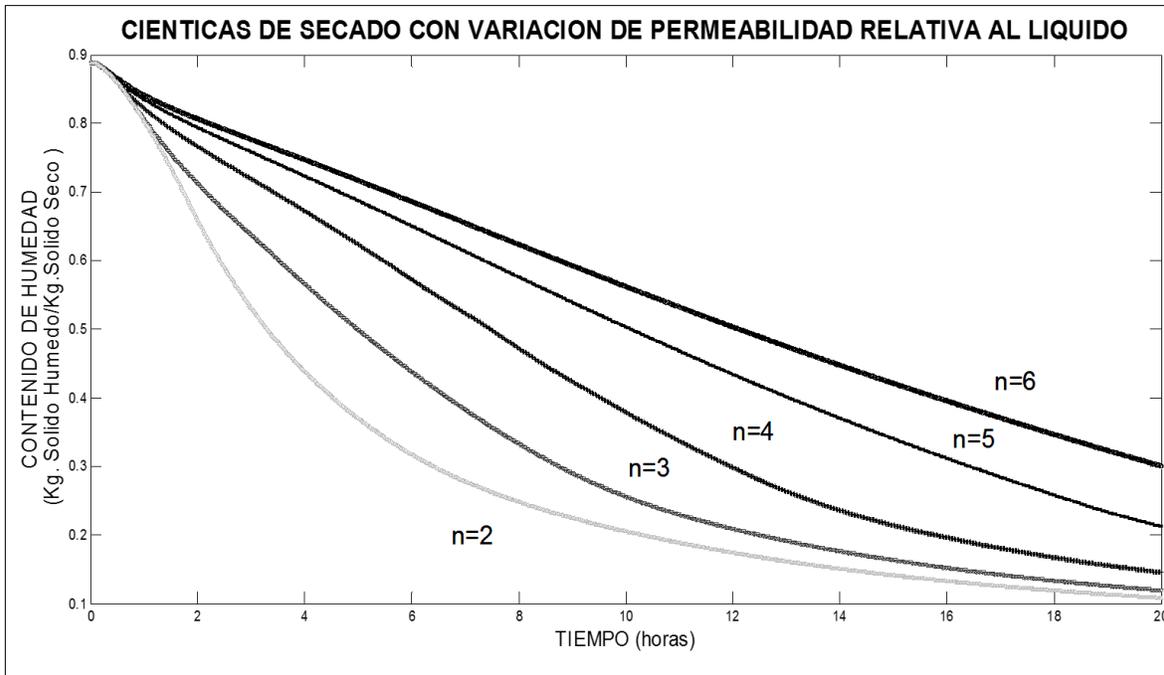


Figura 19. Cinéticas de secado, con el efecto de la variación de  $n$  en la función de permeabilidad relativa al líquido en simulaciones de secado convectivo ( $T=60^{\circ}\text{C}$ ,  $v=2.5$  m/s y  $\text{HR}=25\%$ ).

## 5.2 Perfiles de contenido de humedad

Se muestran los perfiles de contenido de humedad en el espesor, los datos de la simulación numérica fueron comparados con datos experimentales, *figura20*.

- Los datos experimentales de los perfiles de humedad, se obtuvieron por resonancia magnética nuclear (RMN) analizados por la técnica SPRITE para obtener las imágenes de magnetización total para para  $^1\text{H}$  que fueron convertidas a contenido de humedad.
- Los datos simulados de los perfiles de humedad. Se obtuvieron de las simulaciones numéricas.

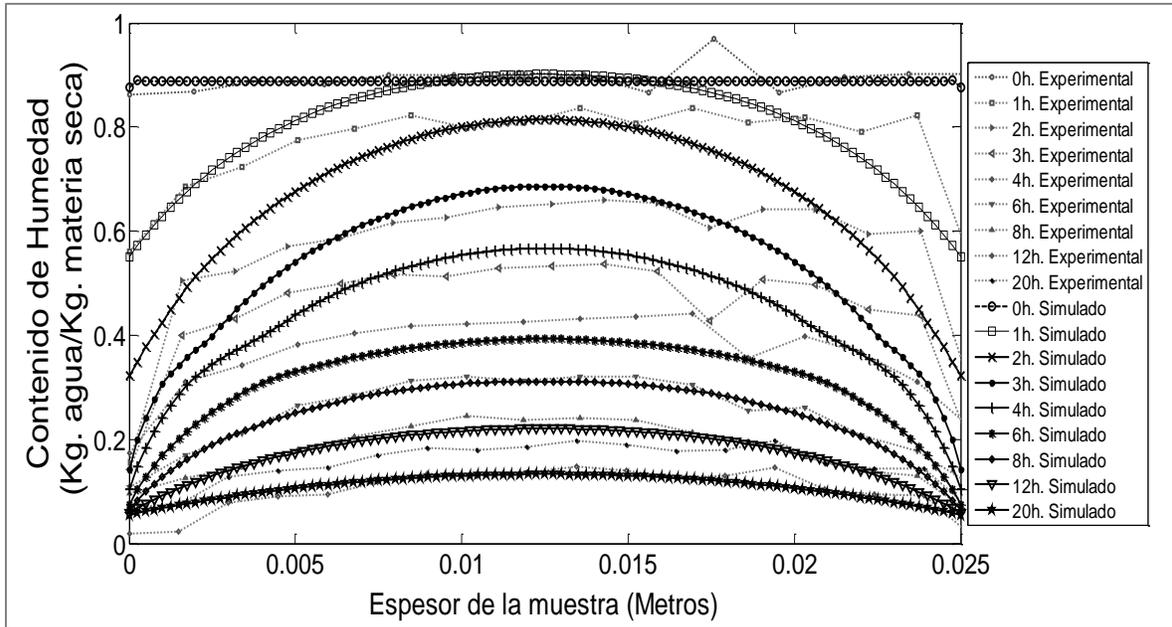


Figura 20. Perfiles de contenido de humedad en el espesor experimentales contra simulados.

En trabajos anteriores se encuentra la interrupción en los perfiles de contenido de humedad, cuando los valores de contenido de humedad se acercan al valor del punto de saturación de la fibra, Sandoval *et al.*, (2013) simulan los perfiles de contenido de humedad en el espesor pero los datos de las simulaciones no describen correctamente la transición de la fase capilar a la higroscópica, debido a las funciones utilizadas en la fase capilar, *figura 21*.

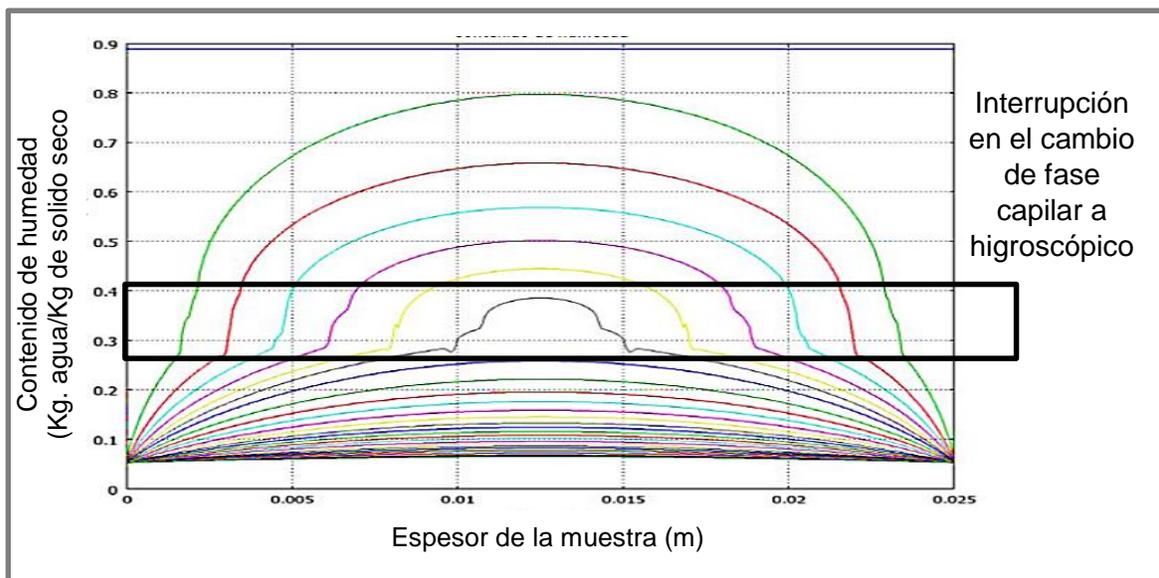


Figura 21. Perfiles de contenido de humedad en el espesor simulados, con interrupción de la fase capilar a la higroscópica (Sandoval *et al.*, 2013)

En la *figura 22*, se observa el efecto de la función de permeabilidad relativa al líquido y gas en los perfiles de contenido de humedad en el espesor, cuando  $n$  toma valores entre 5 y 2. Se observa como la interrupción en el cambio de fase capilar a higroscópico disminuye, hasta desaparecer por la implementación del concepto de saturación irreducible punto de la división entre la fase funicular y la pendular; por ello la importancia de la utilización del parámetro correcto de la constante  $n$  en la formulación matemática, donde los valores propuestos de  $n$  con valor igual con 2 en la fase funicular y  $n=1.8$  en la fase pendular describen correctamente la transición de la fase capilar a la higroscópica en madera de Pino.

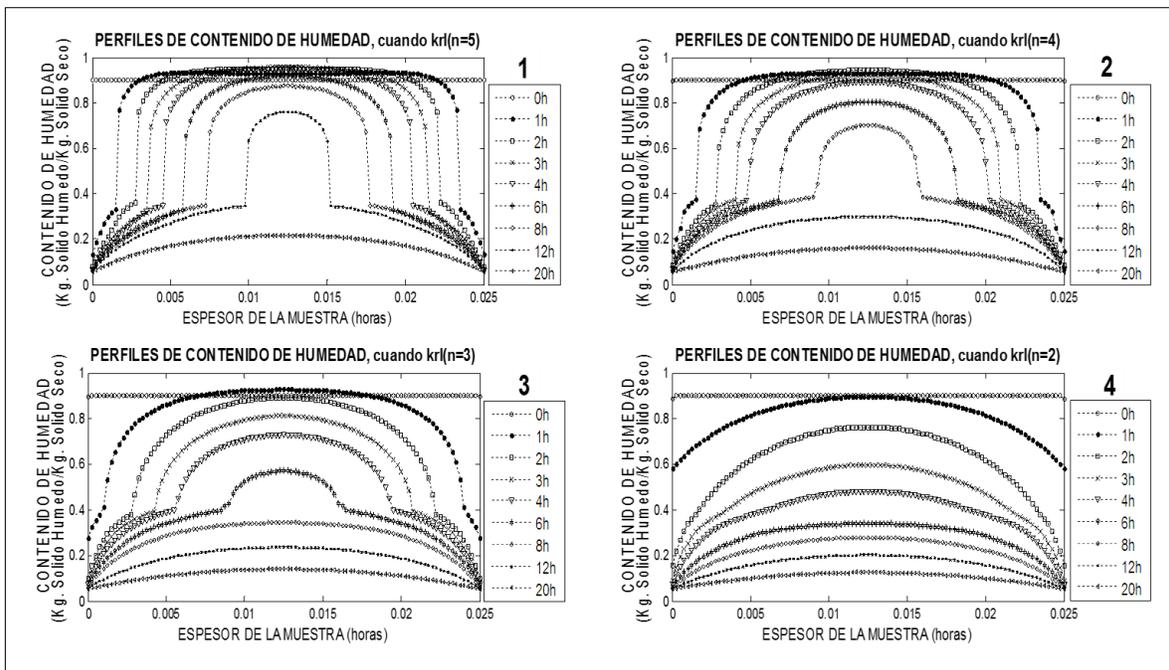


Figura 22. Variación de la permeabilidad relativa y el efecto en los perfiles de contenido de humedad en el espesor simulados.

### 5.3 Perfiles de temperatura

Se muestran los perfiles de temperatura durante el proceso de secado, Donde los datos de la simulación numérica fueron comparados con datos experimentales, *figura 23*.

- Los datos experimentales de los perfiles de humedad en la superficie y el centro del material, se obtuvieron mediante sensores VAISALA durante el secado convectivo a condiciones controladas. Se observa que la temperatura de la superficie aumenta rápidamente hasta llegar al equilibrio con la temperatura del aire de secado a las 5 horas de haber iniciado el proceso, la temperatura del centro entra en equilibrio con la temperatura de la superficie del material a las 17 horas.
- Los datos simulados de los perfiles de temperatura en el centro y superficie del material, se observa que la temperatura de la superficie aumenta rápidamente hasta llegar al equilibrio con la temperatura del aire de secado a las 5 horas de haber iniciado el proceso, la temperatura del centro entra en equilibrio con la temperatura de la superficie del material a las 7 horas.

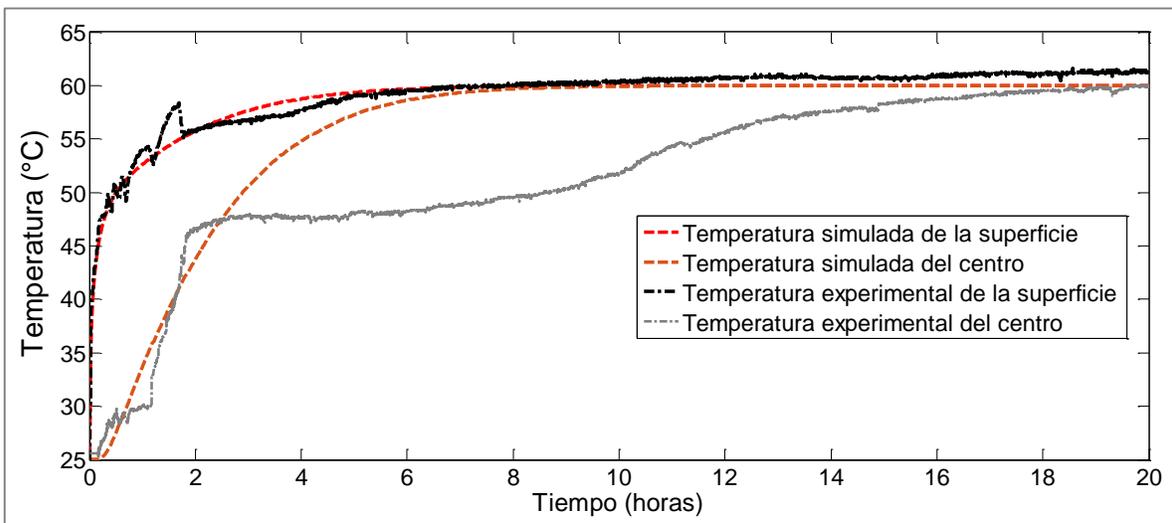


Figura 23. Perfiles de temperatura durante el secado, superficie y centro del material.

El desfase de la temperatura del centro experimental, se debe a la ecuación de conductividad térmica utilizado, debido a que varía con el contenido de humedad y esta va disminuyendo a lo largo del secado como se observa en la *figura 24*, ya que el agua tiene un coeficiente de conductividad térmica mayor que del aire o vapor. Por lo cual la conductividad térmica de la madera es alterada por la presencia de la

fase líquida y gaseosa. Por ello es importante estudiar la función correcta de conductividad térmica para el material de estudio.

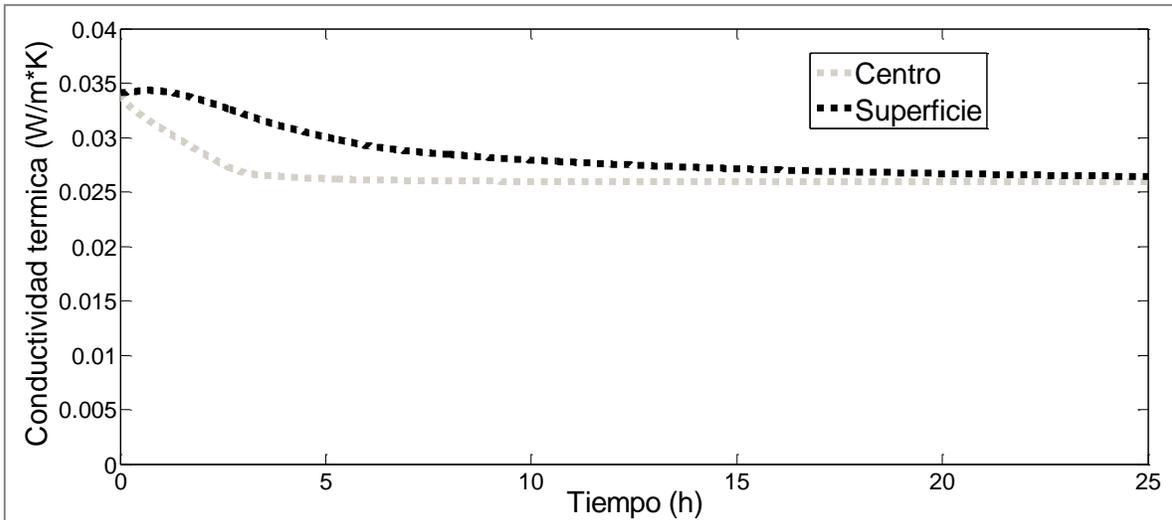


Figura 24. Perfiles de conductividad térmica, centro y superficie del material.

Los perfiles en el espesor del material simulados, muestran la distribución de temperatura del material en diferentes tiempos de secado. Se observa que los perfiles de temperatura después de las 2 horas no presentan más de 3 grados de diferencia entre el centro y la superficie del material esto debido a la función de conductividad térmica de la superficie y del centro del material que a las 5 son muy parecidos en su magnitud como se observa en la *figura 25*.

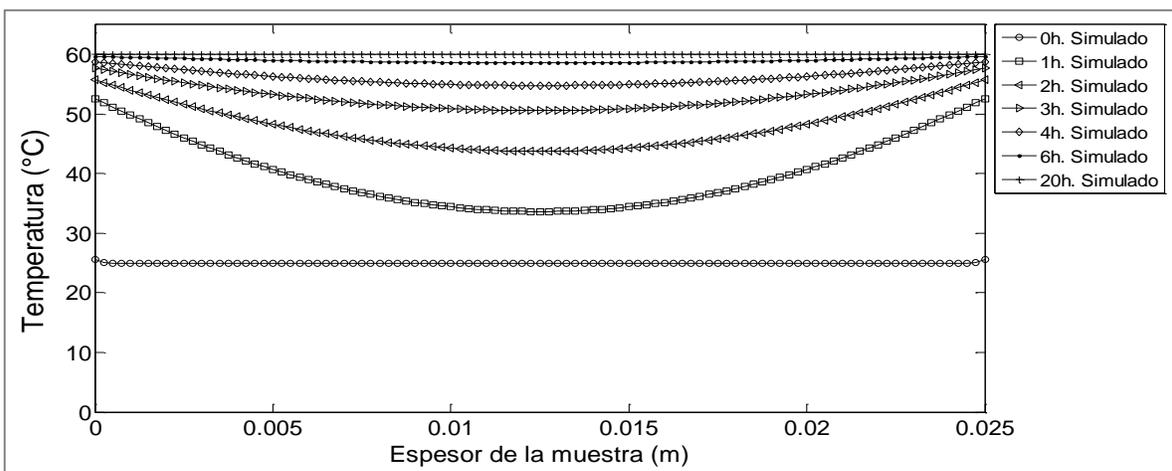


Figura 25. Perfiles de temperatura en el espesor simulados.

#### 5.4 Perfiles de aire seco

Se muestran los perfiles de densidad de aire seco simulados, conforme se elimina el agua libre en la fase capilar, esta es remplazada por vapor de agua y finalmente por aire seco. De esta forma la densidad del aire dentro del material también incrementa, hasta llegar al equilibrio con la presión externa, *figura 26*.

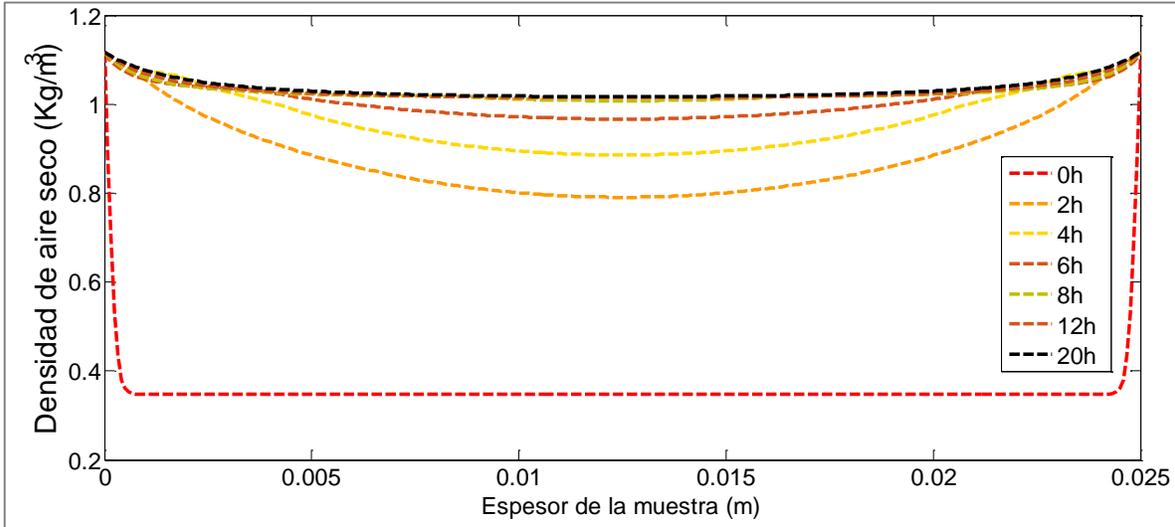


Figura 26. Perfiles de densidad de aire seco simulados.

Al incrementar la densidad del aire también incrementa la presión en el gas. Ya que donde primero se elimina el agua libre es en la superficie, es ahí donde la densidad del aire incrementa primero como se observa en la *figura 26* a las 0 horas, teniendo también un perfil de densidad del aire dentro del material, que varía con el tiempo de secado.

# **CAPITULO 6**

## **Conclusiones y recomendaciones**



Se desarrolló un modelo matemático de transferencia de calor y masa en madera. Donde se hace énfasis en la transición de la fase capilar a la fase higroscópica, evaluando diferentes funciones de permeabilidad relativa del líquido y permeabilidad relativa del gas en función de la saturación agua libre.

La división de la fase capilar en fase funicular y fase pendular nos ayudó a comprender: Que el valor de  $n$  de la función de permeabilidad relativa al líquido afecta a los perfiles de contenido de humedad en el dominio del material y al ajuste de las cinéticas de secado en el cambio de fase capilar a higroscópico, se recomienda validar el modelo bajo diferentes condiciones de secado.

Para la validación de los resultados de distribución de humedad, se utilizaron los datos obtenidos por la técnica de Resonancia Magnética Nuclear, demostrando que las perturbaciones en el cambio de fase capilar a higroscópico eran de naturaleza matemática, y que en la práctica experimental los perfiles de contenido de humedad no tienen perturbaciones en el cambio de fase se recomienda validar con otras técnicas los perfiles de contenido de humedad en el espesor.

Con la escritura de la permeabilidad relativa al líquido y gas, se observa que conforme varía  $n$  entre  $2 < n < 7$  y con valores cercanos a 2 en la fase capilar, en sus subfases existe:

- En fase funicular existe una presencia dominante de agua libre, y conforme la saturación decrece aumenta la presencia dominante de gas.
- En la fase funicular existe una presencia dominante de gas, pero en los poros existe agua irreductible.

La temperatura simulada con la experimental no presenta un ajuste, esto debido a la función de conductividad térmica utilizada. Se recomienda utilizar una función de conductividad térmica que sea validada experimentalmente.

El transporte de aire seco simulado no presento interrupción en el cambio de fase capilar a higroscópico esto debido la utilización correcta de la función de permeabilidad relativa al gas.

---

## Bibliografía

- Aris, R. (1993). Ends and beginnings in the mathematical modelling of chemical engineering systems. *Chemical Engineering Science*, 48(14), 2507–2517.
- Tsotsas, E., & (Eds.), A. S. M. (2008). Modern Drying Technology Vol. 1 Computational Tools at Different Scales. *Drying Technology*, 26(6), 812–814.
- Alfranca, O. et al., 2014. Forest Policy and Economics Effects of innovation on the European wood industry market structure. *Forest Policy and Economics*, 40, pp.40–47.
- Awadalla, H.S.F. et al., 2004. Mathematical modelling and experimental verification of wood drying process. *Energy Conversion and Management*, 45(2), pp.197–207. Available at:
- Bennon, W.D., 1987. A continuum model for momentum, heat and species transport in binary solid-liquid phase change systems- I . *Mbdel formblatibn.* , pp.2161–2170.
- Bolton, a. J. & Petty, J. a., 1978. A model describing axial flow of liquids through conifer wood. *Wood Science and Technology*, 12, pp.37–48.
- Bonneau, P. & Puiggali, J.R., 1993. Influence of heartwood-sapwood proportions on the drying kinetics of a board. *Wood Science and Technology*, 28(1), pp.67–85.
- C. Y. WANG AND P. CHENG, 1996. A multiphase mixture model for multiphase, multicomponent transport in capillary porous media I . Model development. , 9310(17), pp.3607–3618.
- Carr, E.J. et al., 2011. A New Control-Volume Finite-Element Scheme for Heterogeneous Porous Media : Application to the Drying of Softwood. , (7), pp.1143–1150.
- Carr, E.J., Turner, I.W. & Perré, P., 2013. A variable-stepsize Jacobian-free exponential integrator for simulating transport in heterogeneous porous media: Application to wood drying. *Journal of Computational Physics*, 233, pp.66–82.
- Chou, S.K. & Chua, K.J., 2001. New hybrid drying technologies for heat sensitive foodstuffs. *Trends in Food Science & Technology*, 12(10), pp.359–369.
- Claramunt, J., Ardanuy, M. & García-Hortal, J.A., 2010. Effect of drying and rewetting cycles on the structure and physicochemical characteristics of softwood fibres for reinforcement of cementitious composites. *Carbohydrate Polymers*, 79(1), pp.200–205.
- Cot, W.A. & Products, W., 1963. Structural Factors Affecting the Permeability of Wood. , 242(2), pp.231–242.

- Di Blasi, C., 1998. Multi-phase moisture transfer in the high-temperature drying of wood particles. *Chemical Engineering Science*, 53(2), pp.353–366.
- Defraeye, T., 2014. Advanced computational modelling for drying processes – A review. *Applied Energy*, 131, pp.323–344.
- Eitelberger, J. et al., 2011. Theory of transport processes in wood below the fiber saturation point. Physical background on the microscale and its macroscopic description. *Holzforschung*, 65(3), pp.337–342.
- Eitelberger, J. & Hofstetter, K., 2011a. A comprehensive model for transient moisture transport in wood below the fiber saturation point: Physical background, implementation and experimental validation. *International Journal of Thermal Sciences*, 50(10), pp.1861–1866.
- Eitelberger, J. & Hofstetter, K., 2011b. Prediction of transport properties of wood below the fiber saturation point – A multiscale homogenization approach and its experimental validation. *Composites Science and Technology*, 71(2), pp.134–144.
- Eitelberger, J., Hofstetter, K. & Dvinskikh, S.V., 2011. A multi-scale approach for simulation of transient moisture transport processes in wood below the fiber saturation point. *Composites Science and Technology*, 71(15), pp.1727–1738.
- Elustondo, D.M. & Oliveira, L., 2009. Model to assess energy consumption in industrial lumber kilns. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 11, pp.33–46.
- Ilic, M. & Turner, I.W., 1986. Drying of a wet porous material. *Applied Mathematical Modelling*, 10, pp.16–24.
- J.A Petty and G.S Puritch, 1970. The Effects of Drying on the Structure and Permeability of the Wood of *Abies grandis*. , 4, pp.140–154.
- Jinman, W., 1994. Study on the effect of wood moisture content on permeability in the hygroscopic range  $\log(p) = a - b / t$ . , (1), pp.82–87.
- Kang, W. & Chung, W., 2009. Liquid water diffusivity of wood from the capillary pressure-moisture relation. *Journal of Wood Science*, 55(2), pp.91–99.
- Keey, R.B., 2006. Drying of Wood: Principles and Practices ´.
- Keey, R.B., 2015. Springer Series in Wood Science Springer Series in Wood Science.
- Levenspiel, O. (2002). Modeling in chemical engineering. *Chemical Engineering Science*, 57(22-23), 4691–4696
- Palin, M.A. & Petty, J.A., 1983. Permeability to water of the wood cell wall and its variation with temperature \*. , 193, pp.187–193.

- Pang, S., 2002. Investigation of effects of wood variability and rheological properties on lumber drying: application of mathematical models. *Chemical Engineering Journal*, 86(1-2), pp.103–110.
- Perré, P., 2002. A heterogeneous wood drying computational model that accounts for material property variation across growth rings. *Chemical Engineering Journal*, 86(1-2), pp.117–131.
- Perré, P., 2007. Multiscale aspects of heat and mass transfer during drying. *Transport in Porous Media*, 66(1-2), pp.59–76.
- Perré, P., Moser, M. & Martin, M., 1993. Advances in transport phenomena during convective drying with superheated steam and moist air. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(11), pp.2725–2746.
- Perré, P. & Turner, I.W., 2008. A mesoscopic drying model applied to the growth rings of softwood: mesh generation and simulation results. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 10, pp.251–274.
- Perré, P. & Turner, I.W., 2001. Determination of the material property variations across the growth ring of softwood for use in a heterogeneous drying model: Part 1 capillary pressure, tracheid model and absolute permeability. *Holzforschung*, 55(3), pp.318–323.
- Perré, P. & Turner, I.W., 1999. TransPore: A generic heat and mass transfer computational model for understanding and visualising the drying of porous media. *Drying technology*, 17(7-8), pp.1273–1289.
- Perré, P. & Turner, I.W., 1999. A 3-D version of TransPore: a comprehensive heat and mass transfer computational model for simulating the drying of porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 42(24), pp.4501–4521.
- Perré, P. & Turner, I.W., 2002a. A heterogeneous wood drying computational model that accounts for material property variation across growth rings. *Chemical Engineering Journal*, 86(1–2), pp.117–131.
- Perré, P. & Turner, I.W., 2002b. A heterogeneous wood drying computational model that accounts for material property variation across growth rings. *Chemical Engineering Journal*, 86(1–2), pp.117–131.
- Plumb, A. & Olmstead, B.A., 1985. Heat and mass transfer in wood 0. , 28(9), pp.1669–1678.
- Rodrigue, N., & Philippe, H. (2016). Mechanistic revisions of phenomenological modeling strategies in molecular evolution. *Trends in Genetics*, 26(6), 248–252.
- Remki, B. et al., 2012. Hygrothermal transfer in wood drying under the atmospheric pressure gradient. *International Journal of Thermal Sciences*, 57(0), pp.135–141.

- Rémond, R., Passard, J. & Perré, P., 2007. The effect of temperature and moisture content on the mechanical behaviour of wood: a comprehensive model applied to drying and bending. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 26(3), pp.558–572.
- Rémond, R., Passard, J. & Perré, P., 2007. The effect of temperature and moisture content on the mechanical behaviour of wood: a comprehensive model applied to drying and bending. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 26(3), pp.558–572.
- Rodríguez-ramírez, J. & Parra, A.C., 2014. Numerical Simulation of Warm-air Drying of Mexican Softwood ( *Pinus pseudostrobus* ): An Empirical and Mechanistic Approach. , 28(1), pp.125–133.
- Sandoval-Torres, S. et al., 2012. Colour alteration and chemistry changes in oak wood (*Quercus pedunculata* Ehrh) during plain vacuum drying. *Wood Science And Technology*, 46(1-3), pp.177–191.
- Sandoval-Torres, S., Hernández-Bautista, E. & Rodríguez-Ramírez, J., 2013. Simulación multi-física del secado de madera en COMSOL Multiphysics 3.4. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 14(3), pp.389–398.
- Sonderegger, W., 2015. On-line monitoring of hygroscopicity and dimensional changes of wood during thermal modification by means of neutron imaging methods. , 69(1), pp.87–95.
- Spolek, G.A. & Plumb, O.A., 1981a. Capillary pressure in softwoods. *Wood Science and Technology*, 15(3), pp.189–199..
- Spolek, G.A. & Plumb, O.A., 1981b. Wood Science and Technology Capillary Pressure in Softwoods \*. , 9.
- Sychevskii, V.A., 2015. International Journal of Heat and Mass Transfer Drying of colloidal capillary-porous materials. *heat and mass transfer*, 85, pp.740–749.
- Taylor, P., Mccurdy, M.C. & Pang, S., 2014. Drying Technology: An International Journal Optimization of Kiln Drying for Softwood through Simulation of Wood Stack Drying , Energy Use , and Wood Color Change Optimization of Kiln Drying for Softwood through Simulation of Wood Stack Drying , Energy Us. , (October), pp.37–41.
- Taylor, P., Pang, S. & Pang, S., 2007. Drying Technology: An International Journal Mathematical Modeling of Kiln Drying of Softwood Timber: Model Development , Validation , and Practical Application Mathematical Modeling of Kiln Drying of Softwood Timber: Model Development , Validation , an. , (October 2014), pp.37–41.
- Truscott, S.L. & Turner, I.W., 2005. A heterogeneous three-dimensional computational model for wood drying. *Applied Mathematical Modelling*, 29(4), pp.381–410.
- Turner, I. et al., 2010. An experimental and theoretical investigation of the thermal treatment of wood (*Fagus sylvatica* L.) in the range 200-260 °C. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(4), pp.715–725.

- 
- Turner, I., 2001. The use of implicit flux limiting schemes in the simulation of the drying process: A new maximum flow sensor applied to phase mobilities. *Applied Mathematical Modelling*, 25(6), pp.513–540.
- Turner, I.W., 1996. A two-dimensional orthotropic model for simulating wood drying processes. *Applied Mathematical Modelling*, 20(1), pp.60–81.
- Velten, K. (2009). *Mathematical Modeling and Simulation: Introduction for Scientists and Engineers*. Wiley.
- Whitaker, S., 1977. Simultaneous Heat, Mass, and Momentum Transfer in Porous Media: A Theory of Drying J. P. Hartnett & T. F. Irvine, eds, 13, pp.119–203.
- Zadin, V. et al., 2015. Application of multiphysics and multiscale simulations to optimize industrial wood drying kilns. *Applied Mathematics and Computation*.
- Zanoelo, 2009. Internal mass transfer coefficient during drying of softwood ( *Pinus elliottii* Engelm .) boards. , pp.361–373.