



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIÓN
PARA EL DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
UNIDAD OAXACA

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN
Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES
(INGENIERÍA)

**IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROL POR PRE-DISTORSIÓN PARA
INCREMENTAR EL RANGO DE MEDICIÓN DE UN LVDT (LINEAR
VARIABLE DIFFERENTIAL TRANSDUCER)**

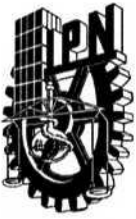
TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS

PRESENTA: Enrique Argeo García Aparicio

DIRECTORES: Dr. Juan Alejandro Vazquez Feijoo
Dr. Pedro Montes García



Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca. Diciembre 2012



INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez siendo las 13:00 horas del día 27 del mes de noviembre del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca (CIIDIR-OAXACA)** para examinar la tesis de grado titulada: "Implementación de un control por pre-distorsión para incrementar el rango de medición de un LVDT (Línea Variable Diferencial Transducer)"

Presentada por el alumno:

García

Apellido paterno

Aparicio

materno

Enrique Argeo

nombre(s)

Con registro:


B	1	0	1	7	5	5
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

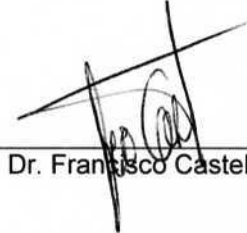
Directores de tesis:


Dr. Juan Alejandro Vazquez Feijoo


Dr. Pedro Montes Garcia


Dr. Andrés Pech Pérez


Dr. Rastor Teodoro Matadamas Ortiz


Dr. Francisco Castellanos León

EL PRESIDENTE DEL COLEGIO


Dr. Rafael Pérez Pacheco



CENTRO INTERDISCIPLINARIO
DE INVESTIGACION PARA EL
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
C.I.I.D.I.R.
UNIDAD OAXACA
I.P.N.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez el día 27 del mes noviembre del año 2012, el (la) que suscribe **García Aparicio Enrique Argeo** alumno (a) del Programa de **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES** con número de registro **B101755**, adscrito al Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de la Dres. Juan Alejandro Vazquez Feijoo y Pedro Montes Garcia y cede los derechos del trabajo titulado: "Implementación de un control por pre-distorsión para incrementar el rango de medición de un LVDT (Línea Variable Diferencial Transducer)", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Calle Hornos 1003, Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca**, e-mail: posgradoax@ipn.mx ó enriqueargeo@hotmail.com Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


García Aparicio Enrique Argeo



CENTRO INTERDISCIPLINARIO
DE INVESTIGACION PARA EL
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
C.I.I.D.I.R.
UNIDAD OAXACA
I.P.N.

RESUMEN

Entre otras causas como pérdidas energéticas o la inercia del sistema, una de las fuentes de error que presentan la gran mayoría de los sensores es la pérdida de linealidad, al acercarse al punto de saturación, (ya sea sensor de temperatura, desplazamiento, velocidad, etc). Ya que es un problema de tan diversa naturaleza se ha buscado abordarlo desde diferentes enfoques, matemáticamente hablando, tales como el análisis de errores, redes neuronales, modelado de bloques e inversa de Volterra. Esta última aplicable a no linealidades continuas e invariantes en el tiempo. En el presente trabajo se utilizó esta última opción para incrementar el rango de medición de un transductor LVDT. El rango de medición es seleccionado cercano al rango en el que el sistema puede ser considerado lineal. El LVDT utilizado fue simulado como un modelo Wiener de un grado de libertad, por lo que su señal de salida se dividió en dos partes, en la primera se representa su comportamiento lineal, y en la segunda su comportamiento magnético que se aproximó a un polinomio cúbico. La respuesta lineal se generó a partir de la solución exacta de un modelo estructural de segundo orden. El modelo cúbico se generó a partir de una gráfica obtenida de un LVDT comercial. El efecto histerético fue ignorado. El sistema sensor simulado es identificado por un modelo ARX (AutoRegresivo con entradas eXógenas) y a partir de este se obtuvieron las Ecuaciones Lineales Asociadas (ALEs) para el sistema, así como su inversa de Volterra. Se implementó el control de lazo abierto para el LVDT simulado y se verificó que el sistema se convertía virtualmente en un elemento de ganancia unitaria para rangos de medición mayores y frecuencias superiores a su ancho de banda.

ABSTRACT

Amid other error sources in sensors, such as energy losses or system inertia, an important source is the loss of linearity as the input level rise up to the saturation point (Could be displacement, temperature, velocity, etc). As the nature of the problem is of a large variety of natures, it has been treated from several mathematical tools, i.e., error analysis, neuronal networks, block modeling, Volterra series, etc. The latter tool is applied to continues and time invariant systems. In the present work the Volterra series is used for increment the measurement range of a LVDT transducer. The nominal measurement range is usually selected close to the linear range. The LVDT in this work is used on a simulated model. The model is based on the assumption that the sensor is a Wiener model of one degree of freedom. Because of this, the signal is divided in two parts; the first one represents a linear response and the second part the magnetic behavior as a cubic polynomial. The linear response is generated from the solution of a structural model. The cubic model is obtained from the actual graph of a real LVDT. Hysteresis is not modeled. The system is then identified by a ARX model (AutoRegresive with eXogenous inputs) and from them, the Associated Linear Equations (ALEs) are obtained for the system and its inverse Volterra. The open loop equalization strategy is applied. Then, it is verified that the system virtually behaves as a unitary gain element for ranges larger than the original linear range and frequencies above the band width.

DEDICATORIA

A mi madre Reyna Gosos Aparicio Reyes por su apoyo incondicional en todo momento, por enseñarme la importancia de la perseverancia hasta alcanzar mis metas, por sus consejos y la motivación que me da en cada momento que lo necesito, por haberme enseñado a ser una persona de bien, pero sobre todas las cosas por su gran amor.

A mi padre Enrique García González por estar conmigo siempre que lo eh necesitado, por ser un ejemplo de profesionalismo y constancia, por sus palabras de aliento y por su amor.

A mis hermanos Jorge Luis y Bianca García Aparicio por su compañía a lo largo del camino que hemos recorrido, su apoyo, su ayuda desinteresada y por el amor que me han brindado siempre.

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Politécnico Nacional por haberme brindado las facilidades para la realización de mi maestría en el CIIDIR unidad Oaxaca.

A la COFAA (Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas del Instituto Politécnico Nacional) por otorgarme la beca PIFI (Programa Institucional de Formación de Investigadores).

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el financiamiento otorgado durante mis estudios de posgrado.

Al Dr. Juan Alejandro Vazquez Fejoo por su gran apoyo y motivación para la culminación de mi maestría, por su invaluable asesoramiento, pero sobre todo por haber confiado en mí y darme la oportunidad de llevar a cabo mis estudios bajo su dirección. Al Dr. Pedro Montes García por su colaboración, apoyo y asesoría brindada.

Al M.C. José Luis Montes Bernabé por apoyarme en las consideraciones mecánicas necesarias para el desarrollo de mi trabajo.

A mis compañeros de generación por haberme brindado su amistad y apoyo desde el día en que comenzamos esta maestría.

A los ingenieros Vladimir Cortes Lerín y Jesús Sánchez López por ayudarme al desarrollo de este trabajo siempre que lo necesité.

A la licenciada Nubia Jiménez Ramírez por su compañía y apoyo incondicional, así como por sus palabras de aliento siempre que las necesité, pero sobre todo por su amor.

ÍNDICE GENERAL

Capítulo I.....	1
1.1 INTRODUCCIÓN.....	2
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
1.3 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA	4
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	4
1.5 ANTECEDENTES	5
1.6 OBJETIVOS.....	6
1.7 HIPÓTESIS	7
Capítulo II.....	8
2 MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL.....	9
2.1 DESCRIPCIÓN DE UN LVDT	9
2.2 TEORÍA DE FUNCIONAMIENTO DEL LVDT.....	11
2.3 FUNCIÓN DE RESPUESTA A LA FRECUENCIA (FRF)	14
2.4 SERIES DE VOLTERRA	15
2.5 ASSOCIATED LINEAR EQUATIONS (ALE's)	17
2.6 INVERSA DE VOLTERRA.....	19
2.7 OBTENCIÓN DE LA INVERSA DE VOLTERRA MEDIANTE LAS ALE's ...	24
2.8 MODELO AUTOREGRESIVO CON ENTRADA EXOGENA (ARX).....	27
Capítulo III	30
3 METODOLOGÍA.....	31
3.1 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA METODOLOGÍA.....	31
3.2 DESCRIPCIÓN	32
Capítulo IV	34
4.1 CONSTRUCCIÓN DE LA RESPUESTA EXACTA PARA SIMULACIÓN DEL LVDT IDEAL	35
4.1.1 OBTENCIÓN DE UN MODELO PARA UN LVDT.....	35
4.1.2 CÁLCULO DE LA PARTE MAGNÉTICA DEL LVDT	35
4.1.3 CÁLCULO DE LA PARTE ESTRUCTURAL DEL LVDT	37
4.1.4 FUNCIÓN DE RESPUESTA A LA FRECUENCIA DEL LVDT IDEAL.....	38
4.1.5 ECUACIONES LINEALES ASOCIADAS PARA EL SISTEMA LVDT	40

4.1.6 ECUACIÓN QUE MODELA LA RESPUESTA EXACTA DEL LVDT IDEAL	41
4.2 ANÁLISIS DE LA INVERSA DE VOLTERRA, EN EL DOMINIO DEL TIEMPO, PARA EL SISTEMA DEL LVDT TEÓRICO.....	42
Capítulo V	46
5 IDENTIFICACIÓN Y CONTROL POR ECUALIZACIÓN USANDO MODELOS DISCRETOS PARA LOS OPERADORES DE VOLTERRA	47
5.1 REPRESENTACIÓN DEL LVDT TEÓRICO COMO UN MODELO ARX.....	47
5.2 REPRESENTACIÓN DE LA INVERSA DE VOLTERRA COMO UN MODELO ARX.....	48
5.3 RESULTADOS DE LA IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DEL LVDT SIMULADO.....	50
5.4 RESULTADOS DE LA ECUALIZACION DEL SISTEMA SIMULADO CON EL MODELO ARX DE LA INVERSA DE VOLTERRA	52
Capítulo VI.....	55
6. TRABAJO EXPERIMENTAL	56
6.1. TRABAJO EXPERIMENTAL PLANEADO.....	56
6.2 DATOS OBTENIDOS	57
6.3 DETECCIÓN DE LA FALLA EN EL SISTEMA DE MEDICIÓN	59
Capítulo VII.....	62
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	63
7.1 CONCLUSIONES.....	63
7.2 RECOMENDACIONES	63
ANEXOS	67
ANEXO 1	68
ANEXO 2	69
ANEXO 3	75
ANEXO 3	78
ANEXO 4	89
ANEXO 5	92

Capítulo I

1.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo I del siguiente trabajo se describe a groso modo el transductor de desplazamiento LVDT (Transductor Diferencial Linealmente Variable), así como también se plantea incrementar su rango de medición que posee actualmente, mediante la inversa de Volterra.

En el capítulo II se hace una descripción más a fondo de que es un LVDT, se desglosan las dos partes físicas que lo componen, se explica como funcionan y la forma en la que interactúan para registrar el desplazamiento del objeto que se esta sentido. En este apartado también se explica como es que la señal de entrada (desplazamiento sentido) se transforma a una señal eléctrica, la cual es la salida del transductor y el tema principal de estudio del presente trabajo. También se explica lo que es la zona lineal y no lineal en la señal de respuesta de un LVDT, y que esta última es la razón por la cual el transductor ve limitado su rango de medición. Es también en este capítulo donde se describen las herramientas necesarias para lograr representar matemáticamente la señal de salida del transductor, así como también aquellos elementos que serán útiles para abordar el problema de la pérdida de linealidad por parte del LVDT, tales como las series de Volterra, las Ecuaciones Lineales Asociadas (ALE's), los modelos ARX y la inversa de Volterra; es a partir de este último con el cual se trabajará para obtener un filtro que incremente el rango lineal del transductor.

En el capítulo III se presenta un diagrama y una descripción de cómo es que se pretende abordar el problema del LVDT (su pérdida de linealidad), y de las distintas fases que se plantearon y siguieron para lograr el objetivo general que se plantea en el punto 1.6 y corroborar la hipótesis mencionada en el punto 1.7.

Lo que se refiere al enfoque de estudio que se le dio a la señal del LVDT se menciona en el capítulo IV, es en este apartado en donde se utilizan las herramientas descritas en el capítulo II para la obtención del comportamiento matemático de la señal de salida del transductor. Aquí se implementaron las ALE's para la representación del LVDT y se aprovecharon las ventajas que estas poseen en cuanto la relativa facilidad que ofrecen para trabajar con las series de Volterra. Finalmente se obtiene la inversa de Volterra, la cual es la herramienta que incrementará el rango lineal del transductor. Una vez hecho lo anterior se

obtuvieron los modelos ARX tanto del transductor como de la inversa de Volterra, siendo este último el resultado que se buscaba en el presente trabajo para el desarrollo del filtro digital aplicado a la señal de salida del LVDT mediante un lazo abierto.

En el capítulo V se verificaron los resultados obtenidos anteriormente, lo cual se hizo programando las ecuaciones que representan el comportamiento general del LVDT, los operadores de la inversa de Volterra y los modelos ARX de las ecuaciones anteriores. Se muestran los resultados del porcentaje de error entre los modelos ARX y las ecuaciones de donde surgieron, esto para verificar la exactitud de los primeros.

Los resultados experimentales obtenidos se muestran en el capítulo VII. Se da una explicación de que es lo que se esperaba y que es lo que obtuvo, las razones por lo que esto sucedió y como se trató de trabajar con estas señales obtenidas.

En el último capítulo de este trabajo se exponen las conclusiones en cuanto a los resultados teóricos obtenidos, se explican los aportes de esta tesis, también si se cumplió el objetivo de la misma y por qué. Se dan algunas recomendaciones en cuanto a como puede ser mejorado un banco de pruebas que construyó para validar en un trabajo futuro los resultados teóricos obtenidos en esta tesis.

En la sección de anexos se muestran los cálculos, consideraciones, ecuaciones y simulaciones que se realizaron para diseñar el banco de pruebas. También es posible observar la evidencia fotográfica que muestra su funcionamiento así como los planos de los elementos que contiene.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El LVDT basa su funcionamiento en lo que es una relación voltaje-posición, al momento que se da la conversión de posición a señal eléctrica es cuando se genera problemas tales como una relación no proporcional de voltaje-campo magnético. Esto crea armónicos en la señal de salida que provocan que el LVDT pierda la linealidad en la relación desplazamiento-voltaje, lo cual es indeseable para la correcta medición del desplazamiento del elemento que se esté sensando.

1.3 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

Al corregir la señal de salida de un LVDT mediante la inversa de Volterra es posible incrementar su precisión, exactitud, ancho de banda y rango de medición; sin embargo, el equipo de adquisición de datos que distribuye la empresa APPLIED MEASUREMENTS LIMITED, la cual manufactura el transductor con el que se cuenta para esta investigación (LVDT AML/EJ100), no es susceptible a estas mejoras, ya que el equipo mismo está limitado en cuanto a la exactitud al no mostrar todos los decimales que es capaz de generar el LVDT. Este equipo solo despliega cuatro decimales, sin ningún número entero; lo anterior también descartaría la mejora para la precisión. En lo que corresponde al incremento del ancho de banda el sistema de adquisición de datos posee una capacidad de 10 Hz contra 180 Hz que entrega el transductor. Por lo expuesto anteriormente, al trabajar con los equipos que suministra el proveedor la única mejora posible de generar es en el rango de medición nominal, que es de 0.10m, a una velocidad de captura de 10 datos por segundo, con una precisión de tres decimales, esto ya que los otros lugares serán ocupados para un entero de dos dígitos.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Aunque en la industria hay una gran oferta de sensores y transductores que pueden realizar las mismas acciones del LVDT, este último sobresale con respecto los demás debido a su exactitud, su robustez y su alto índice repetibilidad. Sin embargo, como se mencionó anteriormente presenta problemas en la conversión del desplazamiento a una señal eléctrica, ya que este problema se genera en la señal de salida, y no en alguno de sus elementos. Es posible corregir esta falla mediante un filtro digital, lo cual no incrementaría

el costo del equipo en cuanto a nuevos materiales, ni sería necesaria una reconfiguración de su arquitectura. Las aplicaciones de los LVDTs son diversas, por citar algunos ejemplos; la alineación de los cigüeñales de los autos, para un mejor desempeño; operaciones cerebrales para tratar el mal de Parkinson, mediante un LVDT se colocan en forma precisa los electrodos a ser usados; análisis de muestras de terreno para ver qué desplazamiento genera la presión ejercida sobre diversas muestras, cálculo del peso de las construcciones [1] A pesar del éxito del transductor en estos y otros tantos ejemplos que existen, está limitado a su rango de medición de $60.96 \times 10^{-2} \text{m}$ [2], lo cual se debe a la naturaleza de su construcción. Si se quisiese construir un sensor capaz de superar esta limitante tendría que implementarse un equipo demasiado grande, además, al incrementar la capacidad de su fuente de alimentación, se incrementaría su costo, lo que haría que este equipo ya no fuese competitivo en el mercado. Al construirse un filtro digital, no será necesario reconstruir el equipo para poder incursionar en nuevas aplicaciones, en donde se aprovechen las ventajas que tiene el LVDT.

1.5 ANTECEDENTES

La caracterización de sensores y transductores siempre ha sido difícil debido a que tienen un comportamiento no lineal, complicando la creación de opciones para el desarrollo de mejoras en general. Para poder describir estas no linealidades pueden citarse cuatro opciones: el método de identificación de sistemas, series funcionales, redes neuronales artificiales y modelo de bloques [3].

En el trabajo de Ke-Jun Xu (2008)[4] se busca resolver el problema de la no linealidad de los sensores aplicando series funcionales, las ecuaciones que resultan tienen una gran cantidad de elementos de orden superior que dificultan la identificación de los parámetros del sistema.

Por otra parte, el problema que existe con las redes neuronales es que no es posible construir un modelo general para un tipo de sensores, sino que se obtienen en específico para el modelo con el que se está trabajando.

En cuanto al modelo de bloques, éste consiste en subsistemas dinámicos lineales y no dinámicos estáticos, al aplicar este método a la caracterización de un sensor es relativamente fácil identificar los subsistemas, combinan la identificación de bloques con el método de de series funcionales, usando para este último las series de Volterra para separar los bloques lineales de los no lineales, de esta forma se relaciona la entrada con la salida, obteniendo así ecuaciones que pueden ser resueltas mediante la convolución mediante el uso de algún software.

En general, las aplicaciones de las series de Volterra son para la representación y simplificación de sistemas no lineales, además tiene la ventaja, sobre otros métodos de caracterización ya que es posible introducir información física del equipo a las ecuaciones, a diferencia de las redes neuronales [5]. Su aplicación para la corrección de los datos de salida de sensores ha sido corroborada en el trabajo de Björsell[6], en donde caracterizó un convertidor análogo digital, gracias a esto fue posible observar más a fondo el comportamiento de los equipos, determinar si era posible hacer mejoras y en que elementos [7].

1.6 OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL: Aumentar el rango de medición de un LVDT mediante un filtro digital sin modificar su diseño ni fabricación, o incrementar significativamente su costo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar la respuesta de un LVDT considerándolo como un sistema de un solo grado de libertad
- Encontrar un modelo adecuado que represente la respuesta de un LVDT considerándolo como un sistema de un solo grado de libertad
- Estudiar el comportamiento de los operadores de Volterra para un sistema Wiener, obtener sus ALEs para representar el comportamiento de la respuesta de un LVDT

- Diseñar un filtro digital a partir de la aplicación de la inversa de Volterra para implementar un control de lazo abierto para el LVDT
- Aplicar el control de lazo abierto por medio de la inversa de Volterra
- Diseñar y construir un banco de pruebas para la caracterización del sensor
- Verificar el nuevo rango de medición del sistema controlado

1.7 HIPÓTESIS

La implementación de un control de lazo abierto incrementará el rango de medición de un Linear Variable Differential Transducer (LVDT).

Capítulo II

2 MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

2.1 DESCRIPCIÓN DE UN LVDT

La palabra LVDT es un acrónimo en inglés que significa Linear Variable Differential Transducer (Transductor Diferencial de Variación Lineal), este es un transductor capaz de llegar a medir desplazamientos del orden de 2.54×10^{-3} m, con una resolución que puede ser de 2.54×10^{-8} m dependiendo del fabricante, esta mediciones las hace al ser acoplado al objeto de estudio mediante un montaje mecánico.

La forma general en la que está constituido un LVDT se basa en un transformador eléctrico (figura 2.1), tiene una bobina primaria y a diferencia del transformador cuenta con dos bobinas secundarias. Estos tres elementos constituyen la parte inmóvil; las bobinas secundarias están separadas simétricamente entre ellas y conectadas eléctricamente en serie y de forma opuesta. En lo que respecta a su núcleo (parte móvil) tiene movimiento axial a lo largo del interior de la armadura del LVDT, es de un material ferro-magnético de forma cilíndrica y es permeable a los campos magnéticos con lo que se incrementa su intensidad, esta es la parte del dispositivo a la que se conecta mecánicamente el objeto al que se le medirá su desplazamiento. Cuando el objeto empieza a desplazarse el núcleo también lo hará sin que haya contacto físico con las bobinas ya que están separados por medio de una capa de alta permeabilidad magnética. La ausencia de contacto mecánico hace de este un excelente equipo para la detección de desplazamientos por vibración y pruebas a materiales; la disposición general del LVDT se muestra en la figura 2.2.

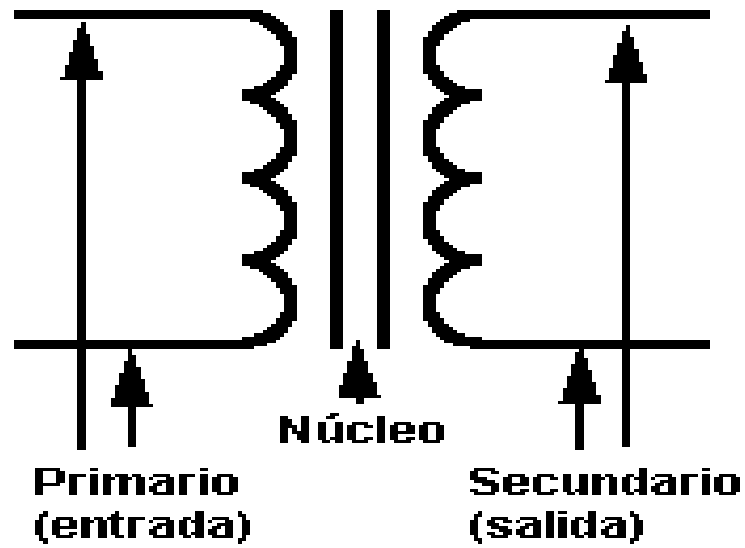


Figura 2.1: Circuito eléctrico 1 de un transformador. Fuente: http://www.macrosensors.com/lvdt_tutorial.html.

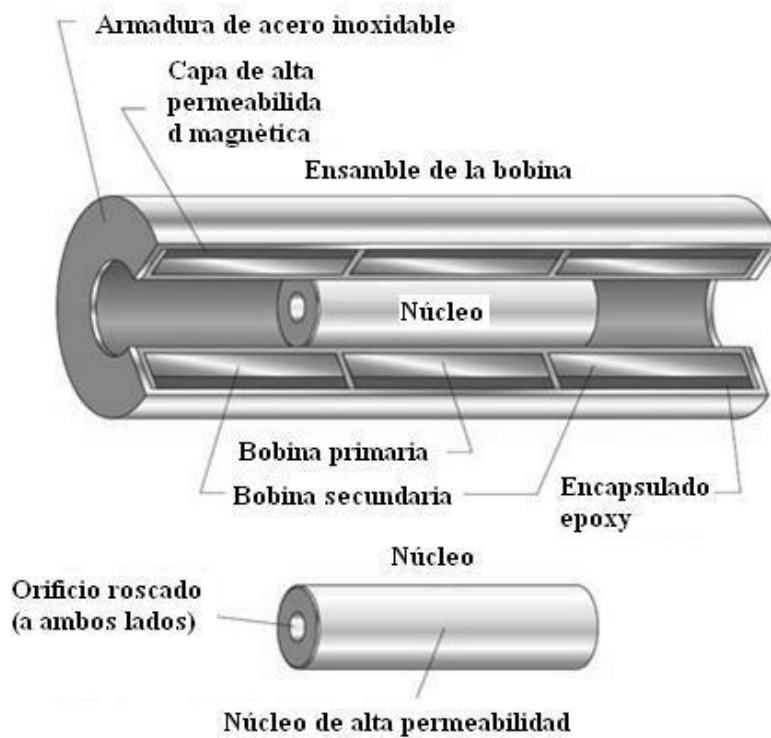


Figura 2.2: Construcción general del LVDT. Fuente: http://www.macrosensors.com/lvdt_tutorial.html.

Un LVDT necesita una alimentación de corriente alterna (CA), dependiendo de la marca será la amplitud y frecuencia; con ésta se energiza la bobina primaria, la salida del equipo es una diferencia de voltajes entre las dos bobinas secundarias de la parte inmóvil lo cual da un voltaje alterno, esta salida va a estar condicionada por los movimientos que haga internamente el núcleo, la respuesta dada se trata mediante un dispositivo electrónico para transformarla en una respuesta de voltaje de corriente directa (CD).

2.2 TEORÍA DE FUNCIONAMIENTO DEL LVDT

Al ser el LVDT un tipo de transformador eléctrico su señal de salida puede ser descrita por la ecuación (2.1) llamada razón de transformación, ya que también obedece al mismo principio de funcionamiento. Éste comienza con la excitación de la bobina primaria al inducirse una CA sobre sus espiras, lo que genera un campo magnético variable a su alrededor y que es percibido por las bobinas secundarias generando en ellas un voltaje alterno inducido, obedeciendo a la ley de Faraday, estos dos valores son calculados a partir de la ecuación (2.2). Cabe aclarar que ambas ecuaciones solo describen la parte lineal de la señal de salida del sistema.

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{N_{out}}{N_{in}} \quad (2.1)$$

Donde:

- V_{out} : Voltaje de salida
- V_{in} : Voltaje de entrada
- N_{out} : Número de espiras de bobinado secundario
- N_{in} : Número de espiras de bobinado primario

$$V_{out} = \left(\frac{N_{out}}{N_{in}} \right) V_{in} \quad (2.2)$$

Para encontrar los resultados de salida de las bobinas secundarias es necesario aplicar esta ecuación a cada una por separado, ambos resultados son variables en el tiempo y dependen de la posición del núcleo, el cual se encuentra unido mecánicamente al objeto del que se le sensorará su desplazamiento. Es este movimiento el que hace variar el número de espiras (N_{out}) en cada bobina secundaria sobre las cuales tendrá incidencia el campo magnético

producido por la bobina primaria, lo anterior es debido al material con el que está construido el núcleo, ya que intensifica el campo y lo mueve junto con él. Se tiene así dos respuestas que variarán linealmente con el desplazamiento. Esta doble respuesta se suma al conectar en serie las dos bobinas, sin embargo al estar conectadas en sentido opuesto tienen signos diferentes, gracias a esto el LVDT es capaz de indicar el sentido del desplazamiento, así como cuando se está en la posición que se haya establecido como origen. En la figura 2.3 se puede observar como es el comportamiento de las señales de voltaje de las bobinas secundarias con relación al desplazamiento del núcleo ferro-magnético, cuando este se encuentra fuera del centro o posición de origen relativo, se puede ver que sobre una de las bobinas secundarias el campo magnético tendrá menor incidencia sobre sus espiras, por ende en la otra sucederá lo contrario. Esto se puede apreciar en el inciso a, las dos señales de salidas se suman dando como resultado solo una señal de respuesta por parte del LVDT, esta operación se aprecia gráficamente en el inciso c. La señal que muestra el inciso d es producto de convertir la respuesta analógica en una digital, la que finalmente será procesada por otro transductor para mostrar el resultado numéricamente. La única señal que será invariante en el tiempo es la señal de excitación aplicada a la bobina primaria y que se muestra en el inciso b.

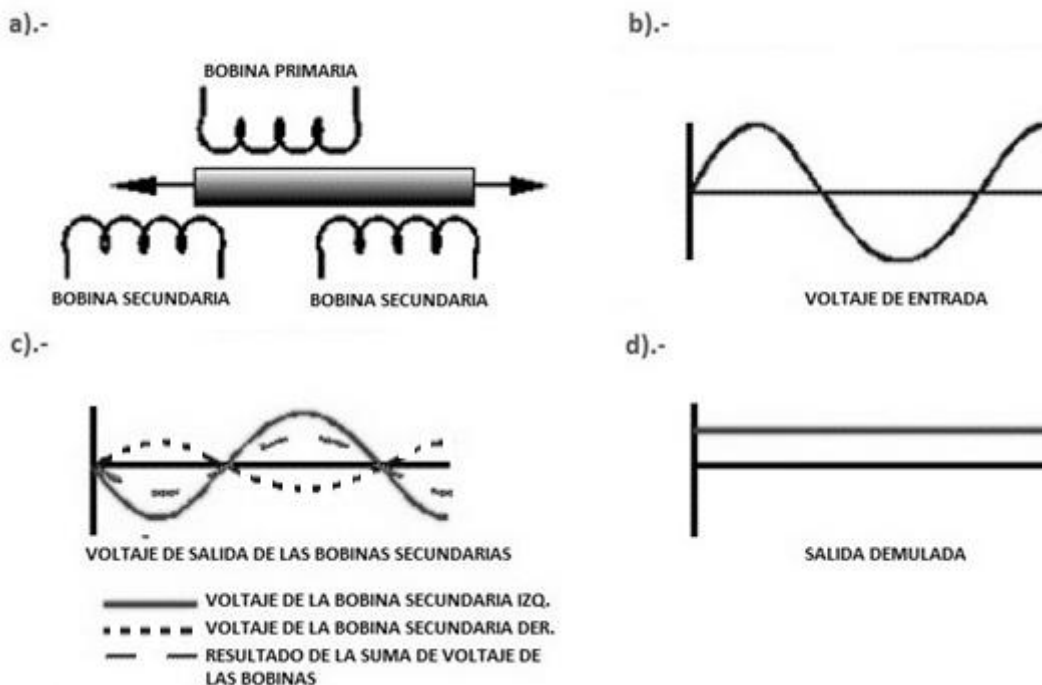
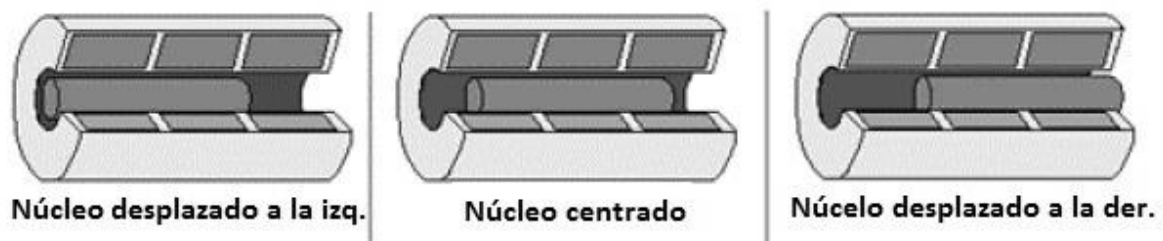


Figura 2.3: Diagrama de la relación entre la señal de entrada del bobinado primario, el

núcleo magnético y la señal de salida. Fuente: <http://www.investigacion.frc.utn.edu.ar/sensores/LVDT/lvdt.pdf>.

Un aspecto importante del comportamiento del LVDT que hay que resaltar es que existe linealidad entre el desplazamiento y el voltaje, tal y como es posible apreciarlo en la figura 2.4, en el inciso a se muestra el desplazamiento del núcleo empezando desde el extremo izquierdo hasta llegar al derecho, en el inciso b se muestra en línea azul lo que es la curva característica de respuesta, en donde el eje y es el voltaje de salida y el x es la posición del núcleo, el círculo naranja representa la parte de la curva en donde se encuentra la equivalencia de la posición del núcleo con respecto al voltaje de salida del transductor.

a).-



b).-

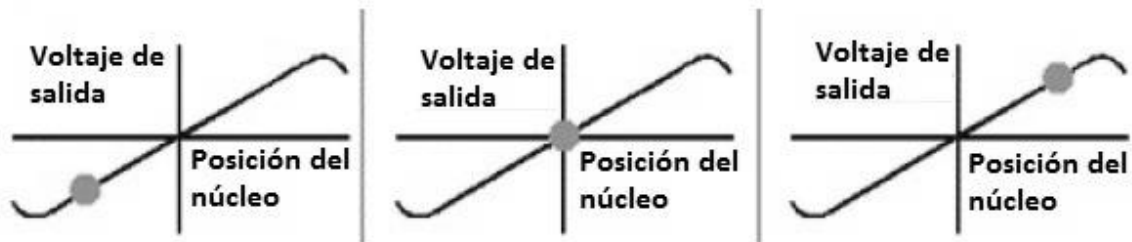


Figura 2.4: Comportamiento lineal de la posición y el voltaje de salida del LVDT. Fuente: <http://www.investigacion.frc.utn.edu.ar/sensores/LVDT/lvdt.pdf>.

La curva característica del LVDT se divide en dos, una correspondiente al comportamiento lineal de la conversión de desplazamiento a voltaje, y otra a su comportamiento no lineal, este último es de las principales consideraciones para tomar en cuenta cuando se selecciona un LVDT, ya que determina la región de la gráfica en donde la señal salida será lineal, llamada de rango de desplazamiento, en la figura 2.5 se observa que esta corresponde a la parte comprendida entre -100% y 100%. Las partes curvas de la gráfica, ubicadas a ambos

extremos de la recta corresponden a la parte no lineal del transductor, se denomina error lineal o rango no lineal, este puede minimizarse con una correcta selección de frecuencia de excitación de la bobina primaria, acorde a su núcleo. Este dato se acostumbra dar en porcentajes del rango de desplazamiento del LVDT.

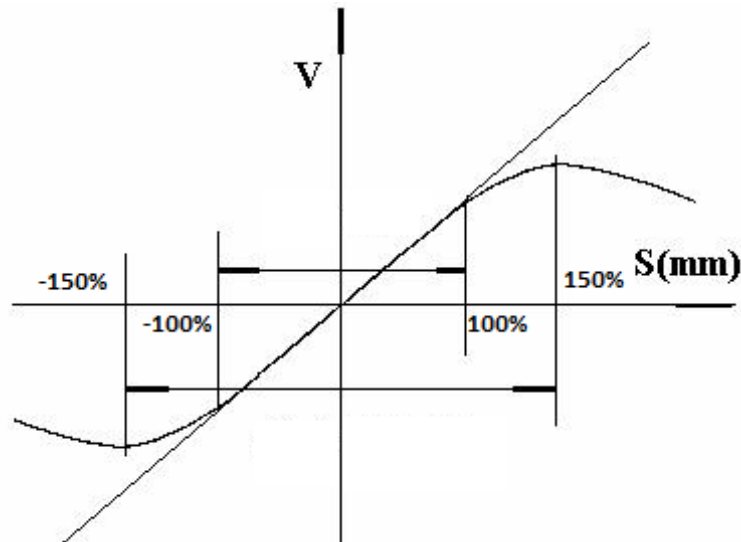


Figura 2.5. Curva característica del LVDT Fuente: Autor.

2.3 FUNCIÓN DE RESPUESTA A LA FRECUENCIA (FRF)

Es la relación que se da entre la salida de un sistema y su entrada, en función de la frecuencia, gráficamente se define de la siguiente forma:



Figura 2.6: Función de respuesta a la frecuencia. Fuente: Autor.

La relación que hay entre la entrada y la salida está dada por una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden:

$$a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_0\dot{u} + b_1u \tag{2.3}$$

Al aplicar la transformada de Fourier a esta ecuación se tiene una nueva expresión en función de la frecuencia:

$$a_0\omega^2Y(\omega) + a_1\omega Y(s) + a_2Y(\omega) = b_0\omega U(\omega) + b_1U(\omega) \quad (2.4)$$

Al ser una función algebraica se puede obtener el valor de $Y(\omega)$ de forma relativamente sencilla.

$$Y(\omega) = \frac{b_0\omega + b_1}{a_0\omega^2 + a_1\omega + a_2} U(\omega) \quad (2.5)$$

$$Y(\omega) = H(\omega)U(\omega) \quad (2.6)$$

La función $H(s)$ se denomina función de transferencia, y representa la ganancia que hay en la salida $u(s)$ por parte de entrada $u(s)$. De la ecuación anterior se tiene que el valor de H es:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{U(\omega)} \quad (2.7)$$

$$H(\omega) = \frac{b_0\omega + b_1}{a_0\omega^2 + a_1\omega + a_2} \quad (2.8)$$

Para la obtención de la FRF existen varias opciones, sin embargo la más socorrida es prueba armónica.

2.4 SERIES DE VOLTERRA

Las series de Volterra fueron dadas a conocer en 1887, en la teoría funcional de Vito Volterra. Éstas son un modelo matemático para representar el comportamiento de sistemas no lineal, esto se hace mediante una sumatoria de los operadores de esta serie del primero hasta un término de n -ésimo orden, para el caso de sistemas no lineales invariantes en el tiempo; estas sumas pueden llegar a ser infinitas y quedar representadas de la siguiente manera:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} y_n[x(t)] \quad (2.9)$$

Lo que se puede reescribir como:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) \dots x(t - \tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.10)$$

Por ejemplo para el caso del tercer operador la expresión sería:

$$y_3(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) x(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \quad (2.11)$$

Se sabe que $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ es la respuesta impulso, y para este caso es el kernel de Volterra; aquellos operadores superiores al de primer orden representan la no linealidad del sistema.

Para garantizar la simetría de h_n se hace un promedio de las permutaciones que genere, de esta forma se cancelan los valores extra que pudiesen surgir producto de las combinaciones, lo que alteraría el resultado del operador del n-ésimo orden, con lo que se define \check{h}_n :

$$\check{h}_n = \frac{1}{p} \sum_{n=1}^p h_p(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \quad (2.12)$$

Ahora que está garantizada la simetría de la sumatoria de la sería de Volterra es posible escribirla de forma integral, lo que da el siguiente resultado:

$$y_n(t) = \iiint \dots \int \check{h}_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) \dots x(t - \tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.13)$$

Si consideramos $x(t) = e^{i\omega t}$ la ecuación anterior queda reescrita como:

$$y_n(t) = \iiint \dots \int \check{h}_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{i\omega(t-\tau_1)} e^{i\omega(t-\tau_2)} \dots e^{i\omega(t-\tau_n)} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.14)$$

$$y_n(t) = \iiint \dots \int \check{h}_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{-i\omega_1\tau_1} e^{-i\omega_2\tau_2} \dots e^{-i\omega_n\tau_n} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n e^{i\omega_1 t} e^{i\omega_2 t} \dots e^{i\omega_n t} \quad (2.15)$$

$$y_n(t) = e^{it \sum_{j=1}^n \omega_j} \iiint \dots \int \check{h}_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{-i \sum_{j=1}^n \omega_j \tau_j} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.16)$$

$$y_n(t) = e^{it \sum_{j=1}^n \omega_j} H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) \quad (2.17)$$

$$y_n(t) = H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) x(t) \quad (2.18)$$

Ya que $x(t)$ es una función armónica compleja, la ecuación anterior puede reescribirse en el dominio de la frecuencia:

$$Y(\omega_n) = H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)X(\omega_n) \quad (2.19)$$

La representación de Volterra como una FRF es una transformada de Fourier multidimensional del kernel $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$, con lo que $H_n(\omega_n)$ puede escribirse de la siguiente forma:

$$H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{-i\sum_{j=1}^n \omega_j \tau_j} d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.20)$$

Es posible llevar esta representación al dominio del tiempo de misma forma que con la transformada de Fourier.

$$h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) e^{i\sum_{j=1}^n \omega_j \tau_j} d\omega_1 d\omega_2 \dots d\omega_n \quad (2.21)$$

Aún cuando se cuentan con estos resultados para la determinación del kernel, su desarrollo es la parte más complicada de las series de Volterra, una manera de simplificar esto es usando ALE's.

2.5 ASSOCIATED LINEAR EQUATIONS (ALE's)

Las ecuaciones lineales asociadas (ALEs) son usadas para representar el comportamiento de los operadores de Volterra, esto es posible ya que el n-ésimo operador de Volterra es una función multilineal, resultado de la combinación de señales de entrada, las ALE's asignan el n-ésimo operador tomándolo de una excitación del mismo orden que es producida por una combinación de operadores de orden inferior, su representación matemática se ve plasmada en la ecuación (2.23), la cual surge de las series de Volterra como se demuestra a continuación:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) \dots x(t - \tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (2.22)$$

La cual puede reescribirse como:

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau h_1(t - \tau) f(y_1(\tau), \dots, y_{n-1}(\tau)) \quad (2.23)$$

$$Ly_n = f_n(y_1, \dots, y_{n-1}) \quad (2.24)$$

La ecuación (2.23) es la representación diferencial de (2.24), esto ya que L es un operador diferencial lineal, con h_1 como su función de Green.

El resultado anterior puede ser deducido a partir de un sistema no lineal – entrada – salida simple (SISO), dado por una ecuación de segundo orden.

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) + \sum_{j=2}^N k_j y^j = \sum_{j=1}^M a_j x^j(t) \quad (2.25)$$

Donde M y N es el número de elementos que puede llegar tener cada clase en el modelo.

Al dejar todos los términos lineales en el lado izquierdo se tiene:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = \sum_{j=1}^M a_j x^j(t) - \sum_{j=2}^N k_j y^j \quad (2.26)$$

Es posible expresar la salida de la siguiente forma:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \quad (2.27)$$

Por lo que la ecuación (2.26) queda:

$$m \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{y}_n(t) + c \sum_{n=1}^{\infty} \dot{y}_n(t) + k \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{j=1}^M a_j x^j(t) - \sum_{j=2}^N k_n \left(\sum_{n=1}^{\infty} y_n \right)^j(t) \quad (2.28)$$

Es posible reordenar esta suma de acuerdo a los grados de las potencias que se tenga:

$$m \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{y}_n(t) + c \sum_{n=1}^{\infty} \dot{y}_n(t) + k \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n x^n(t) - \sum_{l=2}^N k_l \sum_{j_1=1}^{n-l+1} \dots \sum_{j_i=1}^{n-l+i-j_1-\dots-j_{i-1}} \dots \sum_{j_i=0}^{n-j_1-\dots-j_i-\dots-j_{i-1}} y_{j_1}(t) y_{j_1}(t) \dots y_{j_i}(t) \right) \quad (2.29)$$

Al aplicar el teorema de súper posición a la ecuación (2.29) la respuesta final será producto de sumar todos los resultados generados.

$$m\ddot{y}_1(t) + c\dot{y}_1(t) + ky_1(t) = a_1x(t) \quad (2.30)$$

$$m\ddot{y}_2(t) + c\dot{y}_2(t) + ky_2(t) = a_2x(t) + k_2y_1^2 \quad (2.31)$$

$$m\ddot{y}_3(t) + c\dot{y}_3(t) + ky_3(t) = a_3x(t) + k_2y_1y_2 + k_3y_1^3 \quad (2.32)$$

Si no se respetase el grado específico para generar estos resultados se tendrían descomposiciones que no fueran únicas, con lo que se pierde la interpretación de y_n como un operador de Volterra.

$$m\ddot{y}_2(t) + c\dot{y}_2(t) + ky_2(t) = a_1x(t) - k_2y_1^3 \quad (2.33)$$

Al tener un término no lineal en la parte derecha de la ecuación puede llegarse a generar un número de ALE's infinitos, por consiguiente una serie de Volterra también infinita, tomando en cuenta la ecuación (2.24) se puede generar una representación diferencial de estos casos:

$$Ly_n = a_nx^n + f_n(y_1, \dots, y_{n-1}) \quad (2.34)$$

2.6 INVERSA DE VOLTERRA.

La inversa de Volterra puede entenderse como la salida de un sistema K que recibe como señal de entrada la salida de H o viceversa, sin embargo las particularidades de ambos casos se expondrán posteriormente, esto se puede apreciar en la figura 2.7 (en cualquiera de los dos incisos), en donde tanto K como H quedan abarcados por W, que a su vez recibe una entrada $x(t)$ y cuya salida es la misma, es decir, se tiene un sistema de ganancia unitaria lo que hace que la señal de salida sea la misma que la de entrada, esto al eliminar los diferentes ruidos que pueda haber adquirido las señal; en lo que respecta a H y a K sus salidas correspondientes son $y(t)$ y $z(t)$. El inciso a de la figa 2.7 corresponde a lo que es la post inversa de Volterra, la cual se usa en el mejoramiento de la señal de respuesta de los sensores y transductores inteligentes; el inciso b representa la pre inversa de Volterra la cual es aplicada a la señal de excitación que recibe un actuador inteligente, en ambos casos

lo que se busca es el mejoramiento del comportamiento del sistema al convertirlo en uno de ganancia unitaria.

Tanto el transductor como el actuador son representados por el sistema H, el cual contiene la sumatoria de los operadores de Volterra, es decir $H = \sum H_i$; en lo que respecta a los transductores su salida está dada por $y(t)=H[x(t)]$, esta se convierte en la entrada de K, es decir $y(t) \rightarrow z(t)$, analizando la figura 2.7a se puede decir que $z(t) = K[y(t)]$. En un enfoque general es posible decir que $x(t) \rightarrow z(t) = w(t)$, por lo tanto $w(t) = W[x(t)]$. Se requiere que $x(t) = w(t)$ y a su vez $z(t) = w(t)$, es decir, se tiene un sistema de ganancia unitaria.

El caso para actuadores es similar, solo que con cambios en cuanto a las señales de entradas que reciben los sistemas, para este caso se tiene: $z(t) = K[x(t)]$, el cual entra a H dando como resultado $y(t) = H[z(t)]$, donde la condición es que $x(t) = w(t)$ y que $y(t) = w(t)$; al igual que la pre-inversa la salida debe de ser igual a la entrada.

Ya que H es una sumatoria de los operadores de Volterra se tiene entonces que:

$$y_i = H_i[x(t)] \tag{2.35}$$

La cual es la entrada para el sistema K, en el caso de la post-inversa, por lo tanto:

$$z_i = K_i[y(t)] \tag{2.36}$$

Como se mencionó anteriormente, H es la sumatoria de los operadores de Volterra, por lo que $H = \sum H_i$, el cual es multilineal:

$$H\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\} \tag{2.37}$$

En la figura 2.6a se puede apreciar que la salida del transductor inteligente $y(t) = H[x(t)]$ es la entrada de lo que se denomina la post-inversa de Volterra del sistema K:

$$z(t) = K[y(t)] \tag{2.38}$$

El proceso general del sistema es:

$$(x(t) \rightarrow z(t)) = w(t) \tag{2.39}$$

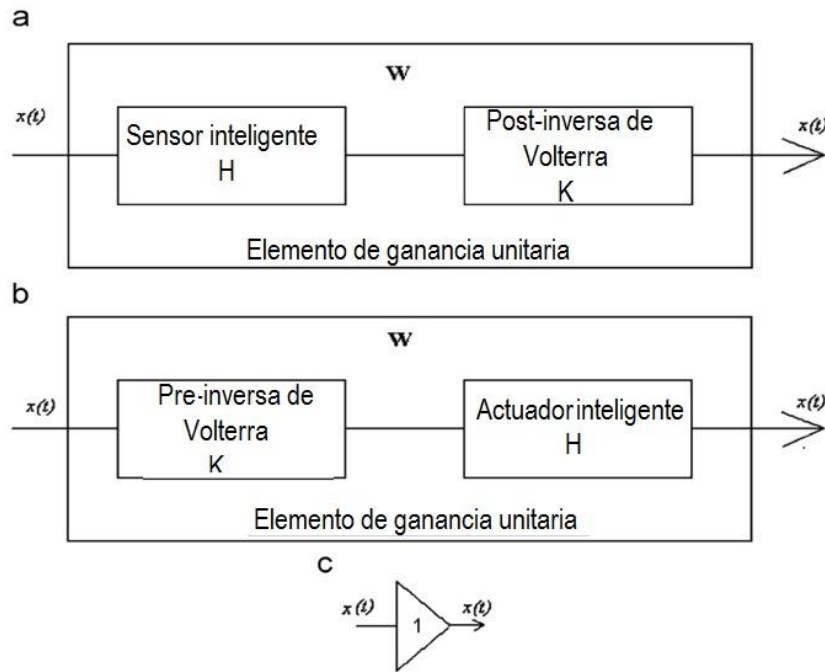


Figura 2.7: La inversa de Volterra es capaz de hacer la salida igual a la entrada. Fuente: Vazquez et al., 2007.

Resumiendo la figura 2.6a:

$$y(t) = H[x(t)] \tag{2.40}$$

$$z(t) = K[y(t)] \tag{2.41}$$

$$z(t) = x(t) \tag{2.42}$$

Finalmente como se puede ver en la figura 2.7a $w(t) = x(t)$, se tiene un dispositivo que su entrada es igual a su salida, es decir que la respuesta no se ve alterada por la dinámica del sistema.

El mismo proceso se aplica para analizar el comportamiento de un actuador, pero en este caso con la pre inversa de Volterra, esto se observa en la figura 2.7b; al analizar la figura se tiene entonces que:

$$(x(t) \rightarrow y(t)) = w(t) \tag{2.43}$$

$$z(t) = K[x(t)] \tag{2.44}$$

$$y(t) = H[z(t)] \tag{2.45}$$

A partir de las expresiones anteriores se espera obtener que:

$$z(t) = x(t) \tag{2.46}$$

Tanto en la pre inversa como en la post inversa se requiere que para que $\mathbf{x}(t) = \mathbf{w}(t)$ para que esto sea posible \mathbf{K} debe de ser el operador inverso de \mathbf{H} . Como ya se mencionó anteriormente, la inversa de Volterra es una sumatoria de operadores, por lo cual se debe encontrar n expresiones, una para cada operador; ya que la salida debe ser $x(t)$, se define el primer operador lineal (o de primer orden) H_1 como $Z_1 = H_1^{-1}$, la forma más sencilla de obtener este resultado es trabajando en el dominio de la frecuencia, por lo tanto se tiene que $Z_1(i\omega)$ es igual al inverso multiplicativo de $Z_1(i\omega)$. Suponiendo que se tiene la siguiente ecuación $a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_0\dot{x} + b_1x$, entonces para encontrar su FRF y de esta forma expresarla en el dominio de la frecuencia se aplica la prueba armónica, con lo que se tiene que:

$$H_1 = \frac{b_0\omega + b_1}{a_0\omega^2 + a_1\omega + a_2} \tag{2.47}$$

$$K_1 = \frac{1}{H_1} \tag{2.48}$$

$$\therefore K_1 = \frac{a_0\omega^2 + a_1\omega + a_2}{b_0\omega + b_1} \tag{2.49}$$

Si se regresase K_1 al dominio del tiempo tomando en cuenta su entrada es la salida de H_1 , es decir que la entrada del primer operador es y_1 ; entonces se tiene que:

$$K_1[y_1] = a_0\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = b_0\dot{u} + b_1u \tag{2.50}$$

$$K_1[y_1] = x(t) \tag{2.51}$$

Sin embargo esto solo es considerando una parte de la señal (y_1), y al primer operador debe entrar la señal completa, los ordenes faltantes de la señal se incorporan mediante la sumatoria que se muestra en la ecuación siguiente.

$$z_1(t) = x(t) + \sum_{n=2}^{\infty} K_1[y_n(t)] \quad (2.53)$$

Como solamente el primer término de la entrada es la salida deseada el resto de los términos deben de ser eliminados, para esto K_n , ($n \neq 1$) está construido de tal forma que produzca salidas $z_n(t)$ que cancele cada término de la sumatoria que no sea lineal, por lo tanto:

$$w(t) = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(t) \approx x(t) \quad (2.54)$$

Tomando en cuenta que el primer operador de la inversa es igual a $x(t)$, y que el resultado total de la sumatoria debe de ser igual a la entrada, entonces forzosamente la sumatoria de los demás operadores diferentes de 1 debe de ser cero.

$$\sum_{n=2}^{\infty} w_n(t) = 0 \quad (2.55)$$

Ahora bien los valores de los demás operadores de Volterra están dados por la ecuación (2.56).

$$w_n x(t) = \sum_{m=1}^n \sum_{i=1}^{n-m+1} \dots \sum_{i_a}^{n-m-\sum_{b=1}^{A-1} i_b+a} \dots$$

$$\sum_{i_{m-1}=1}^{n-m-\sum_{b=1}^{m-2} i_b+(m-1)} \dots H_m \left[K_{i_1}[x(t)], \dots, K_{i_a}[x(t)], \dots, K_{i_{m-1}}[x(t)], K_{i_m}[x(t)] \text{ donde } i_m = n - \sum_{b=i}^{m-1} i_b \right] \quad (2.56)$$

A partir de esta ecuación es posible encontrar la que genera la inversa de Volterra de un n -ésimo orden.

$$\begin{aligned}
K_n[x(t)] = & - \sum_{m=2}^n \sum_{i=1}^{n-m+1} \dots \sum_{i_a}^{n-m-\sum_{b=1}^{a-1} i_b+a} \dots \\
& \sum_{i_{m-1}=1}^{n-m-\sum_{b=1}^{m-2} i_b+(m-1)} \dots K_1 \left[H_m \left\{ K_{i_1}[x(t)], \dots, K_{i_a}[x(t)], \dots, K_{i_{m-1}}[x(t)], K_{i_m}[x(t)] \right\} \right]_{\text{donde } i_m=n-\sum_{b=1}^{m-1} i_b}
\end{aligned}
\tag{2.57}$$

2.7 OBTENCIÓN DE LA INVERSA DE VOLTERRA MEDIANTE LAS ALE'S

Existen algunos sistemas en los cuales sus inversas son infinitas; en algunos casos la serie de Volterra debe de ser truncada al llegar a determinado armónico. Debe tomarse en cuenta que los primeros operadores de Volterra son los que realizan la mayor linealización del sistema, la cual irá decreciendo conforme mayores sean los grados de los operadores, además, de que se van tornando más complicados. El n-ésimo término de la inversa de Volterra está definido como:

$$W_n(t) = x(t) + \sum_{j=n+1}^{\infty} w_j(t) \approx x(t)
\tag{2.58}$$

Para poder encontrar los operadores de la inversa de Volterra que mejoren la señal primeramente hay que representar el sistema en el dominio de lo frecuencia, de esta manera será más sencillo su desarrollo, esto ya que como se estableció anteriormente $K_1 = H_1^{-1}$, en donde H es el sistema al cual se le pretende devolver su linealidad y K es la inversa de Volterra, por lo tanto si se expresa el sistema en FRF mediante la prueba armónica se obtiene fácilmente la expresión que represente a K_1 , sin embargo, estp introducirá términos no lineales los cuales tendrán que ser eliminados con su correspondiente operador de Volterra. Para obtener los operadores de grado superior de la inversa se aplica la ecuación (2.57), estos nuevos términos que se generen (K_n , donde $n \neq 1$) son lineales con respecto a K_1 , por lo tanto, será posible expresarlos con respecto al primer operador. Así mismo, conforme se vaya incrementado el orden de los operadores, en algunos casos, será posible eliminar a K y a H, pero generalmente se generarán términos no lineales de mayor grado

que con el que se está trabajando en ese momento. Este método puede apreciarse en el siguiente sistema, en donde se calculará hasta el tercer operador:

$$y_m = -ay^3 + cy \quad (2.59)$$

Se obtienen primeramente su representación en sistema de un solo grado de libertad:

$$-m\ddot{y}_{L_1} + C\dot{y}_{L_1} + K_s y_{L_1} = C\dot{x} + K_s x \quad (2.60)$$

Para obtener el valor de H_1 es necesario encontrar su FRF, esto mediante la prueba armónica.

$$\begin{aligned} -m(-\omega^2 H_1(\omega) X_0 e^{i\omega t}) + C(i\omega H_1(\omega) X_0 e^{i\omega t}) + K_s(H_1(\omega) X_0 e^{i\omega t}) = \\ C(i\omega X_0 e^{i\omega t}) + K_s(X_0 e^{i\omega t}) \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\omega^2 H(\omega) + \frac{C}{m} i\omega H(\omega) + \frac{K_s}{m} H(\omega) = \frac{C}{m} i\omega + \frac{K_s}{m} \quad (2.62)$$

Al definir $\omega_n^2 = k/m$, $2\xi\omega_n = \frac{c}{m}$ y despejando H_1 se obtiene:

$$H_1(\omega) = \frac{2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2}{\omega^2 + 2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2} \quad (2.63)$$

Con lo que se puede generar su ecuación diferencial en el tiempo.

$$\ddot{y}_1 + 2\xi\omega_n \dot{y}_1 + y_1 = 2\xi\omega_n \dot{x} + x \quad (2.64)$$

A partir de la ecuación anterior se obtiene K_1 .

$$2\xi\omega_n \dot{z}_1 + z_1 = \dot{y}_1 + 2\xi\omega_n \dot{y}_1 + y_1 \quad (2.65)$$

Como se muestra en la ecuación (2.59) el sistema tiene un término lineal y uno cúbico, la suma de ambos produce la respuesta completa que puede escribirse como: $y = y_1 + y_3$,

donde y_3 se puede expresar en términos lineales, con lo que se tendría $y_3 = Ay_1^3$. Debido a lo anterior el primer operador de la inversa de Volterra también consta de dos partes, por lo que $z_1 = z_{1a} + z_{1b}$, al usar la ecuación (2.58) para el primer operador se obtiene:

$$z_1 = x - ay_1^3 \quad (2.66)$$

Para construir el tercer operador que elimine los términos de tercer orden que se observan en la ecuación anterior se procede de la siguiente manera:

$$z_1 \rightarrow z_1[y_3] \quad (2.67)$$

$$z_3 \rightarrow z_3[y_1] \quad (2.68)$$

$$w_3 = z_1[y_3] + z_3[y_1] \quad (2.69)$$

$$w_3 = z_1 \{y_3\{x(t), \{x(t)\}, \{x(t)\}\}\} + z_3 \{y_1\{x(t)\}, y_1\{x(t)\}, y_1\{x(t)\}\} \quad (2.70)$$

Sí $x(t) = z_1\{x(t)\}$, entonces:

$$w_3 = z_1 \{y_3\{z_1\{x(t)\}, z_1\{x(t)\}, z_1\{x(t)\}\}\} + z_3 \{y_1\{z_1\{x(t)\}\}, y_1\{z_1\{x(t)\}\}, y_1\{z_1\{x(t)\}\}\} \quad (2.71)$$

$$w_3 = z_1 \{y_3\{z_1\{x(t)\}, z_1\{x(t)\}, z_1\{x(t)\}\}\} + z_3 \{x(t), x(t), x(t)\} \quad (2.72)$$

$$w_3 = z_1[y_3[z_1]] + z_3[x(t)] \quad (2.73)$$

Como ya se mencionó anteriormente, todos aquellos términos de la salida del sistema W , a partir segundo, son iguales a cero, por lo tanto de la ecuación anterior es posible despejar z_3 .

$$z_3 = -z_1[y_3[z_1]] \quad (2.74)$$

Este operador eliminará las no linealidades de tercer orden, pero introduce un término de quinto orden, por lo que el siguiente paso es calcular z_5 para eliminarlo, y si surgiesen nuevos términos podrían calcularse los operadores correspondientes de considerarse necesario.

La construcción de z_5 se hace de la siguiente manera:

$$z_1 \rightarrow z_1[y_5] \quad (2.75)$$

$$z_3 \rightarrow 3z_1(y_1, y_1, y_3) \quad (2.76)$$

$$z_5 \rightarrow z_5[y_1] \quad (2.77)$$

$$w_5 = 3z_3(y_1, y_1, y_3) + z_5[y_1] \quad (2.78)$$

Ya que w_5 es igual a cero es posible despejar el quinto operador.

$$z_5(y_1) = -3z_3(y_1, y_1, y_3) \quad (2.79)$$

$$z_5 = -3y_1[z_3(y_1, y_1, y_3)] \quad (2.80)$$

Por la literatura sabemos que el resultado anterior es el que se encontraría si se estuviese buscando la post inversa de Volterra, pero para este caso lo que se desea encontrar es la pre inversa, la única variación con respecto a este resultado es que los operadores del lado derecho se cambian por sus inversos.

$$z_5 = -3z_1[y_3(z_1, z_1, z_3)] \quad (2.81)$$

$$z_5 = -3z_1[y_3(z_1(y), z_1(y), z_3(y))] \quad (2.82)$$

$$z_5 = -3z_1[y_3(z_1(y^2), z_3(y))] \quad (2.83)$$

La suma de estos operadores es la inversa de Volterra para este sistema, en este caso se está alimentando con y por lo que es una post inversa, pero si se quisiese trabajar con la pre inversa, solamente tendrían que sustituirse las z_n por y_n y viceversa, así como alimentar al sistema con x .

2.8 MODELO AUTOREGRESIVO CON ENTRADA EXOGENA (ARX)

Los ARX son modelos discretos y lineales, sus repuestas en un instante n se forman a partir de salidas y entradas pasadas, a las cuales se les llama regresiones. El número de regresiones de la respuesta no tiene que ser igual al de las de la entrada.

$$y_n = C_1 y_{n-1} + C_2 y_{n-2} + \dots + C_a y_{n-a} + D_1 x_{n-1} + D_2 y_{n-2} + \dots + D_b y_{n-b} \quad (2.75)$$

Estos modelos se construyen a partir de ecuaciones diferenciales, dependiendo del número de diferenciales que integren la salida y la entrada serán el número de regresiones para cada

uno; convirtiendo esta forma diferencial en una discreta. A continuación se muestra un ejemplo de la construcción de un modelo ARX con dos regresiones en la salida y una en la entrada, así como la representación de las derivadas en este modelo.

$$A_1\ddot{y} + A_2\dot{y} + A_3y = B_1\dot{x} + B_2x \quad (2.76)$$

Como es un modelo discreto automáticamente $y = y_i$ y $x = x_i$.

Ya que $\dot{y} = \frac{dy}{dx} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$, donde $t_i - t_{i-1} = \Delta t \ll 0$, entonces:

$$\dot{y} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta t} \quad (2.77)$$

$$\ddot{y} = \frac{\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1}}{\Delta t} \quad (2.78)$$

Por lógica es posible desarrollar la expresión de \dot{y}_{i-1} .

$$\dot{y}_{i-1} = \frac{y_{i-1} - y_{i-2}}{\Delta t} \quad (2.78)$$

La ecuación de \ddot{y} no puede quedar expresada en término de derivadas, por lo cual se sustituyen los valores de \dot{y} y \dot{y}_{i-1} .

$$\ddot{y} = \frac{y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}}{\Delta t^2} \quad (2.79)$$

Las mismas consideraciones se aplican a x , por lo cual se tiene:

$$x = x_i \quad (2.80)$$

$$\dot{x} = \frac{x_i - x_{(i-1)}}{\Delta} \quad (2.81)$$

Para desarrollar el sistema ARX de la ecuación (2.76) solo se deben de hacer las sustituciones correspondientes y despejar la salida y_i .

$$A_1 \left(\frac{y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}}{\Delta t^2} \right) + A_2 \left(\frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta t} \right) + A_3 y_i = B_1 \frac{x_i - x_{(i-1)}}{\Delta} + B_2 x_i \quad (2.82)$$

$$y_i \left(\frac{A_1}{\Delta t^2} + \frac{A_2}{\Delta t} + A_3 \right) + y_{i-1} \left(-\frac{2}{\Delta t^2} + \frac{A_2}{\Delta t} \right) + y_{i-2} \left(\frac{A_1}{\Delta t^2} \right) = x_i \left(\frac{B_1}{\Delta} + B_2 \right) + x_{(i-1)} (B_1) \quad (2.83)$$

Para simplificar esta ecuación se pueden hacer las siguientes consideraciones:

$$C_1 = \frac{A_1}{\Delta t^2} + \frac{A_2}{\Delta t} + A_3; C_2 = -\frac{2}{\Delta t^2} + \frac{A_2}{\Delta t}; C_3 = \frac{A_1}{\Delta t^2}$$

$$y_i = -\frac{C_2}{C_1} y_{i-1} - \frac{C_3}{C_1} y_{i-2} + \frac{x_i}{C_1} \left(\frac{B_1}{\Delta} + B_2 \right) + x_{(i-1)} \left(\frac{B_1}{C_1} \right)$$

$$D_1 = -\frac{c_2}{c_1}; D_2 = -\frac{c_3}{c_1}; D_3 = \left(\frac{B_1}{\Delta} + B_2\right)\frac{1}{c_1}; D_4 = \frac{B_1}{c_1} \quad (2.84)$$

$$y_i = D_1 y_{i-1} + D_2 y_{i-2} + D_3 x_i + D_4 x_{(i-1)} \quad (2.85)$$

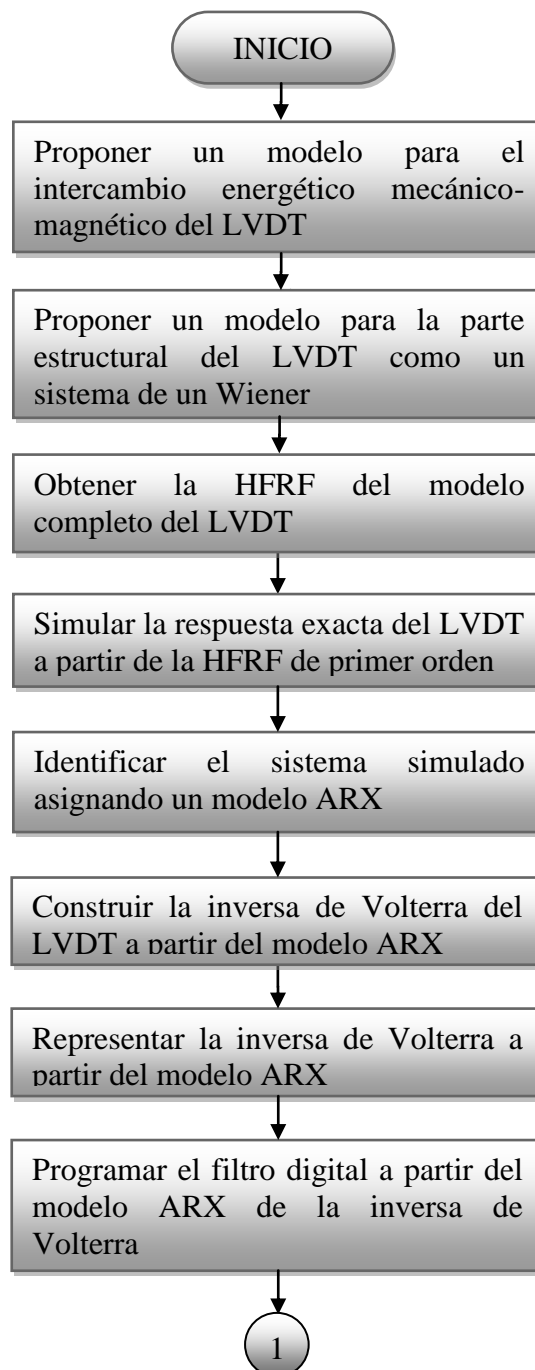
La ecuación anterior es el modelo ARX correspondiente a la ecuación (2.76), tal y como se puede observar consta de dos regresiones en salida y una regresión en su entrada, producto de sus derivadas en cada parte.

Capítulo III

3 METODOLOGÍA

3.1 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA METODOLOGÍA

En la figura 3.1 se muestra un diagrama de flujo en donde se ilustra las fases de la metodología aplicada para la corroboración de los objetivos planteados en el presente trabajo.



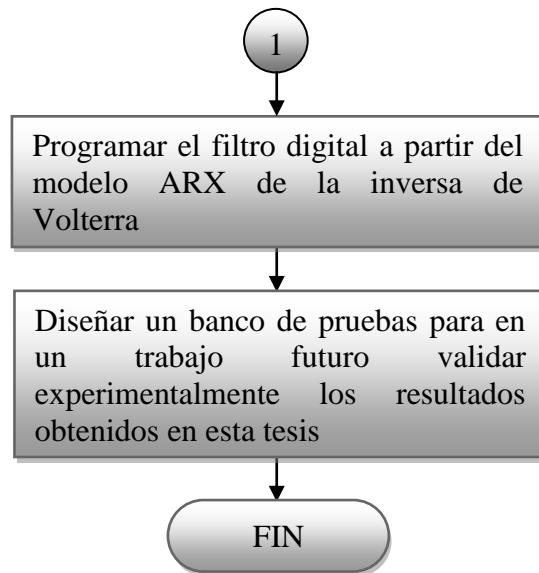


Figura 3.1.- Diagrama de flujo de la metodología empleada. Fuente: Autor.

3.2 DESCRIPCIÓN

En la primera fase que se tomo en el presente trabajo fue representar matemáticamente el LVDT, para lo cual fue necesario dividir su comportamiento en dos, uno que representa la parte estructural de este, y el otro que abarca la parte mecánico-magnético. Primeramente se propuso un modelo para el comportamiento mecánico-magnético.

En la segunda fase se construyo un modelo para describir la parte estructural del LVDT como un sistema Winer.

En una tercera instancia se unieron los dos modelos propuestos en un modelo HFRF el cual representa el comportamiento completo del LVDT. Este modelo fue simulado, para lo que primeramente se construyó el modelo ARX de la HFRF; se compararon los resultados de la simulación de la salida simulado del transductor contra el modelo ARX para corroborar el error mínimo de este último con respecto a la salida del LVDT.

Partiendo de la HFRF se construyó la inversa de Volterra para el LVDT, una vez desarrollada se desarrolla su modelo ARX. Se evaluó el filtro al compararlo con la entrada, tanto de forma gráfica como analítica.

Finalmente se diseñó y construyó un banco de pruebas para la caracterización del LVDT, esto para que en un trabajo futuro se verifiquen los resultados obtenidos, en esta tesis, de forma experimental,

Capítulo IV

4.1 CONSTRUCCIÓN DE LA RESPUESTA EXACTA PARA SIMULACIÓN DEL LVDT IDEAL

4.1.1 OBTENCIÓN DE UN MODELO PARA UN LVDT

En la figura 3.1 se muestra la curva característica de un LVDT, la parte comprendida en el rango de -100% al 100% es llamada parte lineal, representa la linealidad que hay entre el voltaje de la respuesta del transductor y la posición que se está sensando; aquellas partes que están fuera del rango mencionado conforman su parte magnética, su pérdida de linealidad. Para la representación del sistema en total se tiene que tomar en cuenta ambas partes.

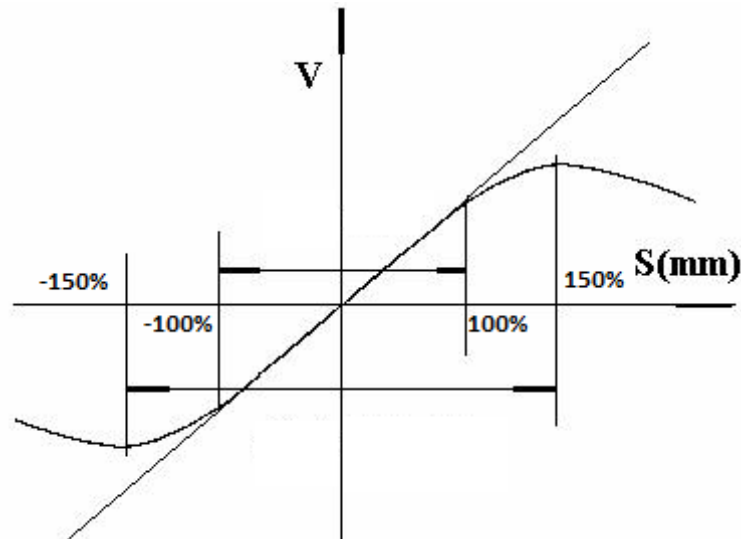


Figura 3.1.- Curva característica de un LVDT

4.1.2 CÁLCULO DE LA PARTE MAGNÉTICA DEL LVDT

En la figura 3.1 se aprecia que la parte magnética es una curva no muy pronunciada que viene precedida de una recta (parte lineal), para representar la parte no lineal es necesario tomar en cuenta este comportamiento, con lo cual se concluye que la ecuación que es capaz de hacerlo es una cúbica sin su segundo término, ya que sin él se representa mejor el rango lineal.

$$y_m = ax^3 + bx^2 + cx + d \tag{3.1}$$

Si se considera un LVDT de 60 cm, con un voltaje máximo de salida de 0.22 V entonces se tiene que para la figura 3.1 al 50% le corresponde un desplazamiento de 15cm con un voltaje de 0.11V, con estos dos puntos y el origen es posible encontrar el valor de los coeficientes de la ecuación (3.1)

$$P_1 = (0,0)$$

$$P_2 = (0.11,15)$$

$$P_3 = (0.22,30)$$

Sustituyendo el primer punto en la ecuación (3.1) se tiene que:

$$0 = a(0)^3 + c(0) + d \tag{3.2}$$

$$\therefore d = 0 \tag{3.3}$$

Sustituyendo los valores del punto P_2 en la ecuación (3.1).

$$15 = a(0.1^3) + b(0.1)^2 + c0.1 + 0 \tag{3.4}$$

$$c = \frac{15 - 0.001a}{0.1} \tag{3.5}$$

$$c = 150 - 0.01a \tag{3.6}$$

Al sustituir el tercer punto en la ecuación (3.1) se obtiene:

$$30 = a(0.22)^3 + c0.22 \tag{3.7}$$

$$30 = a(0.22)^3 + 0.22(150 - 0.01a) \tag{3.8}$$

$$30 = 150(0.22) + a(0.22^3 - 0.01a) \tag{3.9}$$

$$30 = 33 + 8.442 \times 10^{-3} a \tag{3.10}$$

$$a = -355.1136 \tag{3.11}$$

$$c = 150 - 0.01(-355.1136) \tag{3.12}$$

$$\therefore c = 153.136 \tag{3.13}$$

Con lo que se concluye que la ecuación que corresponde a la curva característica del LVDT es:

$$y_m = -355.1136x^3 + 153.136x \tag{3.14}$$

4.1.3 CÁLCULO DE LA PARTE ESTRUCTURAL DEL LVDT

4.3.1 REPRESENTACIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE MEDICIÓN DEL LVDT COMO UN SISTEMA LINEAL DE UN GRADO DE LIBERTAD

La representación del sistema como un solo grado de libertad se muestra a continuación.

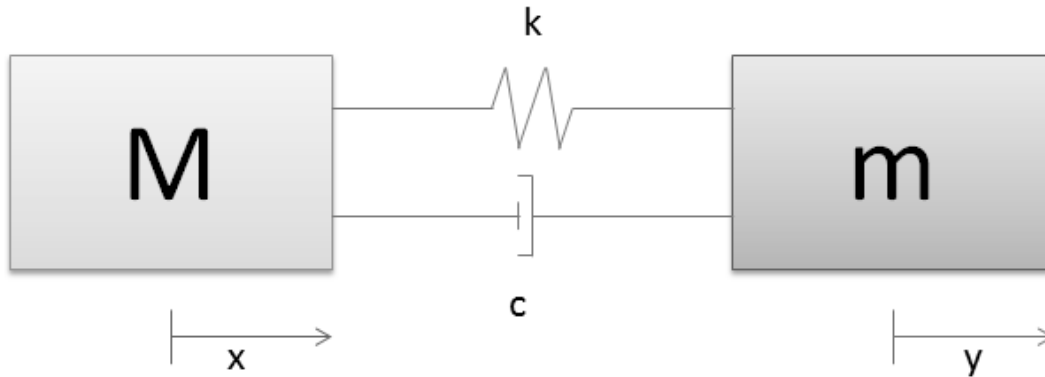


Figura 3.2.- Representación del LVDT como un sistema masa-resorte-amortiguador. Para obtener la ecuación de este sistema se realiza el análisis de fuerzas del la figura 3.2.

$$\sum F = ma \tag{3.15}$$

$$F_k + F_c = m\ddot{y}_L \tag{3.16}$$

Donde F_k es la fuerza que opone el resorte a su deformación y F_c es la fuerza del amortiguador.

La fuerza del resorte está definida como la multiplicación de una constante K , por la deformación (d) debido a una fuerza externa. El signo menos de su ecuación se debe a que esta fuerza es igual en magnitud a la fuerza que lo deforma, pero en sentido contrario.

$$F_k = -Kd \tag{3.17}$$

En el caso de la figura 3.2 la deformación del resorte es de extensión, por lo tanto d es positiva, cuya magnitud es la diferencia de la distancia total del desplazamiento del sistema menos el avance la masa m .

$$\therefore F_k = K(y_L - x) \tag{3.18}$$

En lo que corresponde a la fuerza del amortiguador, la expresión que la describe es:

$$F_c = C\dot{d} \tag{3.19}$$

Donde C es la constante del amortiguador.

$$\therefore F_c = C(\dot{y}_L - \dot{x}) \quad (3.20)$$

Al sustituir los resultados de las (3.18) y (3.20) en (3.16) se tiene la ecuación general masa-resorte-amortiguador para un LVDT.

$$-m\ddot{y}_L + C(\dot{y}_L - \dot{x}) + K(y_L - x) = 0 \quad (3.21)$$

$$-m\ddot{y}_L + C\dot{y}_L + Ky_L = C\dot{x} + Kx \quad (3.22)$$

4.1.4 FUNCIÓN DE RESPUESTA A LA FRECUENCIA DEL LVDT IDEAL

Para encontrar la función de respuesta a la frecuencia (FRF) del LVDT se usará la prueba armónica, expuesta anteriormente en el capítulo II. La entrada de prueba es,

$$x = X_0 e^{i\omega t}$$

La respuesta esperada es un armónico con la misma frecuencia pero posiblemente desfasado y amplificado, por tanto se asume una respuesta como:

$$y_L = H(\omega)X_0 e^{i\omega t} \quad (3.22)$$

$$\dot{x} = i\omega X_0 e^{i\omega t} \quad (3.23)$$

Después de encontrar las derivadas, se sustituye en la ecuación (3.22) se obtiene:

$$\begin{aligned} -m(-\omega^2 H(\omega)X_0 e^{i\omega t}) + C(i\omega H(\omega)X_0 e^{i\omega t}) + K(H(\omega)X_0 e^{i\omega t}) \\ = C(i\omega X_0 e^{i\omega t}) + K(X_0 e^{i\omega t}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$m\omega^2 H(\omega) + i\omega CH(\omega) + KH(\omega) = i\omega C + K \quad (3.25)$$

$$\omega^2 H(\omega) + \frac{C}{m}i\omega H(\omega) + \frac{K}{m}H(\omega) = \frac{C}{m}i\omega + \frac{K}{m} \quad (3.26)$$

Se define la frecuencia natural como:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (3.27)$$

El factor de amortiguamiento se define como,

$$\xi = \frac{C}{2\sqrt{Km}}$$

$$\left[\xi = \frac{C}{2\sqrt{Km}} \right] m \tag{3.28}$$

De donde se obtiene que,

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n \tag{3.29}$$

La ecuación (3.26) queda como,

$$\omega^2 H(\omega) + 2\xi\omega_n i\omega H(\omega) + \omega_n^2 H(\omega) = 2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2 \tag{3.30}$$

Se despeja $H(\omega)$ para obtener la FRF del LVDT.

$$H(\omega) = \frac{2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2}{\omega^2 + 2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2} \tag{3.31}$$

Al regresar esta ecuación al dominio del tiempo se tiene la ecuación diferencial del LVDT.

$$\ddot{y}_L + 2\xi\dot{y}_L + \omega_n^2 y_L = 2\xi\dot{x} + \omega_n^2 x \tag{3.32}$$

Sustituyendo los datos $\xi=0.6$ y $\omega_n=0.62$ datos obtenidos en la literatura sobre el LVDT[8], en la ecuación (3.32) se tiene el resultado siguiente:

$$\ddot{y}_L + 0.744\dot{y}_L + 0.3844y_L = 0.744\dot{x} + 0.3844x \tag{3.33}$$

Esta es la ecuación diferencial de la parte lineal del sistema. El LVDT es en general un sistema en serie como se muestra en la Figura 3.3, como se puede observar el sistema está compuesto por la respuesta de la parte estructural (la cual es lineal) y por la parte magnética representada por una ecuación cubica y cuya entrada es la salida de la parte estructural. Este tipo de sistemas se conoce como Wiener y es un caso particular de los sistemas de Volterra.

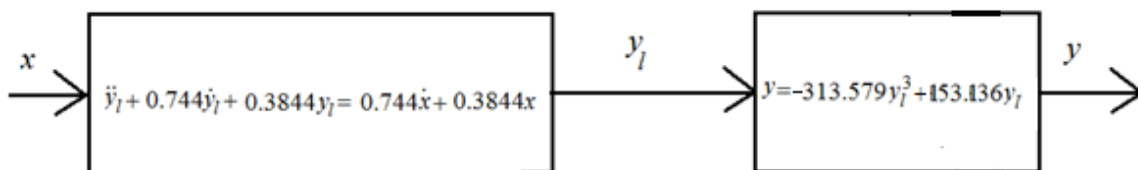


Figura 3.3.- Representación del LVDT como un sistema masa-resorte-amortiguador.

4.1.5 ECUACIONES LINEALES ASOCIADAS PARA EL SISTEMA LVDT

Este tipo de sistema sensor pertenece a la clase Wiener, A diferencia de un sistema Duffing, un sistema Wiener tiene solamente un número finito de operadores determinado por la naturaleza no lineal a la salida del sistema. Como se mostro en la sección 3.14, la representación del intercambio energético mecánico-magnético se puede representar por una ecuación cúbica. De acuerdo con esta ecuación, se tendrán solamente operadores de primer y tercer orden. Los operadores de primer y tercer orden son obtenidos simplemente por,

$$y_1 = 153.136y_L \quad (3.37)$$

$$y_3 = y_1^3 \quad (3.38)$$

$$y_3 = -313.579 \left(\frac{y_1}{153.136} \right)^3 \quad (3.39)$$

$$y_3 = -313.579y_L^3 \quad (3.40)$$

$$y_3 = -8.7 * 10^{-3}y_1^3 \quad (3.41)$$

De donde es posible despejar su término lineal, para posteriormente derivarlo para hacer las sustituciones correspondientes en la ecuación de la parte lineal del sistema (ecuación 3.36).

$$y_L = \frac{y_1}{153.136} \quad (3.42)$$

$$\dot{y}_L = \frac{\dot{y}_1}{153.136} \quad (3.43)$$

$$\ddot{y}_L = \frac{\ddot{y}_1}{153.136} \quad (3.44)$$

A partir de la ecuación (3.41) es posible expresar y_3 en términos de y_L como se muestra a continuación:

$$y_3 = -313.579y_L^3 \quad (3.45)$$

$$y_3 = -313.579 \left(\frac{y_1}{153.136} \right)^3 \quad (3.46)$$

$$y_3 = - - 313.579 \left(\frac{y_1}{153.136} \right)^3$$

(3.47)

$$y_3 = -8.7 * 10^{-3} y_1^3 \quad (3.48)$$

Se sustituyen las ecuaciones (3.42) a la (3.44) en la ecuación (3.36) para encontrar la ecuación diferencial de primer orden de todo el sistema.

$$\frac{\ddot{y}_1}{153.136} + 0.744 \left(\frac{\dot{y}_1}{153.136} \right) + 0.3844 \left(\frac{y_1}{153.136} \right) = 0.744\dot{x} + 0.3844x \quad (3.49)$$

$$\ddot{y}_1 + 0.744\dot{y}_1 + 0.3844y_1 = 153.136(0.744\dot{x} + 0.3844x) \quad (3.50)$$

$$\ddot{y}_1 + 0.744\dot{y}_1 + 0.3844y_1 = 114.243923\dot{x} + 59.026027x \quad (3.51)$$

4.1.6 ECUACIÓN QUE MODELA LA RESPUESTA EXACTA DEL LVDT IDEAL

La ecuación anterior representa el comportamiento un LVDT, sin embargo para que sea posible obtener los datos que genera se debe encontrar su modelo ARX, es posible programar este último y así obtener una respuesta del sistema a una entrada simulada. Para obtener el modelo se ocupará la ecuación (2.85), correspondiente al tema 2.2.7, esto ya que ambos casos son iguales; en lo que corresponde a los coeficientes de este modelo, se calculan mediante el uso del programa arxhister.m, programado en el ambiente de matlab® por el Dr. Juan Alejandro Vázquez Feijoo, este programa genera los coeficientes mediante el método de error mínimo cuadrático. El modelo ARX para un sistema LVDT es:

$$y_{1i} = 1.1261y_{1i-1} - 0.5163y_{1i-2} + 50.8718x_{1i} + 0.9882x_{1i-1} \quad (3.52)$$

Para obtener el modelo ARX correspondiente a y_3 se aprovecha el resultado obtenido en la ecuación (3.39), por lo tanto:

$$y_{3i} = -8.7x10^{-3}y_{3i}^3 \quad (3.53)$$

Finalmente el modelo ARX de y sería:

$$y_i = y_{1i} + y_{3i} \quad (3.54)$$

A continuación se muestra la gráfica que genera este último modelo mediante el uso de matlab® R2008a.

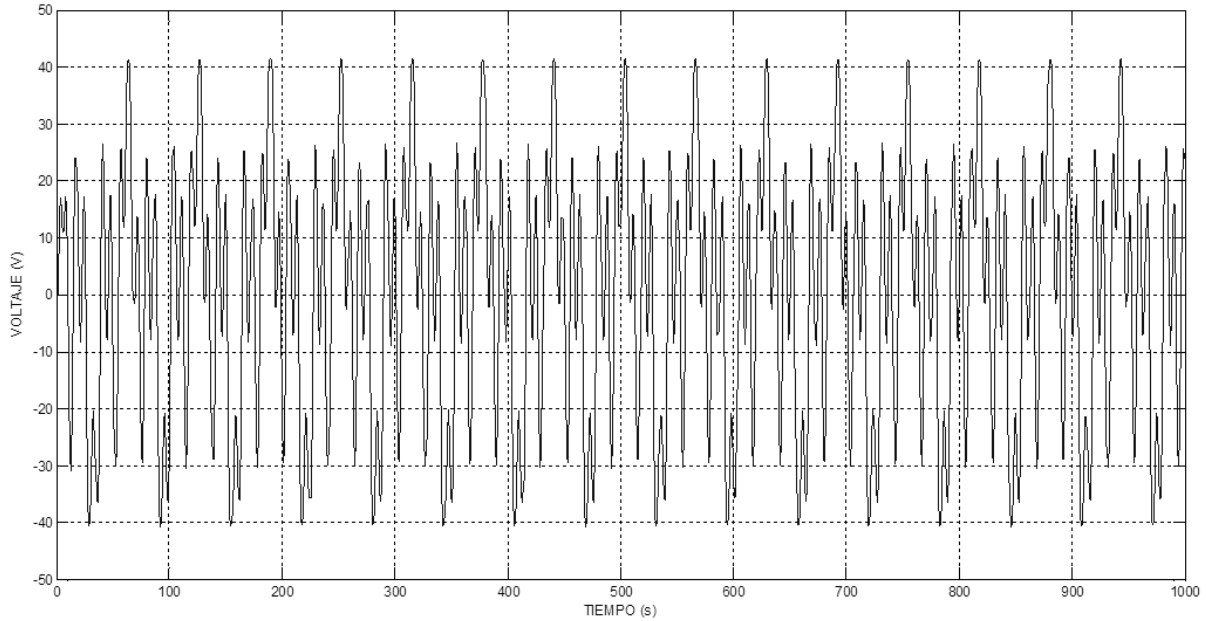


Imagen 3.1. Grafica del modelo ARX de la respuesta del LVDT. Fuente: Autor.

4.2 ANÁLISIS DE LA INVERSA DE VOLTERRA, EN EL DOMINIO DEL TIEMPO, PARA EL SISTEMA DEL LVDT TEÓRICO

Como se mencionó en el capítulo II el cálculo del primer operador se usando la FRF del sistema, a partir de este resultado solo se tiene que aplicar la ecuación.

$$K_1 = H_1^{-1} \quad (3.55)$$

Para este caso la FRF del sistema esta expresada en la ecuación (3.39), considerando esta y la ecuación anterior, entonces se obtiene que el operador de primer orden es:

$$K_1(\omega) = \frac{\omega^2 + 2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2}{2\xi\omega_n i\omega + \omega_n^2} \quad (3.56)$$

Al pasar al tiempo la ecuación anterior y sustituyendo los valores de ω_n y $2\xi\omega_n$ se tiene entonces:

$$114.243923\dot{z}_1 + 59.026027z_1 = \dot{y}_1 + 0.744\dot{y}_1 + 0.3844y_1 \quad (3.57)$$

En esta ecuación solo se está tomando la parte lineal de la señal, por lo tanto para que la inversa de Volterra esté completo debe de incluirse el término cúbico; la suma de ambos términos es la salida completa del LVDT, con lo que se reescribe la ecuación anterior de la siguiente forma.

$$114.243923\dot{z}_1 + 59.026027z_1 = \ddot{y} + 0.744\dot{y} + 0.3844y \quad (3.58)$$

Ya que a z_1 entra y , la cual está compuesta de dos términos, entonces es posible separar el operador de la inversa de Volterra en z_{1a} y z_{1b} .

$$z_1 = z_{1a} + z_{1b} \quad (3.59)$$

$$y = y_1 + y_3 \quad (3.60)$$

Al hacer estas consideraciones es posible trabajar z_{1a} con los términos lineal de y , mientras que con z_{1b} , lo cual simplifica el encontrar sus ecuaciones correspondientes, las cuales al sumarse dan z_1 .

$$114.243923\dot{z}_{1a} + 59.026027z_{1a} = \ddot{y}_1 + 0.744\dot{y}_1 + 0.3844y_1 \quad (3.61)$$

$$114.243923\dot{z}_{1b} + 59.026027z_{1b} = \ddot{y}_3 + 0.744\dot{y}_3 + 0.3844y_3 \quad (3.62)$$

Ya que la entrada a la inversa es y , no solamente es y_1 , entonces aparte de x existen término que contienen armónicos z_{1b} .

$$z_1 = x + z_{1b} \quad (3.63)$$

Para construir z_{1b} se trabaja con la ecuación (3.62), para esto se usa la equivalencia establecida en la ecuación (2.50), tanto para sustituir su valor para encontrar su primera y segunda derivada y también sustituirlos en la ecuación.

$$y_3 = -8.7336 * 10^{-5} y_1^2 \dot{y}_1 \quad (3.64)$$

$$\dot{y}_3 = -2.61 * 10^{-4} y_1^2 \dot{y}_1 \quad (3.65)$$

$$\ddot{y}_3 = -5.22 * 10^{-4} y_1 \ddot{y}_1^2 - 2.61 * 10^{-4} y_1^2 \ddot{y}_1 \quad (3.66)$$

Al sustituir en la ecuación de z_{1b} los tres resultados anteriores se obtiene:

$$114.243923\dot{z}_{1b} + 59.026027z_{1b} = -5.22 * 10^{-4} y_1 \ddot{y}_1^2 - 2.61 * 10^{-4} y_1^2 \ddot{y}_1 - 1.9493x10^{-4} y_1^2 \dot{y}_1 - 3.3921x * 10^{-3} y_1^3 \quad (3.67)$$

Puede factorizarse el lado derecho de la ecuación, lo que da como resultado:

$$114.243923\dot{z}_{1b} + 59.026027z_{1b} = -8.7 * 10^{-5} [(6y_1 \dot{y}_1^2 + 3y_1^2 \ddot{y}_1) + 0.744(3y_1^2 \dot{y}_1) + 0.3844y_1^3] \quad (3.68)$$

Donde los paréntesis en la ecuación anterior son la segunda y primera derivada respectivamente de y_1^3 , por lo que se reescribe,

$$114.243923\dot{z}_{1b} + 59.026027z_{1b} = -8.7 * 10^{-5}(\ddot{y}_1^3 + 0.744\dot{y}_1^3 + 0.3844y_1^3) \quad (3.69)$$

$$\therefore z_{1b} = -8.7 * 10^{-5}z_1(y_1^3) \quad (3.70)$$

La salida del primer operador es entonces,

$$z_1 = x - 8.7 * 10^{-5}z_1(y_1^3) \quad (3.71)$$

Como puede verse debido a que la entrada a K1 no es y_1 sino y , la salida no es solamente x , sino que también hay un término de orden superior dado por $z_1(y_1)$. Para eliminar este término es necesario la construcción de un nuevo operador de la inversa de Volterra el cual deberá ser de tercer orden, la ecuación que lo genera fue desarrollada en el marco teórico, y corresponde a la ecuación (2.74), por lo que para este caso solo se tiene que sustituir en la ecuación anterior el resultado (3.61), así como también y_3 de la ecuación (3.50) se tiene:

$$z_3 = -z_1 [y_3[x + z_{1b}]] \quad (3.72)$$

$$z_3 = -z_1 [-8.7 * 10^{-5}y_1[x + z_{1b}]^3] \quad (3.73)$$

Ya que la entrada a K_1 es z_1 , entonces se tiene:

$$\ddot{y}_1 + 0.744\dot{y}_1 + 0.3844y_1 = 114.243923\dot{z}_1 + 59.026027z_1 \quad (3.75)$$

Al hacer la analogía con la ecuación (3.58), se obtiene,

$$y_1[x + z_{1b}] = y \quad (3.76)$$

Por lo que la ecuación (3.73) puede reescribirse como:

$$z_3 = 8.7 * 10^{-5}(z_1[y]^3) \quad (3.77)$$

Ya que $y = y_1 + y_3$, entonces:

$$z_3 = 8.7 * 10^{-5}(z_1[y_1 + y_3]^3) \quad (3.78)$$

$$z_3 = 8.7 * 10^{-5}(z_1[y_1^3] + z_1[3y_1^2y_3] + z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.79)$$

Observe que al sumar los dos primeros operadores de la inversa de Volterra se obtiene,

$$z_1 + z_3 = x - 8.7 * 10^{-5}z_1(y_1^3) + 8.7 * 10^{-5}(z_1[y_1^3] + z_1[3y_1^2y_3] + z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3])$$

Todos los términos de orden tres o menores se eliminan excepto x . Pero el tercer operador K_3 genera señales de orden superior,

$$z_1 + z_3 = x + 8.7 * 10^{-5}(z_1[3y_1^2, y_3] + z_1[3y_1, y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.80)$$

Lo cual implica la necesidad de introducir operadores de orden superior para eliminar cada uno de los términos generados. El siguiente paso en la construcción de la inversa de Volterra es pues la eliminación del término no lineal de quinto orden por lo que se construye el operador z_5 para este caso a partir de la ecuación (2.83), en donde se sustituye la ecuación (3.50).

$$z_5 = -3z_1\{8.7 * 10^{-3}(y_1^3\{z_1(y^2)\}, y_1^3\{z_3(y)\})\} \quad (3.81)$$

$$z_5 = -3z_1\{8.7 * 10^{-3}(y^2, y_1^3\{z_3(y)\})\} \quad (3.82)$$

En la ecuación anterior se observa que tanto y^2 como y_1^3 pueden tratarse como un término único de quinto orden.

$$z_5 = -3(8.7 * 10^{-3})^2 z_1[y^5] \quad (3.83)$$

La suma de los operadores inversos hasta z_5 deben de eliminar los términos hasta de quinto orden. Para que esto sea posible es necesario reescribir la ecuación de z_3 de la siguiente forma.

$$z_3 = 8.7 * 10^{-5}(z_1[3y_1^2(8.7 * 10^{-5}(y_1^3))] + z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.84)$$

$$z_3 = (8.7 * 10^{-5})^2 * 3z_1[y_1^2, y_1^3] + 8.7 * 10^{-5}(z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.85)$$

$$z_1 + z_3 + z_5 = x + (8.7 * 10^{-5})^2 * 3z_1[y_1^2, y_1^3] - (8.7 * 10^{-3})^2 * 3z_1[y^5] + 8.7 * 10^{-5}(z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.86)$$

$$z_1 + z_3 + z_5 = x + 8.7 * 10^{-5}(z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.87)$$

La inversa de Volterra para este sistema queda constituida de la suma de los tres operadores calculados anteriormente, mientras operadores superiores tengan magnitud despreciable.

$$K = z_1 + z_3 + z_5 \quad (3.88)$$

$$K[x(t)] = x + 8.7 * 10^{-5}(z_1[3y_1y_3^2] + z_1[y_3^3]) \quad (3.89)$$

•

Capítulo V

5 IDENTIFICACIÓN Y CONTROL POR ECUALIZACIÓN USANDO MODELOS DISCRETOS PARA LOS OPERADORES DE VOLTERRA

5.1 REPRESENTACIÓN DEL LVDT TEÓRICO COMO UN MODELO ARX

Para poder programar el filtro y aplicarlo a la señal de salida del LVDT es necesario obtener la representación de los operadores de Volterra como modelos ARX, esto hace necesario que también se obtenga el modelo ARX que represente al LVDT, para esto se trabaja con la ecuación (3.51), obteniendo la representación discreta de la ecuación diferencial de primer orden del transductor.

$$y_1 = y_{1i} \quad (4.1)$$

$$\dot{y}_1 = \frac{y_{1i} - y_{1(i-1)}}{\Delta} \quad (4.2)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{y_{1i} - 2y_{1(i-1)} + y_{1(i-2)}}{\Delta^2} \quad (4.3)$$

$$x = x_i \quad (4.4)$$

$$\dot{x} = \frac{x_i - x_{(i-1)}}{\Delta} \quad (4.5)$$

Al sustituir los resultados anteriores en la ecuación (3.51) se obtendrá finalmente el modelo ARX para la ecuación diferencial del LVDT.

$$\begin{aligned} \frac{y_{1i} - 2y_{1(i-1)} + y_{1(i-2)}}{\Delta^2} + 0.744 \left(\dot{y}_1 = \frac{y_{1i} - y_{1(i-1)}}{\Delta} \right) + 0.3844(y_{1i}) \\ = 114.243923 \left(\frac{x_i - x_{(i-1)}}{\Delta} \right) + 59.026027x_i \end{aligned} \quad (4.6)$$

Al despejar y_{1i} será posible compararlas con la y teórica.

$$\begin{aligned} y_{1i} \left(\frac{1}{\Delta^2} + \frac{0.744}{\Delta} + 0.3844 \right) + y_{1(i-1)} \left(-\frac{2}{\Delta^2} - \frac{0.744}{\Delta} \right) + y_{1(i-2)} \left(\frac{1}{\Delta^2} \right) \\ = x_i \left(\frac{114.243923}{\Delta} + 59.026 \right) + x_{(i-1)} \left(-\frac{114.243923}{\Delta} \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$A = \frac{1}{\Delta^2} + \frac{0.744}{\Delta} + 0.3844 \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} Ay_{1i} + y_{1(i-1)} \left(-\frac{2}{\Delta^2} - \frac{0.744}{\Delta} \right) + y_{1(i-2)} \left(\frac{1}{\Delta^2} \right) \\ = x_i \left(\frac{114.243923}{\Delta} + 59.026 \right) + x_{(i-1)} \left(-\frac{114.243923}{\Delta} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$y_{1i} = y_{1(i-1)} \left(\frac{2}{A\Delta^2} + \frac{0.744}{A\Delta} \right) + y_{1(i-2)} \left(-\frac{1}{A\Delta^2} \right) + x_i \left(\frac{114.243923}{A\Delta} + \frac{59.026}{A} \right) + x_{(i-1)} \left(-\frac{114.243923}{A\Delta} \right) \quad (4.5)$$

$$C_1 = \frac{2}{A\Delta^2} + \frac{0.744}{A\Delta} \quad (4.6)$$

$$C_2 = -\frac{1}{A\Delta^2} \quad (4.7)$$

$$C_3 = \frac{114.243923}{A\Delta} + \frac{59.026}{A} \quad (4.8)$$

$$C_4 = -\frac{114.243923}{A\Delta} \quad (4.9)$$

$$y_{1i} = C_1 y_{1(i-1)} + C_2 y_{1(i-2)} + C_3 x_i + C_4 x_{(i-1)} \quad (4.10)$$

La ecuación anterior solo es para uno de los términos de la salida del LVDT, para discretizar su parte cúbica se usa el resultado obtenido en la ecuación (3.48).

$$y_{3i} = -8.7 * 10^{-3} y_{1i}^3 \quad (4.11)$$

El modelo ARX del LVDT está dado por:

$$y_i = y_{1i} + y_{3i} \quad (4.12)$$

$$y_i = C_1 y_{1(i-1)} + C_2 y_{1(i-2)} + C_3 x_i + C_4 x_{(i-1)} - 8.7 * 10^{-3} y_{1i}^3 \quad (4.13)$$

5.2 REPRESENTACIÓN DE LA INVERSA DE VOLTERRA COMO UN MODELO ARX

Como ya se estableció anteriormente hay una gran similitud entre la ecuación diferencial de primer orden y el primer operador de Volterra, por lo tanto puede aplicarse el mismo principio para encontrar el modelo ARX de z_1 a partir de la ecuación (4.10), reemplazando la entrada discreta por el primer operador discreto, el cual ahora es la salida que tiene como entrada a y_{1i} , por lo que:

$$C_3 z_{1i} = C_4 z_{1(i-1)} + y_{1i} + C_1 y_{1(i-1)} + C_2 y_{1(i-2)} \quad (4.14)$$

$$z_{1i} = \frac{C_4}{C_3} z_{1(i-1)} + \frac{y_{1i}}{C_3} + \frac{C_1}{C_3} y_{1(i-1)} + \frac{C_2}{C_3} y_{1(i-2)}$$

(4.15)

$$D_1 = \frac{C_4}{C_3}$$

(4.16)

$$D_2 = \frac{1}{C_3}$$

(4.17)

$$D_3 = \frac{C_1}{C_3}$$

(4.18)

$$D_4 = \frac{C_2}{C_3}$$

(4.19)

$$z_{1i} = D_1 z_{1(i-1)} + D_2 y_{1i} + D_3 y_{1(i-1)} + D_4 y_{1(i-2)}$$

(4.20)

Para construir el modelo ARX de z_3 se parte de la ecuación (2.74), sustituyendo solamente el valor de y_3 por su igualdad establecida en (3.50).

$$z_{3i} = -z_{1i} \left[-8.7 * 10^{-5} y_{1i} [z_{1i}(y_i)]^3 \right]$$

(4.21)

Para construir el modelo ARX de z_5 se discretiza la ecuación 3.83.

$$z_{5i} = -3(8.7 * 10^{-3})^2 z_{1i} [y_i^5]$$

(4.22)

El modelo ARX de la inversa de Volterra es entonces:

$$K = z_{1i} + z_{3i} + z_{5i}$$

(4.23)

5.3 RESULTADOS DE LA IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DEL LVDT SIMULADO

5.3.1 COMPARACIÓN ENTRE LA RESPUESTA DEL SISTEMA SIMULADO Y EL MODELO ARX OBTENIDO

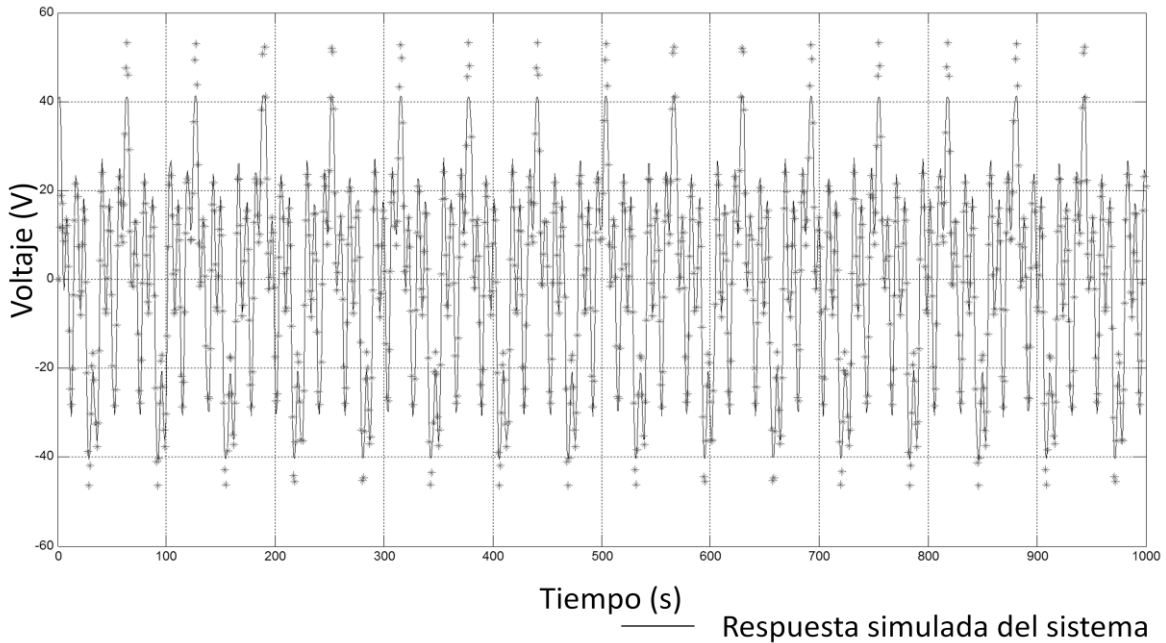


Imagen 5.1: Comparación entre la respuesta del sistema simulado y el modelo ARX de la salida propuesto Fuente: Autor.

Al observar la imagen anterior se aprecia que el modelo ARX sigue a la gráfica generada por y , con lo que se puede concluir que es un modelo muy exacto, esto se corrobora analíticamente mediante la fórmula de porcentaje de error.

$$\%e = \left| \frac{\text{valor real} - \text{valor teórico}}{\text{valor teórico}} \right| * 100 \quad (4.24)$$

En este caso ambos elementos a analizar son vectores, por lo cual se trabaja con su varianza para así tomar en cuenta todos los datos.

$$\%e = \left| \frac{\text{var}(y - y_{fi})}{\text{var}(y)} \right| * 100 \quad (4.25)$$

Al aplicar esta fórmula a los datos obtenidos se obtiene un error del 2.6388%.

Al comparar la respuesta simulada del sistema contra el modelo ARX de y_{1_i} y y_{3_i} sumadas, ya que y es la suma del término lineal más el cúbico, se obtienen los siguientes resultados.

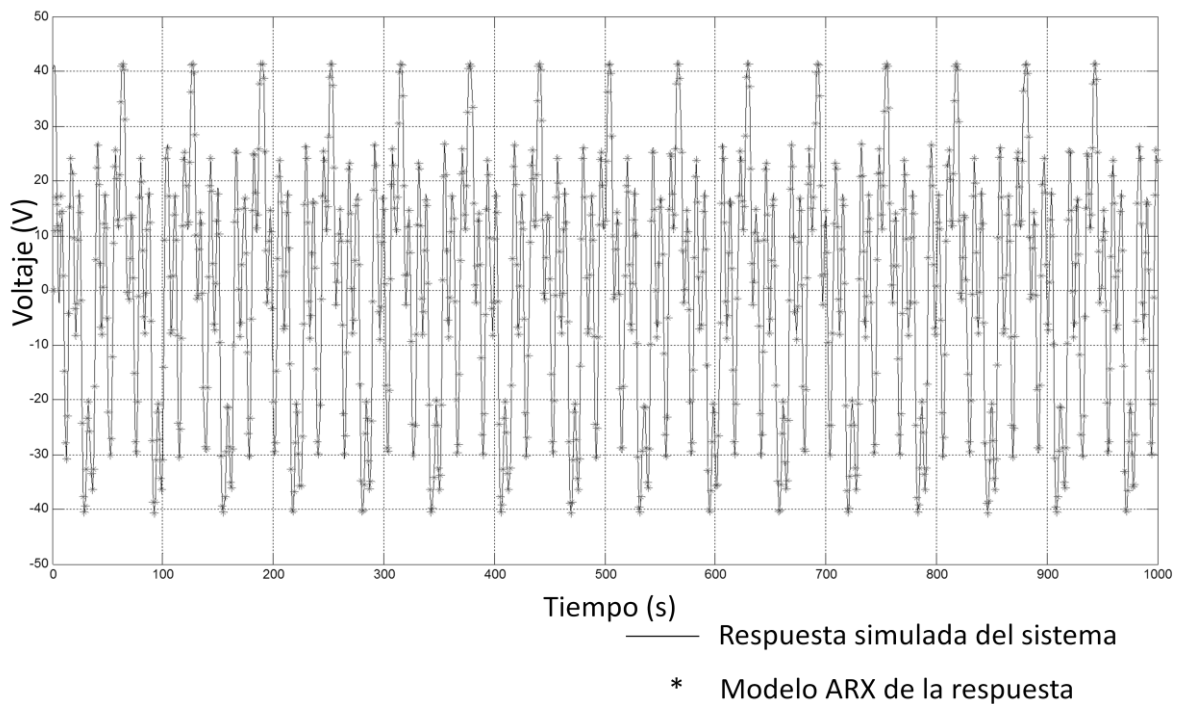


Imagen 5.2: Comparación entre la respuesta del sistema simulado y la suma de los modelos ARX y_{1_i} y y_{3_i} . Fuente: Autor.

Se puede observar que la suma de los modelos describe mejor la respuesta que el modelo general de y , en lo que respecta a su porcentaje de error, al aplicar la formula 4.24 a estos datos se obtiene un porcentaje de error del 1.0726%.

El modelo ARX describe de forma aceptable la respuesta generada con frecuencias menores a 4.3, con cinco frecuencias, ya que al usar este valor se obtiene un porcentaje de error del 5.2843%, esto al compararse la respuesta del sistema contra la suma de los modelos ARX de y_{1_i} y y_{3_i} .

5.4 RESULTADOS DE LA ECUALIZACION DEL SISTEMA SIMULADO CON EL MODELO ARX DE LA INVERSA DE VOLTERRA

La amplitud de entrada con la que se trabaja el filtro es a una de 0.126.

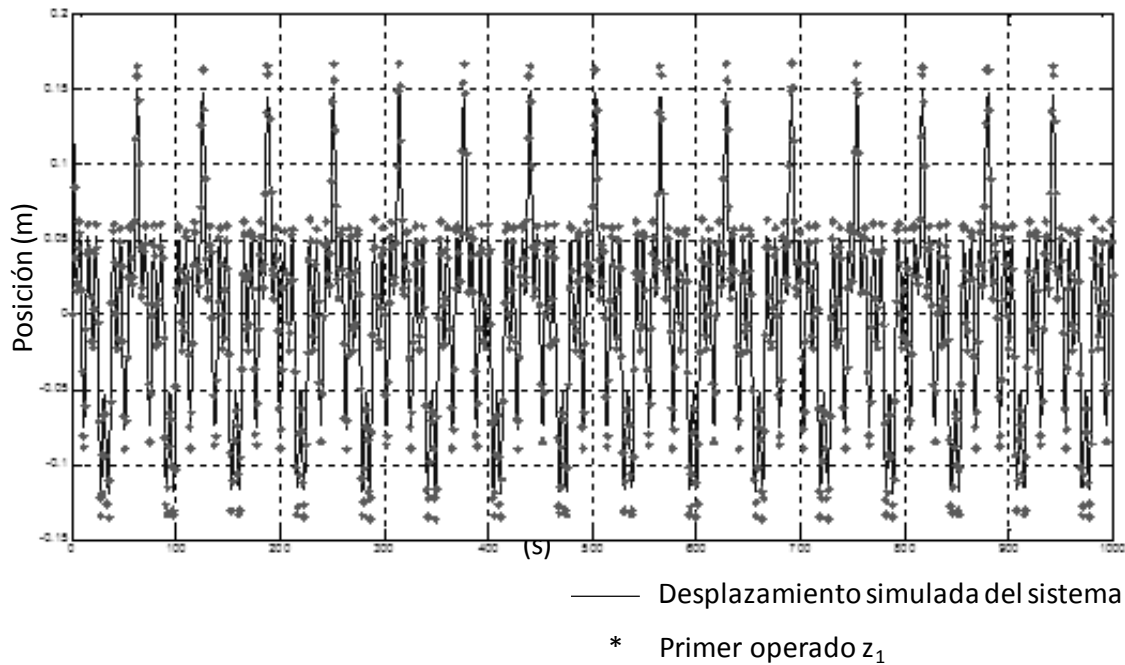


Imagen 5.3: Comparación entre la entrada del sistema simulado y el primer operador z_1 . Fuente: Autor.

Se observa que tiene la misma forma de la aproximación se acerca bastante a la entrada. En cuanto a la parte analítica se tiene que su porcentaje de error es de 5.7655%.

Para lo que es la suma de los operadores $z_1 + z_3$ el porcentaje de error se reduce a un 5.4068%. Finalmente cuando se trabaja con los tres operadores se obtiene un porcentaje de error 4.5%, de esta forma se corrobora analíticamente que el conforme se van añadiendo más operadores al filtro se va incrementado la mejora que hace este sobre la señal de salida.

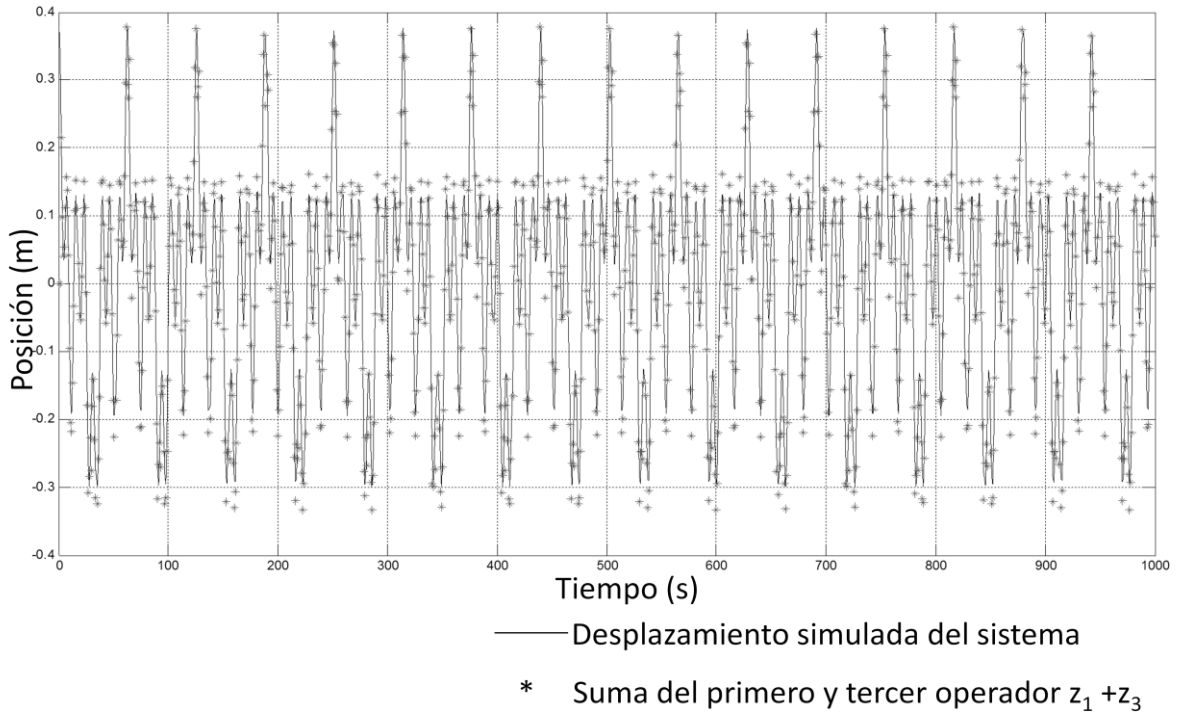


Imagen 5.4: Comparación entre la entrada del sistema simulado y la suma el primer operador z_1 y el tercero (z_3). Fuente: Autor.

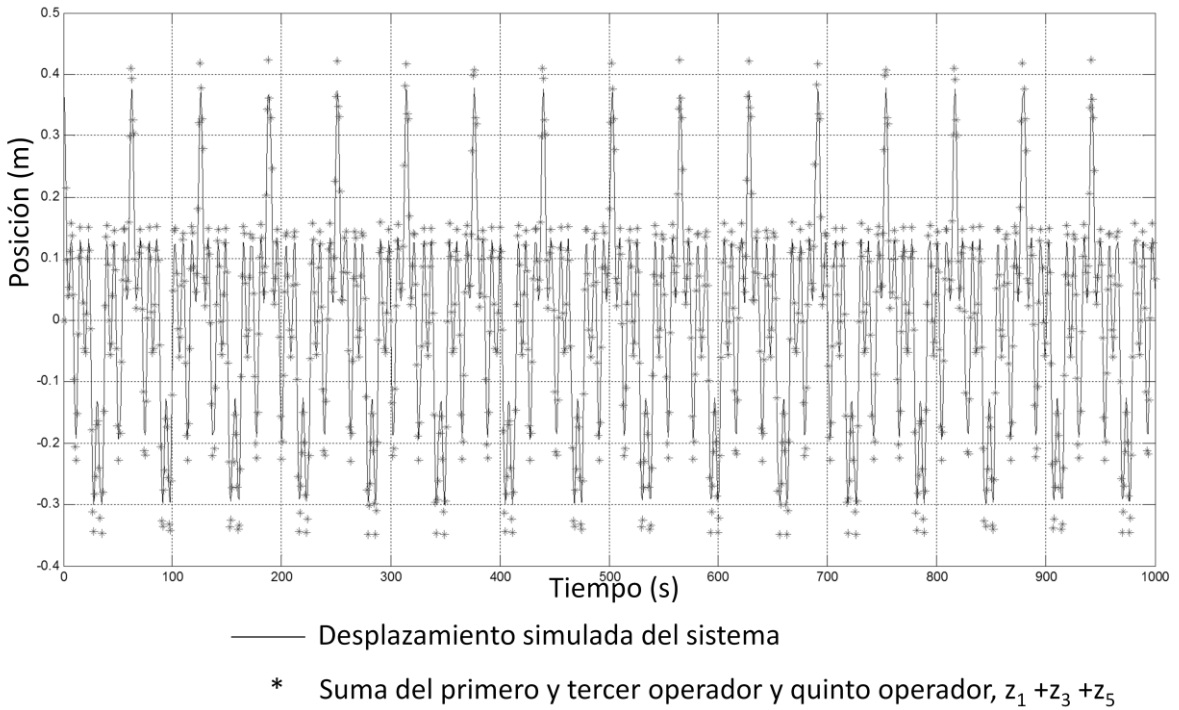


Imagen 5.5: Comparación entre la entrada del sistema simulado y la suma de los tres operadores z_1 , z_3 y z_5 . Fuente: Autor

Como se observó la amplitud máxima con la que es posible trabajar con el filtro es de 0.126, esto ya que una superior genera que el porcentaje de error sea de 6%, por ejemplo para una amplitud de 0.13 su porcentaje de error es de 6.3904%.

Capítulo VI

6. TRABAJO EXPERIMENTAL

6.1. TRABAJO EXPERIMENTAL PLANEADO

Mediante el uso del banco de pruebas se hacen tomas de datos de los desplazamientos que es capaz de generar, estos movimientos deberán tener una duración de un minuto mínimamente. Los datos serán registrados mediante el uso del software LabVIEW® signalExpress 3.0®, y el hardware CompactDAQ, esta toma se hizo conectando las bobinas secundarias al bloque de entradas alternas del mismo; las dos señales de voltaje fueron registradas al mismo tiempo.

Los datos tomados con signalExpress 3.0® son guardados en una matriz de dos columnas en Microsoft Office Excel®, en donde una tiene registrado el tiempo y la otra el valor del voltaje de salida. Como se expuso en el tema 2.1.1, la salida del LVDT es la suma de las bobinas secundarias, por lo tanto los datos registrados deben ser sumados, en este caso mediante el uso de matlab R2008a®. La razón por la que la toma de datos no se hace directamente de la salida de las dos bobinas en serie es porque su amplitud excede la capacidad de registro del bloque de señales del CompactDAQ.

Al tener el resultado de la suma de las bobinas se tiene la salida del LVDT, la cual debe de tener la misma frecuencia que el movimiento que lo generó, es decir los desplazamientos producidos por el banco de pruebas. Para obtener la señal de entrada se programa la ecuación 5.11 en función del tiempo, de esta forma será posible graficar la entrada y la salida simultáneamente y corroborar lo expuesto anteriormente. Estos cálculos se hacen con desplazamientos menores a 0.1m por parte de la masa del banco de pruebas, esto ya que para la caracterización del sensor solo se debe de tomar en cuenta la parte lineal de la señal de salida.

Al tener la señal de entrada y de salida se trabaja ahora para devolverle la linealidad a la segunda, para esto es necesario generar el modelo ARX de la salida tal y como se hizo en el capítulo IV, es decir un modelo con dos regresiones, cuyos coeficientes serán calculados mediante el uso del programa arxhister.m, desarrollado por el Dr. Juan Alejandro Vázquez Feijoo. Con el modelo finalizado es posible encontrar los coeficientes para z_1 , mediante el uso de las ecuaciones (4.16)-(4.19), con el resultado anterior automáticamente se obtiene z_3 y z_5 correspondientes al LVDT con el que se está trabajando.

A partir de las señales generadas con un desplazamiento superiores a 0.1m se grafica la entrada contra la salida, y se obtiene el porcentaje de no linealidad que se tiene, posteriormente se le aplica el filtro digital que se diseño con z_1 , z_3 y z_5 para linealizar la señal, al aplicarle la formula de porcentaje de error se verifica si se mejoró la señal y en qué porcentaje.

6.2 DATOS OBTENIDOS

En un primer instante se estaba con los datos obtenidos para un desplazamiento de 0.14m, sin embargo esto hace que no se posible desarrollar su modelo ARX; primeramente se debe de trabajr con datos que estén dentro del rango lienal y posteriormente, ya desarrollado el modelo ARX, se harán las pruebas con datos superiores a 0.1m.

Para garantizar que se está trabajando en el rango lineal se modificó el banco de pruebas para que fuese capaz de generar desplazamientos de 0.4, 0.6 y 0.8m. A continuación se muestran los datos que se obtuvieron para un desplazamiento de 0.06m generado por el banco de pruebas. Cabe resaltar que el voltaje que se muestra es el resultante de la suma de las bobinas secundarias.

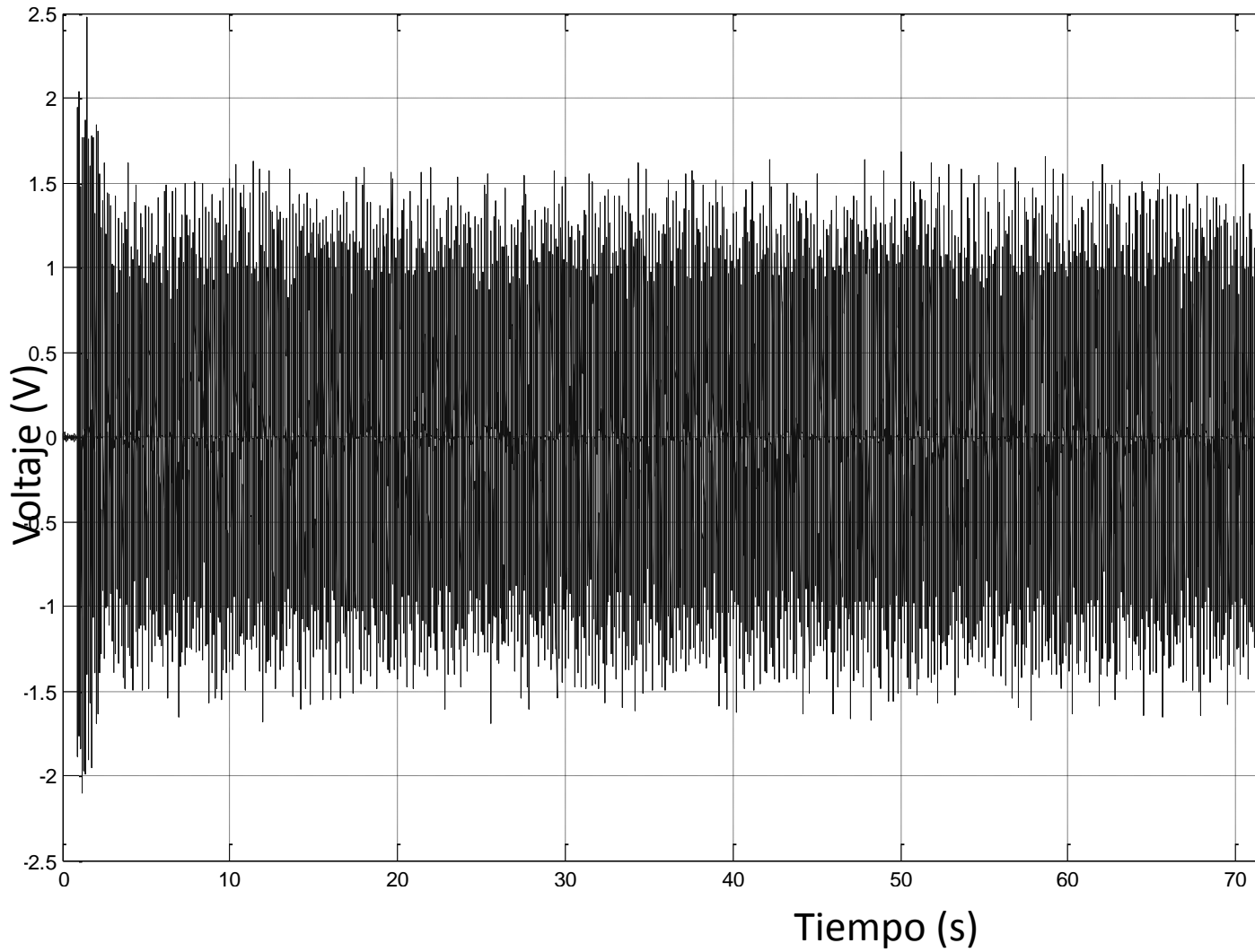


Imagen 6.1.- Señal de voltaje contra tiempo producida por un desplazamiento de 0.06m. Fuente Autor.

Al observar una región de la señal anterior con un zoom se tiene:

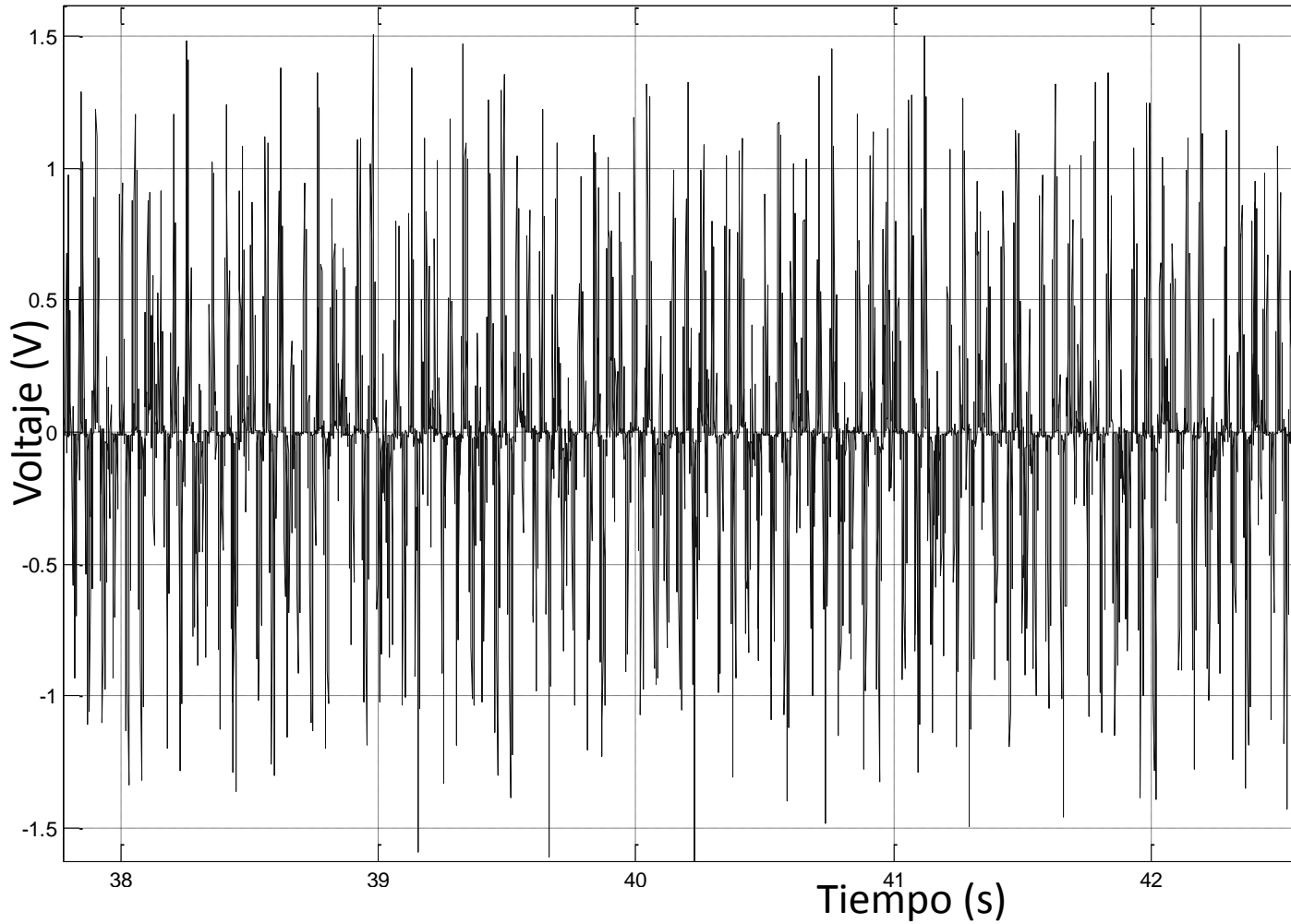


Imagen 6.2.- Acercamiento a la señal de voltaje contra tiempo producida por un desplazamiento de 0.06m. Fuente: Autor.

6.3 DETECCIÓN DE LA FALLA EN EL SISTEMA DE MEDICIÓN

La señal de salida que arroja el LVDT debe ser sinusoidal, de amplitud variable, acorde a la variación de desplazamiento en el tiempo generado por el banco de pruebas. (Figura 6.3).

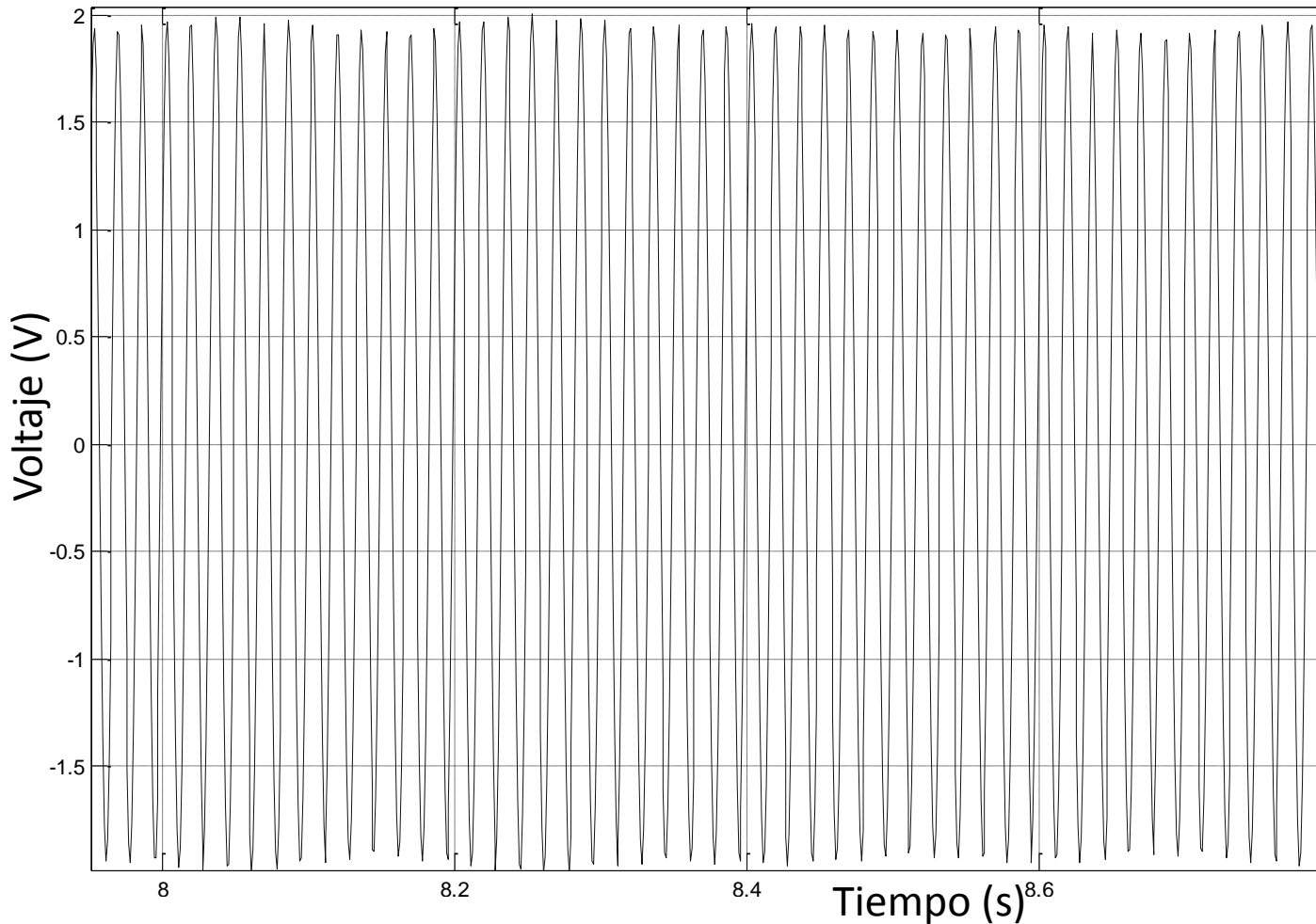


Imagen 6.3.- Respuesta del LVDT deseada. Fuente: Autor.

Al comparar la figura 6.3 con la 6.1 y 6.2 se concluye que en la señal experimental existe una gran cantidad de ruido eléctrico, el cual fue posible filtrarlo para después trabajar con la señal resultante de acuerdo a como se mencionó en el punto 6.2. Para filtrar la señal del LVDT se encontró su FRF mediante el uso del software matlab R2008a®, con este resultado se determinó la frecuencia que debía filtrarse, de esta forma limpió la señal, una vez hecho esto se trató de correlacionar la entrada con la salida, ya que el comportamiento del LVDT es lineal en gran parte, por lo tanto la entrada y la salida deben de tener la misma frecuencia, lo anterior no fue posible de verificar mediante este método, por lo cual se optó por buscar otra alternativa para rescatar la señal.

Una vez que se verificó que no se correlacionaban las señales se procedió a examinar las respuestas individuales de las bobinas, en donde se detectó que una de ellas estaba mandando una respuesta con una amplitud muy baja con respecto a la otra; esto contradice

el funcionamiento del transductor, ya que ambas amplitudes deben de ser similares e inclusive iguales al pasar por el cero del sistema.

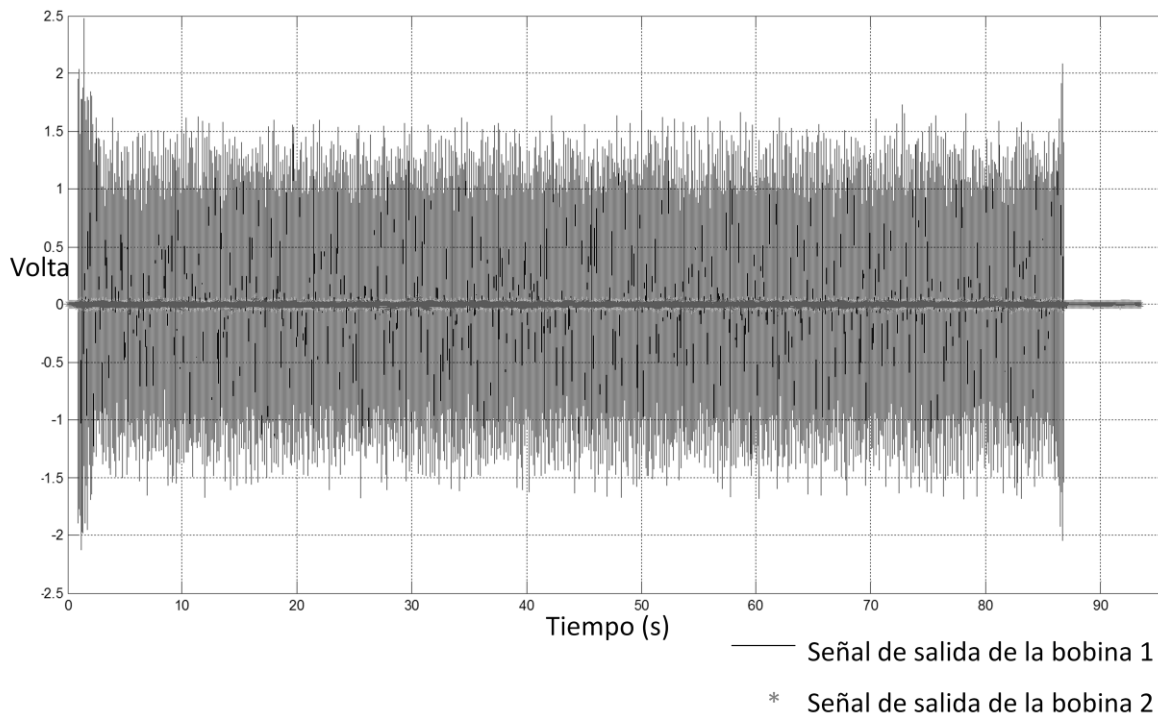


Imagen 6.4.- Señal de la bobina 1 y la bobina 2 en el tiempo. Fuente: Autor.

Se detectó que la amplitud de una de las bobinas era de 0.06V, lo cual es casi cero, a partir de esto se concluye que dicha bobina dejó de funcionar. Debido a lo anterior, y a que la señal anterior coincide con la amplitud de salida de una sola bobina (1.5V de AC) se decidió trabajar solamente con esta respuesta, esto ya que el correcto comportamiento de la otra bobina debe de ser simétricamente inversa a la señal con la que se decidió trabajar, con lo cual se tiene el sistema completo. Ya que la señal de entrada con la que se excitó el sistema para obtener la respuesta del LVDT era una señal sinusoidal, la salida debería tener la misma forma, sin embargo esto no se observa en el registro obtenido de la respuesta del transductor, debido a esto no fue posible correlacionar ambas señales, lo cual imposibilita su uso para verificar el filtro obtenido.

Capítulo VII

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1 CONCLUSIONES

Este trabajo tiene como objetivo general aumentar el rango de medición de un LVDT mediante un filtro digital sin modificar su diseño ni fabricación, o incrementar significativamente su costo, para lograrlo se realizó un trabajo de simulación que representó la respuesta real de un LVDT ideal como un sistema de un grado de libertad. Esta respuesta real del LVDT se construyó en dos partes, la primera como un sistema mecánico lineal del cual se obtuvo la solución a su ecuación diferencial, la segunda parte modelaba el comportamiento magnético como un polinomio de tercer orden. El modelo matemático obtenido corresponde a un tipo de sistema de Volterra llamado Wiener, este tipo de sistemas no han sido tratados bajo este enfoque, lo cual convierte a este trabajo en uno de los primeros en hacerlo, sucediendo lo mismo en el análisis de operadores de Volterra para la construcción de la inversa, sentando una base para futuros trabajos que analicen sistemas Wiener. A partir de la inversa de Volterra se construyó un control por medio de la equalización, como se muestra en el capítulo V al aplicársele este control a la salida es igual a la entrada, con un margen de error menor al 5%, con lo que se puede concluir que el sistema controlado se convirtió en un elemento de ganancia unitaria.

Ya que el sistema controlado es un elemento de ganancia unitaria entonces es posible decir que es un control de lazo abierto al no necesitar retroalimentación.

7.2 RECOMENDACIONES

Para la corroboración experimental de los resultados se recomienda la adquisición del módulo NI SCXI-1540, de National Instruments®, ya que tiene una alta velocidad de muestreo (250Hz), siendo capaz de soportar el ancho de 180 Hz que es el que posee el LVDT de Applied Measurements Ltd, modelo AML/EJ100, que es con el que se cuenta actualmente en el CIIDIR Unidad Oaxaca. Gracias a esta característica es posible caracterizar de mejor forma el equipo, y obtener en consecuencia una mejor inversa del sistema. Otra ventaja que ofrece sobre otro sistema de toma de datos, es que el CIIDIR-Unidad Oaxaca se

cuenta con el software LabVIEW®, lo cual elimina problemas de comunicación que pudiesen surgir al dar de alta un equipo que no sea de National Instruments®.

Al contar con el NI SCXI-1540 y el hardware CompDaq es posible controlar el variador de velocidad del banco de pruebas, con lo cual se pueden crear sub rutinas para hacer que el movimiento generado sea alterno ó crear alguno en específico.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Trans-Tek, Inc. *LVDT Application. Low Cost AC LVDTs Keep Things in Balance*. Recuperado: 22 de octubre del 2010, de [http://www.transtekinc.com/ Application_Articles](http://www.transtekinc.com/Application_Articles) .
- [2] David S. Nyce. (2005, 1 de agosto) *The LVDT: A Simple and Accurate Position Sensor*. *Sensors Mag*. Recuperado el 31 de octubre del 2012, de http://www.sensormag.com/sensors-mag/the-lvdt-a-simple-and-accurate-position-sensor-515?page_id=3.
- [3] J.A. Vazquez Feijoo, K. Worden, R. Stanway & N. Juárez Rodríguez, (2005). Associated Linear Equations for Volterra operators, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19.
- [4] Ke-Jun Xu & Xiao-Fen Wang, (2008). Identification of sensor block model using Volterra series and frequency response function, *Measurement*, 41.
- [5] J.A. Vazquez Feijoo, K. Worden, R. Stanway & N. Juárez Rodríguez, (2007). Transformation of a sensor or actuator system into a unitary gain element, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21.
- [6] N. Björzell , M. Isaksson , P. Händel, D. Rönnow, (2010). Kautz–Volterra modelling of analogue-to-digital converters. *Computer Standards & Interfaces*, 32.
- [7] James A. Cherry, 1994. Distortion Analysis of Weakly Nonlinear Filters Using Volterra Series. Tesis de maestría, Carleton University, Ottawa, Ontario, Canada.
- [8] Macrosensors. *The LVDT: A Simple and Accurate Position Sensor*. <http://www.sensormag.com/sensors-mag/the-lvdt-a-simple-and-accurate-position-sensor-515?page_id=3>

[9] National Instruments. *Measuring Position and Displacement with LVDTs*. Recuperado: 22 de octubre del 2010, de <http://zone.ni.com/devzone/cda/tut/p/id/3638>.

[10] Daytronic. Transducers for linear Displacement: *LVDT*. Recuperado el 24 de noviembre del 2010, de <http://www.daytronic.com/products/trans/lvdt/default.htm#HOWWORK>.

[11] Macrosensors. *LVDT Basics*. Recuperado el 16 de octubre del 2010, de http://www.macrosensors.com/lvdt_tutorial.html.

[12] Jordi Inglada1, Jean-Marc Le Caillec& René Garello, (2004). Inversion of imaging mechanisms by regularization of inverse, *Signal Processing*. 84.

[13] Junta de Andalucía. *Transductores, sensores y capacitores*. Recuperado el 16 de octubre del 2012, de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/ies_sierra_magina/d_tecnologia/bajables/2%20bachillerato/TRANSDUCTORES,%20SENSORES%20Y%20CAPTADORES.pdf

[14] Jordi Inglada1, Jean-Marc Le Caillec, Ren-e Garello, Inversion of imaging mechanisms by regularization of inverseVolterra models

•

ANEXOS

ANEXO 1

DESCRIPCIÓN GENERAL DEL BANCO DE PRUEBAS

Los bancos de pruebas son plataformas de experimentación, en los que se someten a estudios un elemento en particular; por lo tanto están separados de un ambiente de producción y protegidos de los riesgos que se generan en condiciones industriales, estos sistemas someten a pruebas los proyectos de los cuales se desea obtener información de su comportamiento, comprobar hipótesis y/o validar los resultados que el objeto de estudio genere.

Ya que cada elemento de estudio es diferente lo deben de ser también los bancos de pruebas, estos últimos se adaptan a los requerimientos del primero, así como también se debe tomar en cuenta para su construcción qué es lo que se desea observar, de esta forma se podrán generar las condiciones para verificar los datos deseados.

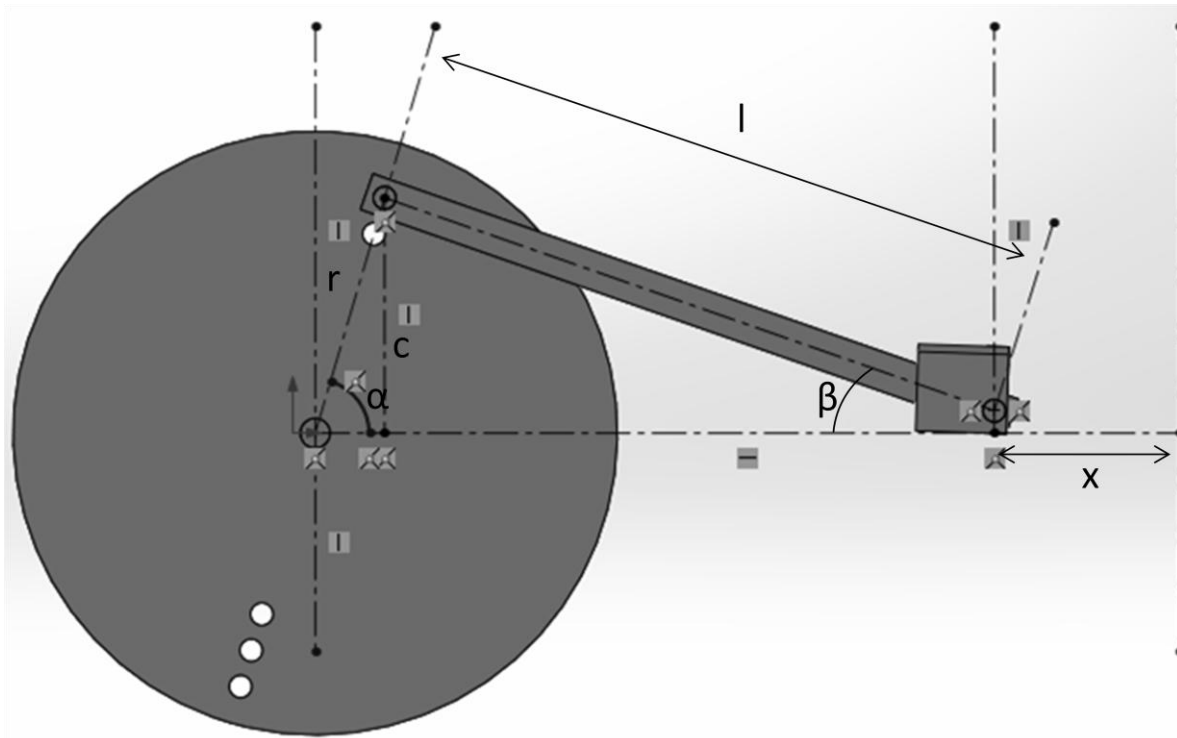
En el caso del presente banco de pruebas, está diseñado para someter a observación el comportamiento de un LVDT. Considerando las características del transductor y que la finalidad del banco de pruebas es la recolección de los datos generados por este, entonces el sistema debe de ser capaz de generar movimientos controlados y repetibles, los cuales sea capaz de sensar el LVDT. Debido a que se deben de capturar estos resultados se tiene que incorporar un sistema de adquisición de datos, el cual debe de ser capaz de conectarse a la computadora para guardar la información recolectada.

En relación con las características técnicas, se requiere un banco de pruebas que sea capaz de generar desplazamientos lineales tales como: sinusoidales, aleatorios y de ruido blanco; la distancia mínima que debe de producir es de 0.10 m, que corresponde a la capacidad máxima nominal de medición del LVDT modelo AML/EJ100, además de producir movimientos de 0.11, 0.12, 0.13 y 0.14 m.

ANEXO 2

CALCULO DE LOS DESPLAZAMIENTOS GENERADOS POR EL BANDO DE PRUEBAS

La generación del desplazamiento deseado en el banco de pruebas se realizó con el mecanismo elemental biela-manivela (Figura. A.1).



- r : Longitud de la manivela
- l : Longitud de la biela
- α : Ángulo de rotación de la manivela
- β : Ángulo que forma la manivela con el eje del cilindro
- x : Posición de la masa referida cuando el sistema tiene su máximo desplazamiento
- m : masa acoplada a la biela

Figura A.1: Mecanismo de biela-manivela. Fuente: Autor.

El valor de los movimientos generados en este mecanismo depende de la longitud de la manivela (r), por lo que el desplazamiento total será $2r$, este es un valor conocido ya que queda determinado por los 5 desplazamientos que se deben generar en el banco de pruebas (0.1, 0.11, 0.12 0.13 y 0.14 m). En tanto que x se obtiene con las siguientes relaciones:

$$x = r + l - r\cos(\alpha) - l\cos(\beta) \quad (\text{A.1})$$

$$x = r(1 - \cos(\alpha)) + l(1 - \cos(\beta)) \quad (\text{A.2})$$

En la ecuación anterior, el resultado está en función de los ángulos α y β , sin embargo el único que es conocido es el primero, por lo tanto es necesario expresar el segundo en términos de α . En la Fig. A.1 se observa que se generan dos triángulos, uno generado por r y el otro por l , también es visible que comparten un lado (c), al trabajar con estos datos es posible expresar la ecuación anterior en términos del ángulo conocido.

$$c = r\sin(\alpha) \quad (\text{A.3})$$

$$c = l\sin(\beta) \quad (\text{A.4})$$

$$r\sin(\alpha) = l\sin(\beta) \quad (\text{A.5})$$

$$\sin(\beta) = \frac{r}{l}\sin(\alpha) \quad (\text{A.6})$$

Para simplificar el trabajar con esta igualdad se define el cociente $\lambda = \frac{r}{l}$, con lo que la ecuación anterior se reescribe como:

$$\sin(\beta) = \lambda\sin(\alpha) \quad (\text{A.7})$$

$$\beta = \sin^{-1}(\lambda\sin(\alpha)) \quad (\text{A.8})$$

Con esto se logra tener expresado el ángulo β en términos del dato conocido.

Retomando la ecuación (A.2), aún es necesario homogenizar todo con respecto a α como se muestra a continuación.

$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} \quad (\text{A.9})$$

Sustituyendo en la ecuación anterior la expresión (A.7):

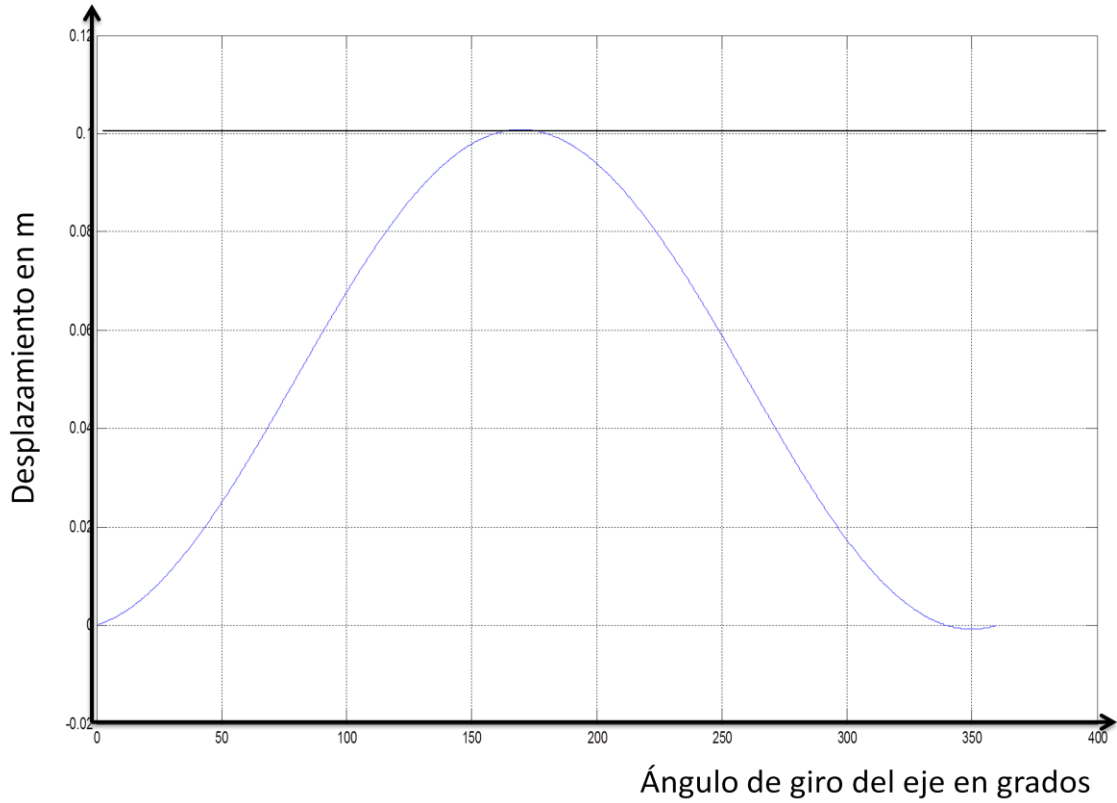
$$\cos(\beta) = \sqrt{1 - (\lambda \operatorname{sen}(\alpha))^2} \quad (\text{A.10})$$

Con el resultado anterior es posible expresar la ecuación del desplazamiento en términos de α , al sustituir la ecuación (A.10) en la (A.2).

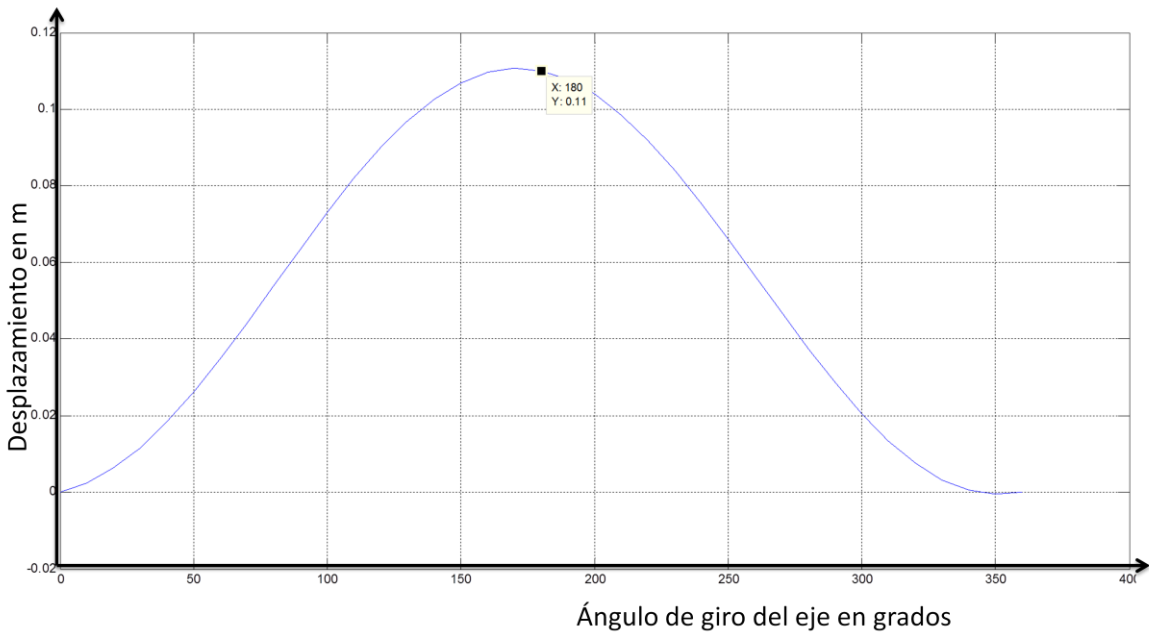
$$x = r(1 - \cos(\alpha)) + l \left(1 - \sqrt{1 - (\lambda \operatorname{sen}(\alpha))^2} \right) \quad (\text{A.11})$$

La ecuación (A.11) es la *ecuación de desplazamiento de la biela* es el resultado final y sirve para determinar la posición teórica de la masa.

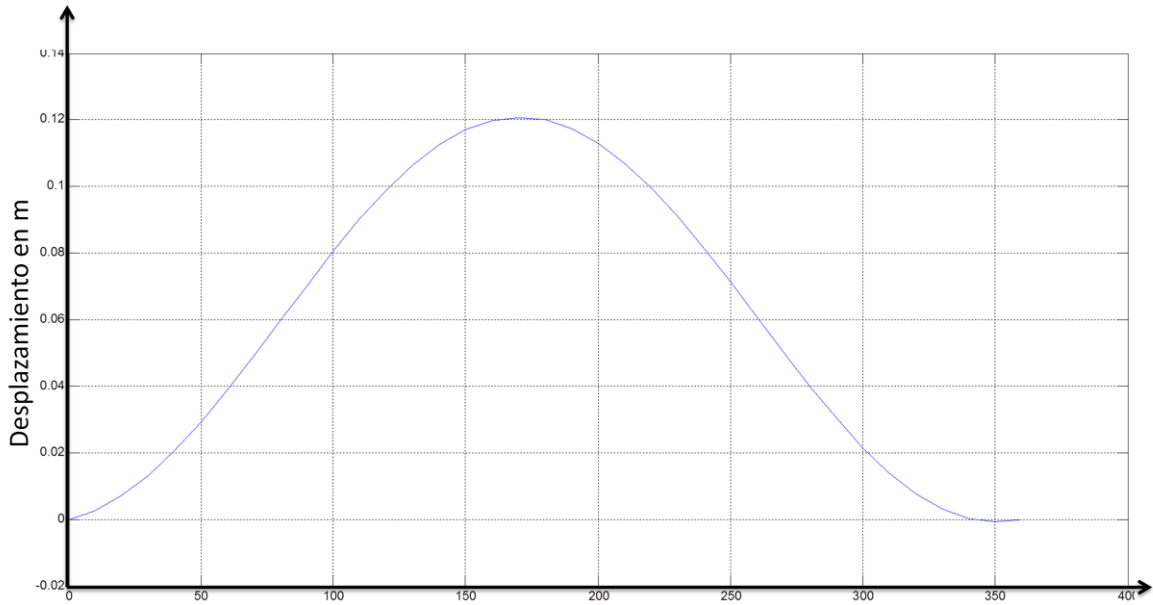
Mediante el uso de matlab R2008a se programó esta expresión, de esta forma solo es necesario ingresar los datos de r y l , longitud la manivela y biela, respectivamente, para generar los desplazamientos que produce el sistema. A continuación se muestran las gráficas generadas por el programa desarrollado, para los 5 desplazamientos requeridos en el banco de pruebas (Gráficas A.1 a la A.5).



Gráfica A.2: Ciclo de desplazamiento teórico de la biela en función de su ángulo de giro a partir de una longitud de manivela (r) de 0.05 m y una longitud de biela (l) igual a 0.14 m. Fuente: Autor.

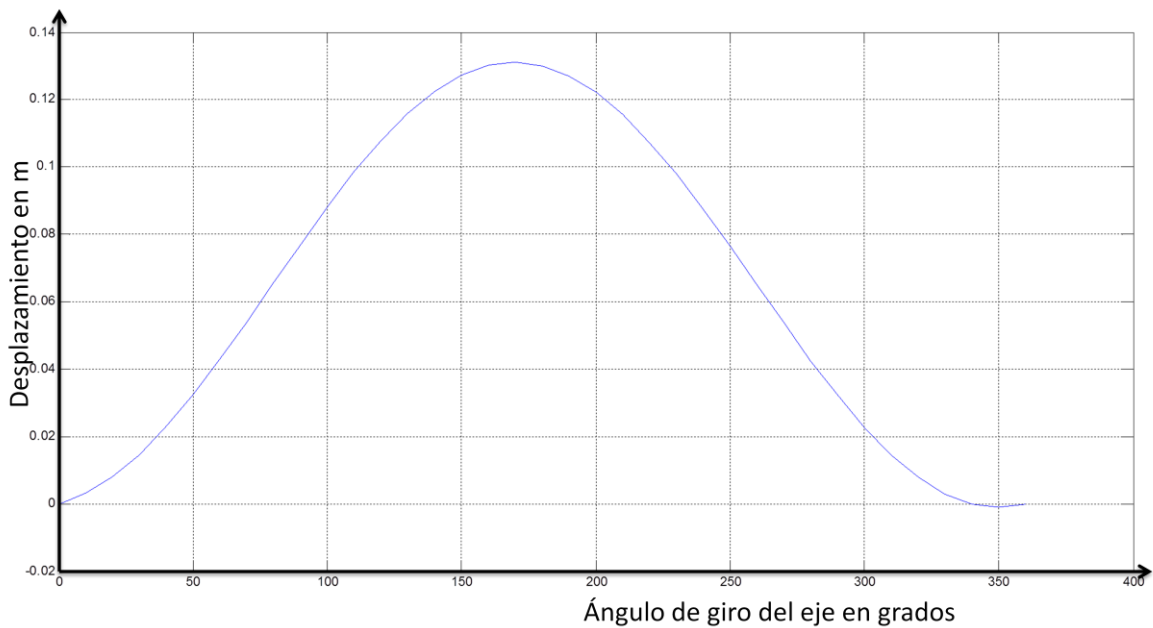


Gráfica A.3: Ciclo de desplazamiento teórico de la biela en función de su ángulo de giro a partir de una longitud de manivela (r) de 0.055 m y una longitud de biela (l) igual a 0.15 m. Fuente: Autor.



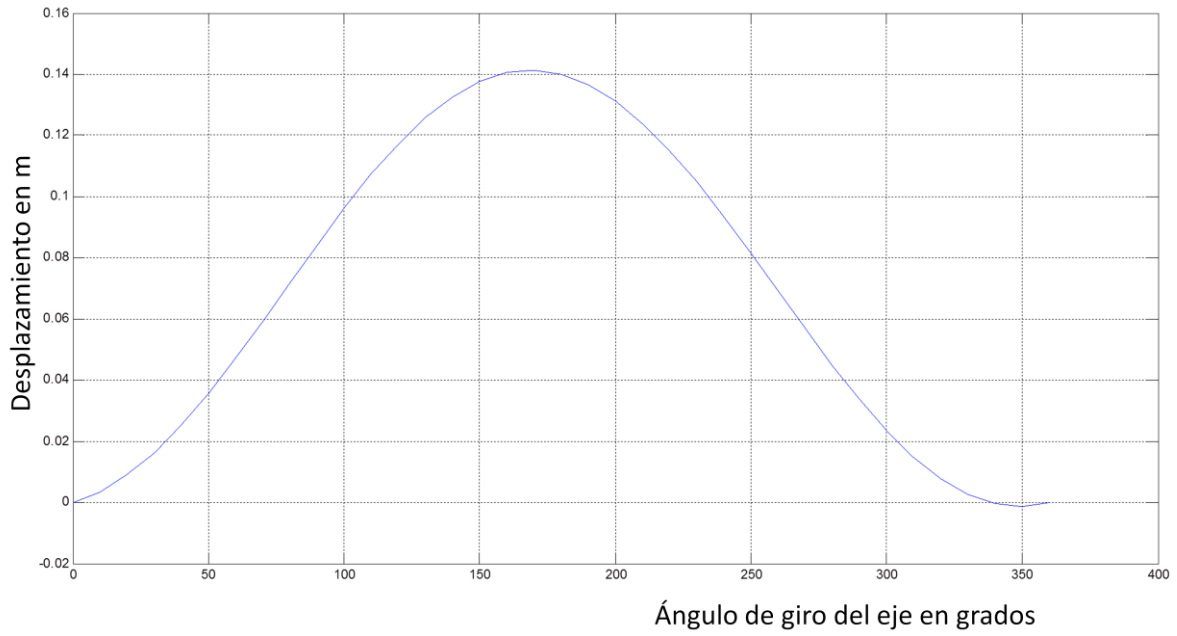
Ángulo de giro del eje en grados

Gráfica A.4: Ciclo de desplazamiento teórico de la biela en función de su ángulo de giro a partir de una longitud de manivela (r) de 0.06 m y una longitud de biela (l) igual a 0.16 m. Fuente: Autor.



Ángulo de giro del eje en grados

Gráfica A.5: Ciclo de desplazamiento teórico de la biela en función de su ángulo de giro a partir de una longitud de manivela (r) de 0.065 m y una longitud de biela (l) igual a 0.17 m. Fuente: Autor.



Gráfica A.6: Ciclo de desplazamiento teórico de la biela en función de su ángulo de giro a partir de una longitud de manivela (r) de 0.07 m y una longitud de biela (l) igual a 0.18 m. Fuente: Autor.

ANEXO 3

CÁLCULO DE LA VELOCIDAD Y ACELERACIÓN DE LA MASA ACOPLADA A LA BIELA

Para calcular la velocidad de la masa, se obtiene la derivada de la posición con respecto al tiempo, por lo que al derivar la ecuación (A.11) se obtiene una ecuación que describe la velocidad de la biela; para simplificar su manejo se toma en cuenta la siguiente igualdad, la cual se sustituye en la ecuación del desplazamiento.

$$l = \frac{r}{\lambda} \quad (\text{A.12})$$

$$x = r(1 - \cos(\alpha)) + \frac{r}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - (\lambda \text{sen}(\alpha))^2} \right) \quad (\text{A.13})$$

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{d \left(r(1 - \cos(\alpha)) + \frac{r}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - (\lambda \text{sen}(\alpha))^2} \right) \right)}{dt} \quad (\text{A.14})$$

$$V = r \text{sen}(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} - \left(\frac{r \lambda^2 2 \text{sen}(\alpha) \cos(\alpha)}{\lambda 2 \sqrt{1 - (\lambda \text{sen}(\alpha))^2}} \right) \frac{d\alpha}{dt} \quad (\text{A.15})$$

La velocidad angular está definida como la variación del ángulo con respecto al tiempo, por lo que:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad (\text{A.16})$$

$$V = \left(r \text{sen}(\alpha) + \frac{r \lambda^2 \text{sen}(\alpha) \cos(\alpha)}{\lambda 2 \sqrt{1 - \lambda^2 \text{sen}(\alpha)^2}} \right) \omega \quad (\text{A.17})$$

Debido a que r es más pequeño que l la división que de estos es un número muy pequeño, así mismo el máximo valor de $\text{sen}(\alpha)$, por lo tanto el término $\lambda^2 \text{sen}(\alpha)^2$ es despreciable, esto simplifica la ecuación (A.17), quedando así:

$$V = r\omega(\text{sen}(\alpha) + \lambda \text{sen}(\alpha) \cos(\alpha)) \quad (\text{A.18})$$

Ya que $\text{sen}(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{\text{sen}(2\alpha)}{2}$ se puede reescribir la ecuación (A.18) de la siguiente forma.

$$V = r\omega \left(\text{sen}(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \text{sen}(2\alpha) \right) \quad (\text{A.19})$$

La gráfica que se genera de programar esta última expresión en matlab R2008a, alimentándolo con un radio de 0.07 y una velocidad angular de 12 rps se muestra en la gráfica A.5.

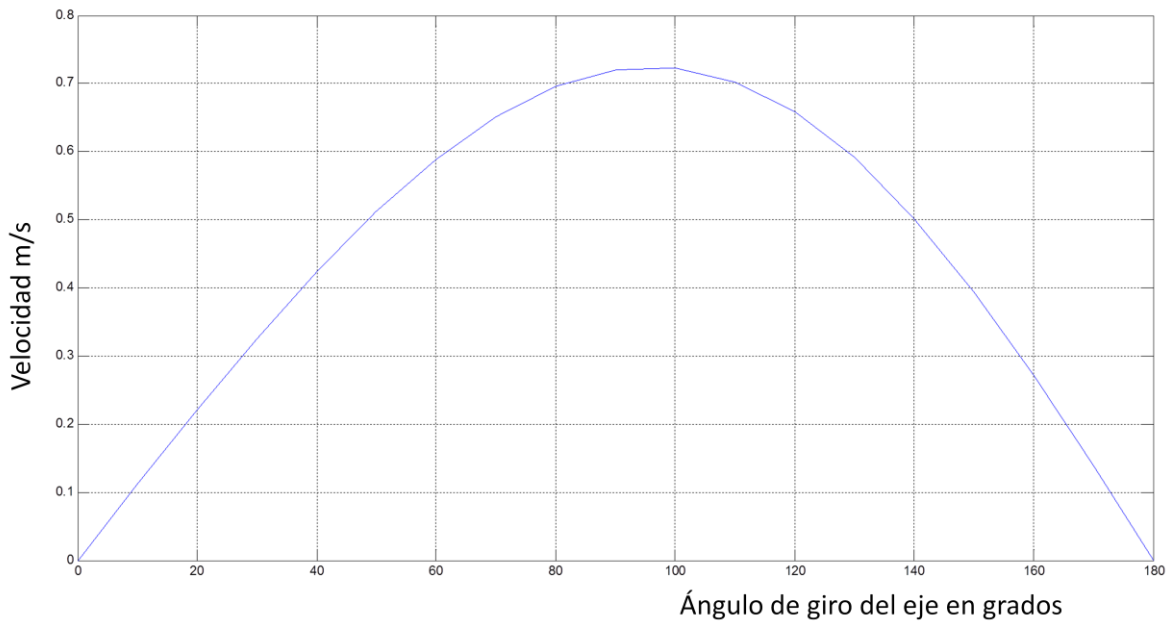


Figura A.7: Velocidad cíclica de la masa acoplada a la biela. Fuente: Autor.

A partir del resultado anterior es posible obtener la aceleración de la masa a través de la derivada de la velocidad con respecto al tiempo.

$$a = \frac{dV}{dt} = r\omega \left(\text{sen}(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \text{sen}(2\alpha) \right) \quad (\text{A.20})$$

$$a = r\omega \left(\cos(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} + \lambda \cos(2\alpha) \frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (\text{A.21})$$

Sustituyendo la ecuación (A.16) en la (A.22)

$$a = r\omega^2(\cos(\alpha) + \lambda\cos(2\alpha)) \quad (\text{A.22})$$

La ecuación (A.22) se programa en matlab R2008a para graficar las aceleraciones producidas por el sistema. Se dieron como datos de entrada un radio de 0.07m y 12 rps y se obtuvo la gráfica A.7.

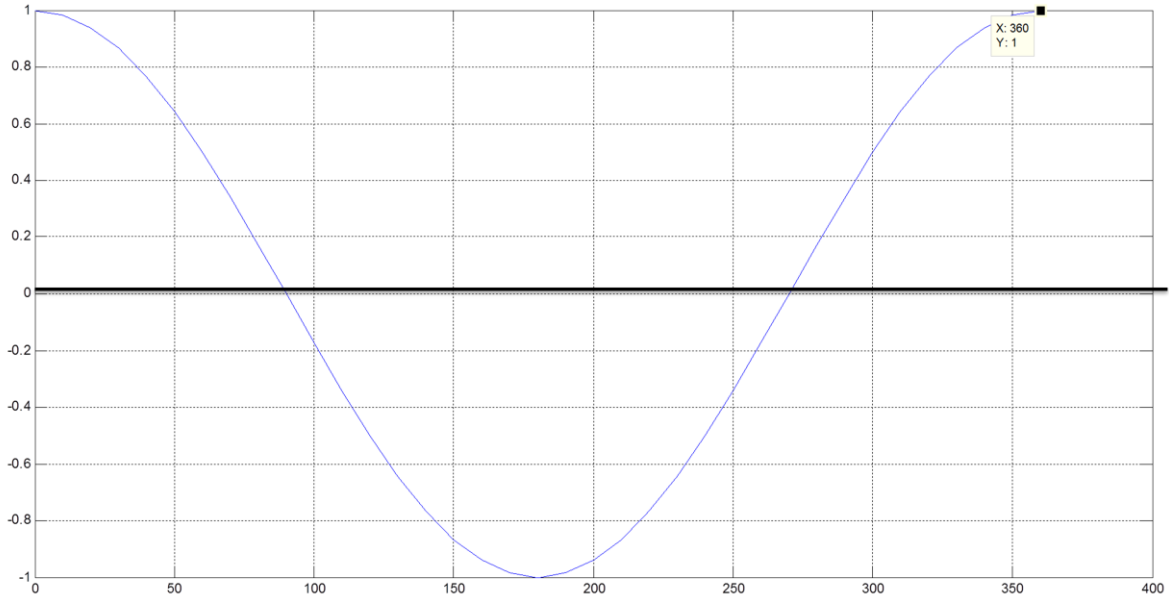


Figura A.7: Ciclo de aceleración de la masa acoplada a la biela. Fuente: Autor.

ANEXO 3

CONSTRUCCIÓN DEL BANCO DE PRUEBAS

Bastidor

Este bastidor (Figura A.8) tiene una base de 714 mm y 350 mm de base, con una altura de 710 mm. Para su construcción se usó un ángulo de 6.43 mm de espesor; en la parte superior del mismo cuenta con una placa de acero de 5 mm de espesor. A este bastidor se le adaptó una base en la parte inferior para un motor trifásico de 0.75 H.P. a 220V.

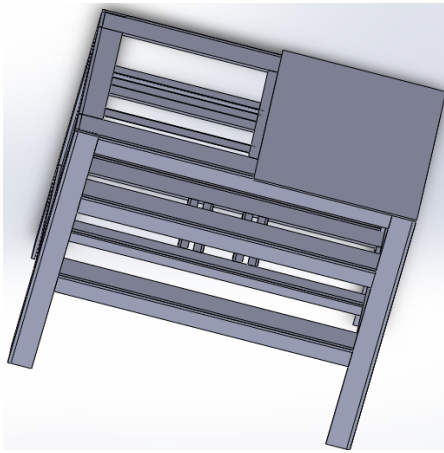


Figura A.8: Bastidor del banco de pruebas. Fuente: Autor.

A partir del movimiento circular del motor instalado en la parte inferior se debe de generar un desplazamiento lineal, para esto primeramente se transmite este movimiento a un eje colocado en la parte superior del bastidor. Montado en éste se encuentra una polea de 161.5 mm de diámetro de paso A (la cual es similar a la que se tiene el motor en su eje), así como también un disco de 160 mm de diámetro; el eje es soportado por dos chumaceras de 19.89 mm atornilladas a una base que se desliza a lo largo del bastidor para tener diferentes distancias para colocarlas (Figura A.9). En esta imagen ya se muestra la banda que une las dos poleas, en este caso la seleccionada fue una de 520 mm tipo A.

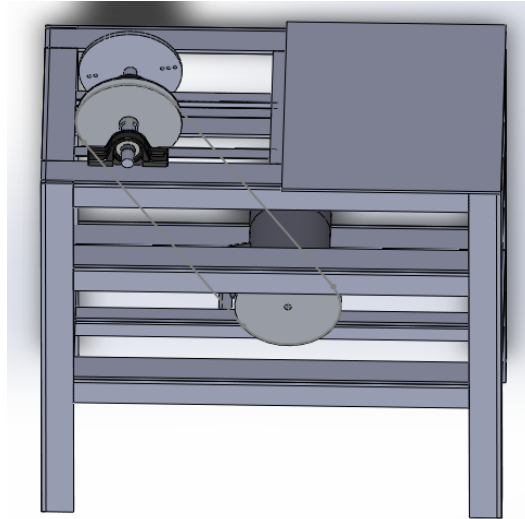


Figura A.9: Transmisión del eje del motor al eje del mecanismo biela-manivela. Fuente: Autor.

Eje

El eje tiene una perforación sobre su base, del lado de 60 mm, con cuerda para un tornillo M8, que se usa para el disco entre el tornillo y el buje. Sobre la parte de 22.50 mm de diámetro va la polea, a la cual se adaptó su abertura a esta medida. A continuación se muestra la imagen y el diagrama del eje (Figura A.10).

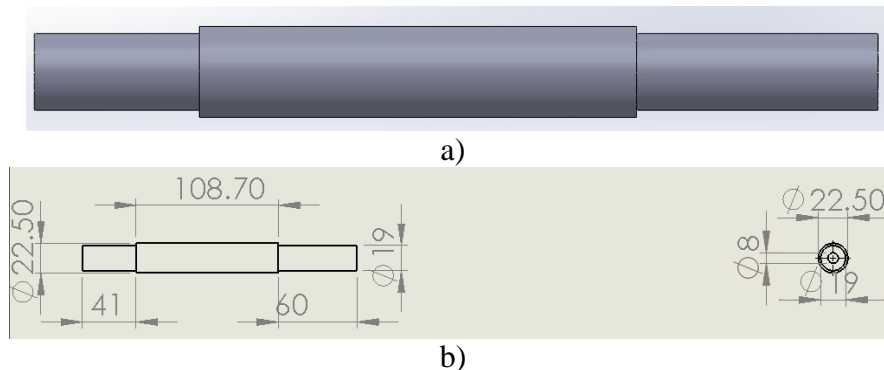


Figura A.10: Eje del mecanismo biela-manivela: a) Pieza terminada; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Disco

El disco es el que determinará el valor de los desplazamientos lineales que se producirán con el mecanismo, ya que este funciona como una manivela y dependiendo del punto de acoplamiento de la biela se generará un movimiento igual al doble del radio de la manivela.

En este banco de pruebas se producirán un movimiento rectilíneo de 100, 110, 120, 130 y 140 mm, por lo tanto se hacen perforaciones con roscado para un M6 a 50, 55, 60, 65 y 70 mm del centro como se muestra en la Figura A.11

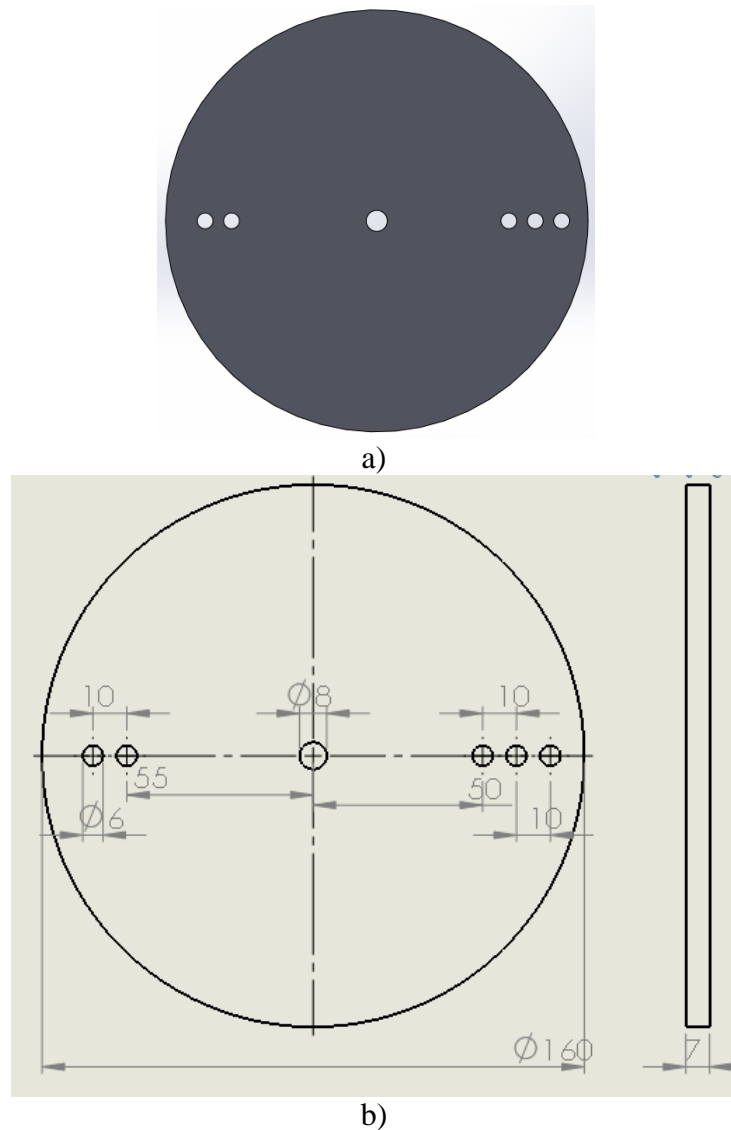
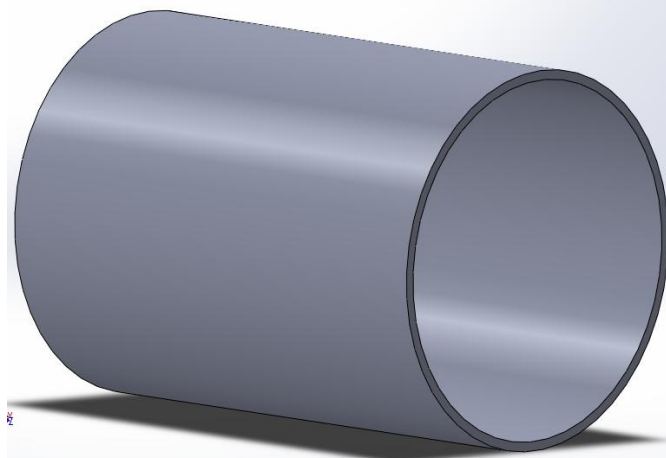


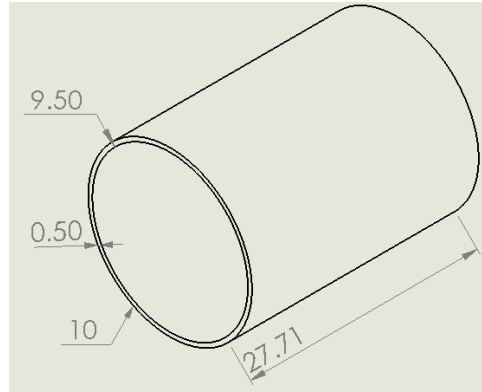
Figura A.11: Disco del mecanismo biela-manivela: a) Pieza terminada; b) Dimensiones.
Fuente: Autor.

Buje

El buje va colocado en el eje, del lado de 60mm, entre el disco y la chumacera, sus funciones son: reducir la fricción entre las piezas, evitar que el disco se desplace a lo largo del eje y centrar el disco. La pieza terminada así como sus dimensiones se muestran en la Figura A.12.



a)



b)

Figura A.12: Buje del mecanismo biela-manivela: a) Pieza terminada; b) Dimensiones.
Fuente: Autor.

Ensamble

El conjunto conformado por el eje, disco y buje quedó ensamblado como se muestra en la Figura A.13.

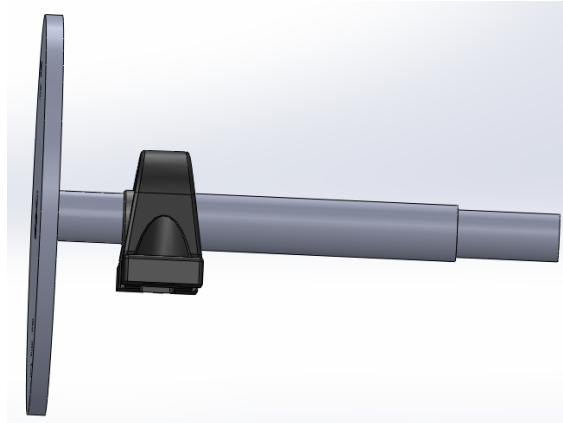


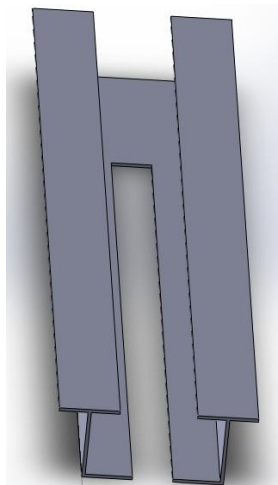
Figura A.13: Vista del ensamble del eje, disco y buje. Fuente: Autor.

Conjunto guía, manivela y barra de unión

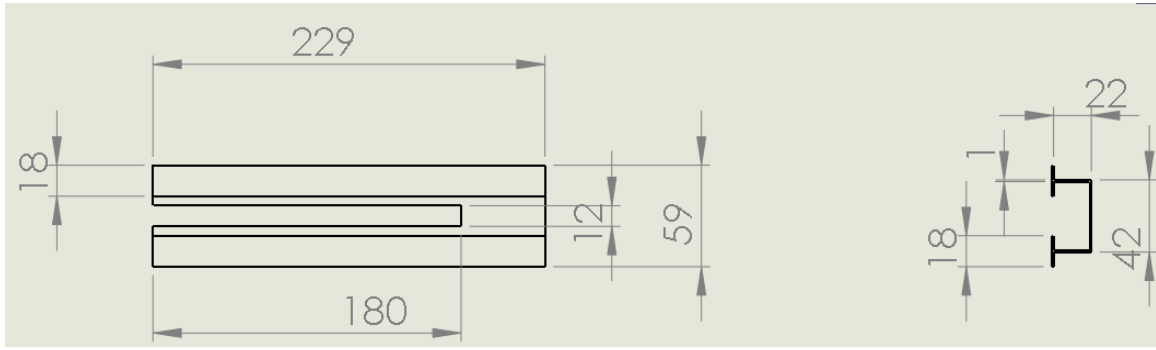
La siguiente etapa de la construcción del banco de pruebas es fijar la guía, la manivela y la barra de unión entre ésta y la biela. Primeramente se construyó la guía, después la barra de unión y finalmente la manivela a partir de estos dos elementos.

Guía

Para la construcción de la guía se usó una canaleta de aluminio, a la cual se le hizo un entresaque de 180 mm de largo y 12 mm de ancho para que la barra de unión no choque con ésta (Figura A.14).



a)

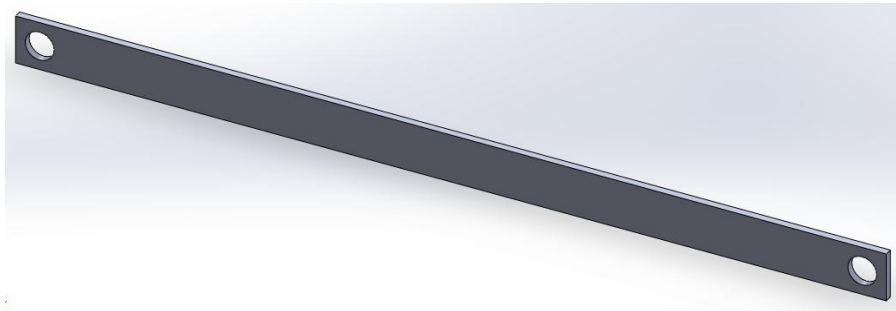


b)

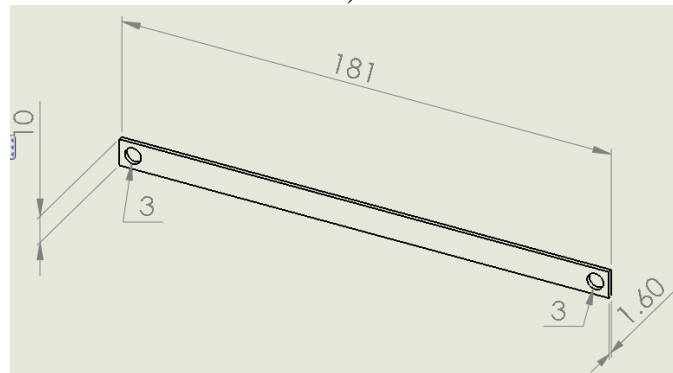
Figura A.14: Guía del sensor tipo LVDT: a) Pieza terminada; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Barra de unión

El material usado para la barra de unión fue aluminio, esto ya que el máximo de revoluciones a las que gira el disco es a 10 rpm, por lo que no es necesaria una alta resistencia mecánica (Figura A.15).



a)



b)

Figura A.15: Barra de unión entre la guía del LVDT y la manivela: a) Pieza terminada; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Manivela

La manivela fue construida con poliamida. Ésta consta de desbastes en las orillas de 1.28 mm para que sea posible introducirla a la guía, también tiene un corte que la atraviesa perpendicularmente, es en este lugar donde se aloja la punta de la barra de unión y es fijada por medio de un perno de 32 mm de longitud que atraviesa una perforación de 3 mm hecha a lo ancho de la pieza (Figura A.16).

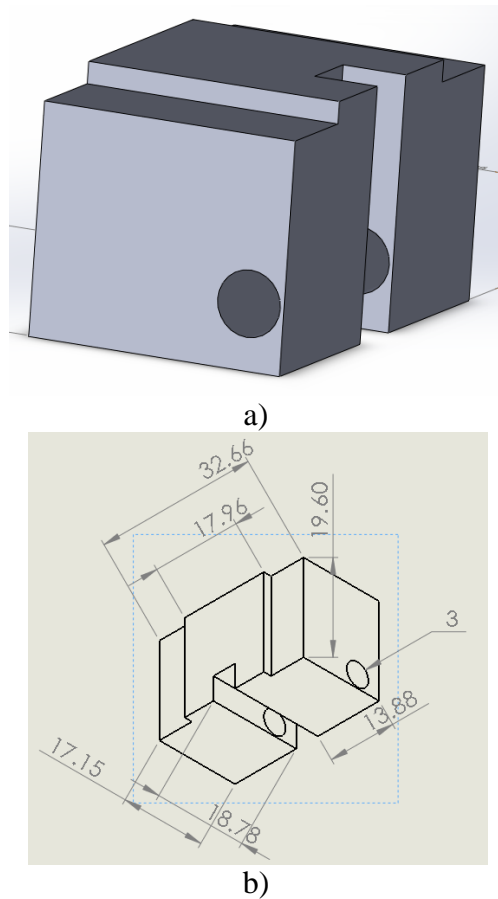


Figura A.16: Manivela: a) Pieza terminada; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Ensamble

El conjunto ensamblado se muestra en la Figura A.17.

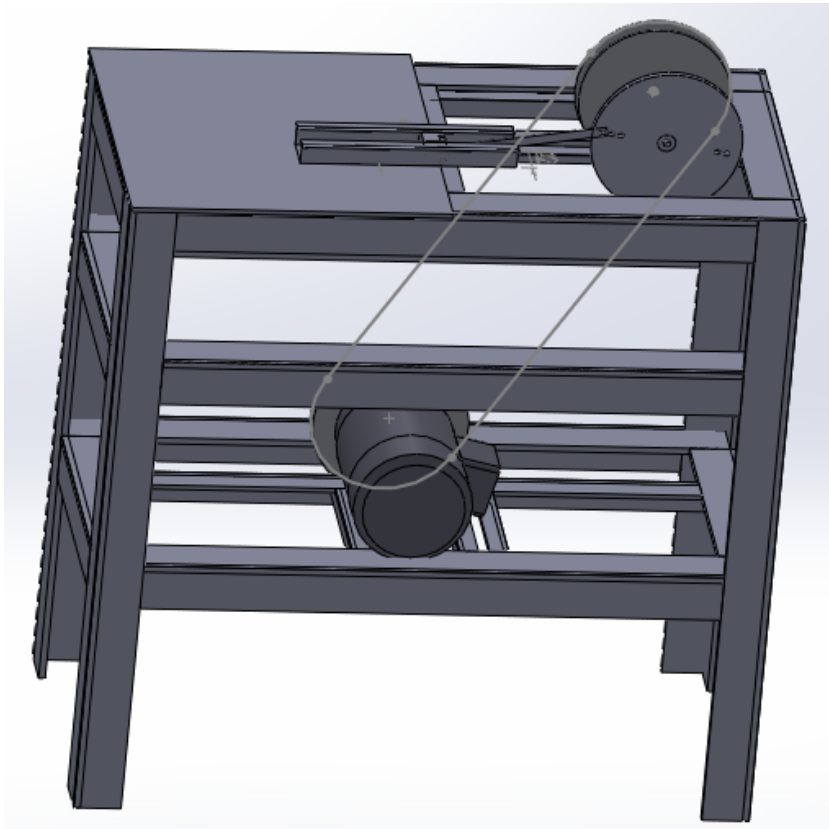


Figura A.17: Vista de los conjuntos de las piezas construidas y ensambladas. Fuente: Autor.

Instalación del sensor LVDT

Ya dispuesto el sistema biela manivela se incorpora ahora la guía para el LVDT, así como también una protección para el sistema de adquisición de datos.

Guía

Para la guía del LVDT AML/EJ100 se usó un perfil de aluminio, sin hacerle ninguna modificación (Figura A.18).

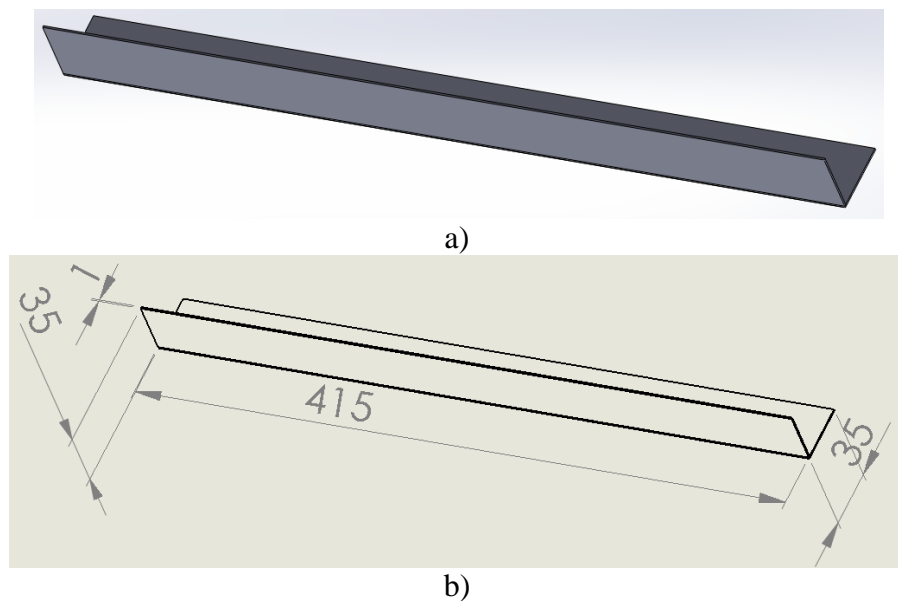
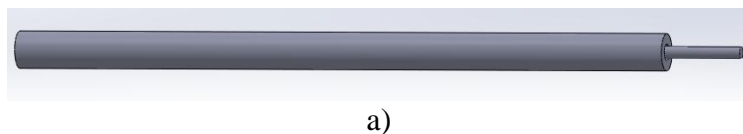
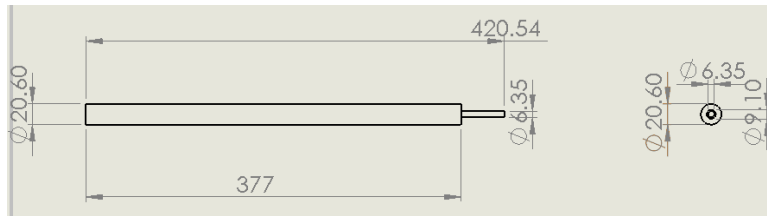


Figura A.18: Guía del sensor LVDT: a) Pieza terminada; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Sensor LVDT

El LVDT consta de una parte rígida, la cual es un cilindro de 377 mm de largo, tiene una perforación de 9.10 mm en donde se introduce la parte móvil del sistema, el cual es un cilindro de 6.35 mm de diámetro y 420.54 mm de largo, como se observa en la Figura A.19.





b)

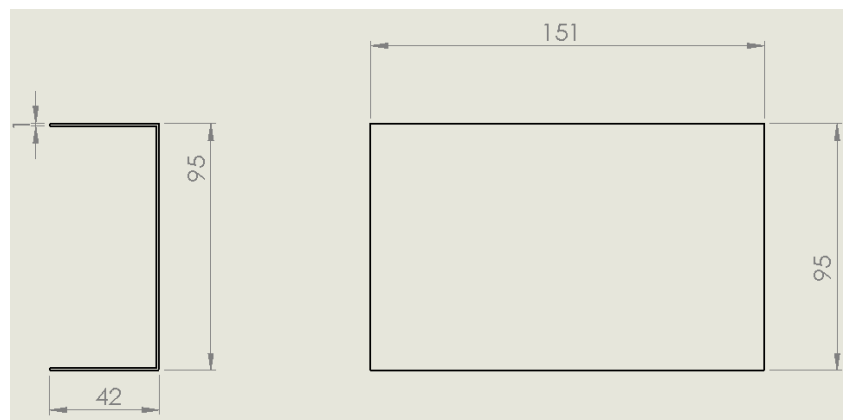
Figura A.19: Sensor LVDT: a) Pieza componente; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Guarda de protección del sistema de adquisición de datos

La caja que protege al tracker 260 es una sección de una canaleta de acero, dentro de esta irá el sistema de adquisición de datos (Figura A.20).



a)



b)

Figura A.20: Guarda de protección: a) Pieza terminada; b) Dimensiones. Fuente: Autor.

Ensamble

En la Figura A.21 se muestra el LVDT instalado así como la tolva de protección del sistema de adquisición de datos.

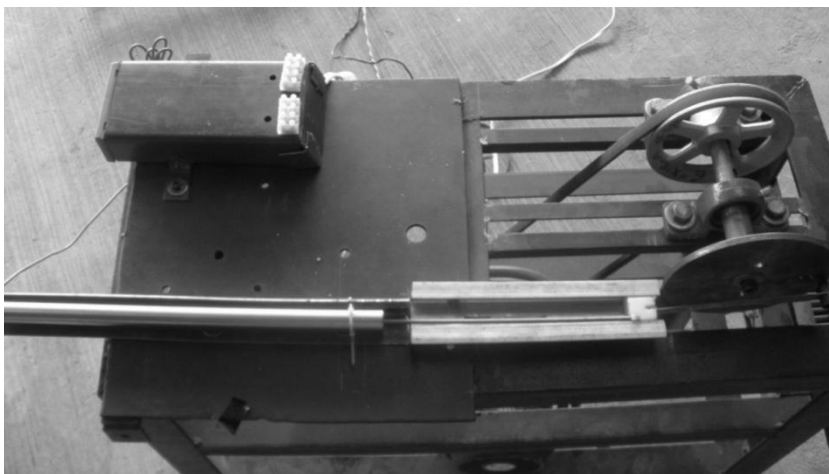


Figura A.21: Sensor LVDT y sistema de adquisición de datos instalados y conectados al mecanismo biela-manivela. Fuente: Autor.

Instalación del variador de velocidad

La velocidad del motor es regulada por un variador de velocidad marca Yaskawa varispeed 616G3, con el que se controlará que la máxima velocidad de rotación del motor sea solo de 10 rpm. Este equipo se montó en uno de los lados del bastidor, con lo cual se terminó la construcción del banco de pruebas. En la Figura A.22 se muestra el prototipo terminado.

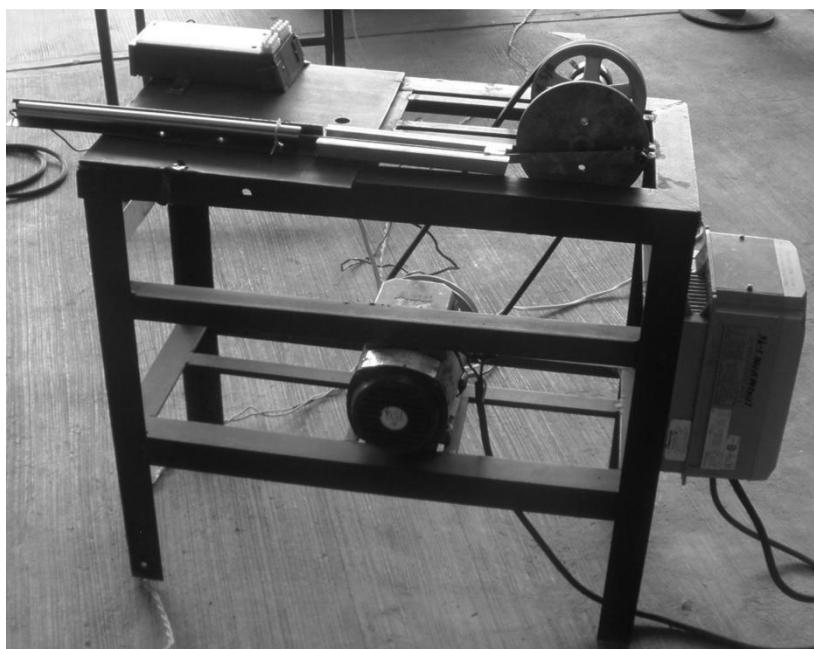


Figura A.22: Prototipo de banco de pruebas para sensores tipo LVDT terminado. Fuente: Autor.

ANEXO 4

PRUEBAS AL PROTOTIPO

Pruebas funcionales de rotación y de resistencia mecánica

Pruebas de movimiento con el variador de velocidad, a partir de éstas se determinó que la mínima velocidad a la que puede llevar el variador al motor es de 1 Hz, y el valor máximo soportado por la barra de unión de aluminio sin que empiece a sufrir deformaciones es un movimiento a 12 Hz (Figura A.23).

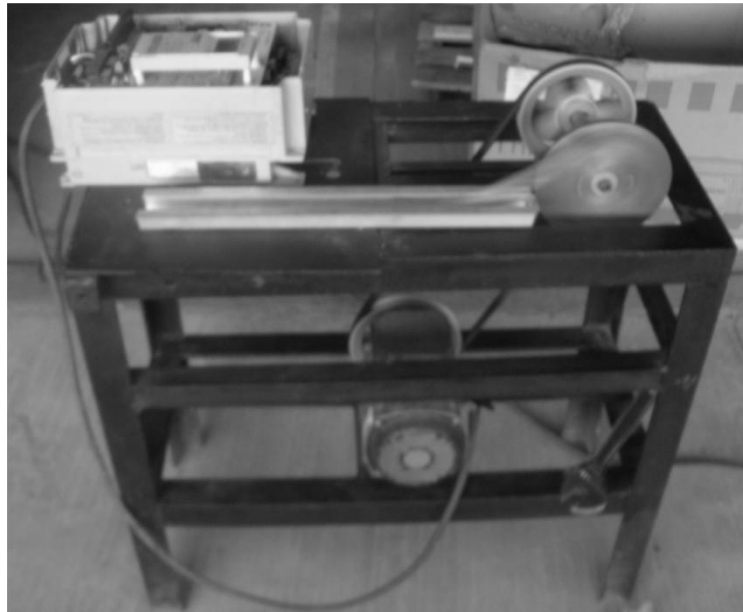


Figura A.23: Pruebas de funcionamiento del prototipo. Fuente: Autor.

Verificación de desplazamientos

La verificación de los movimientos que produce el banco de pruebas se realizaron desacoplando el motor del sistema y acoplando la barra de unión a la biela usando alguna de las perforaciones que tiene, dependiendo de la distancia que se requiera producir; después se posicionó la biela en el punto donde genera el menor desplazamiento, y se observó y marcó el lugar donde quedó posicionado el final de la masa, esto es el cero para este desplazamiento, posteriormente sobre éste se colocó una regleta, alineando su cero con el del sistema biela-manivela. Teniendo el sistema de referencia ya establecido se generó el movimiento manualmente y se registró el máximo movimiento producido, según se muestra en las Figura A.24, A.25, A.26y A.27.

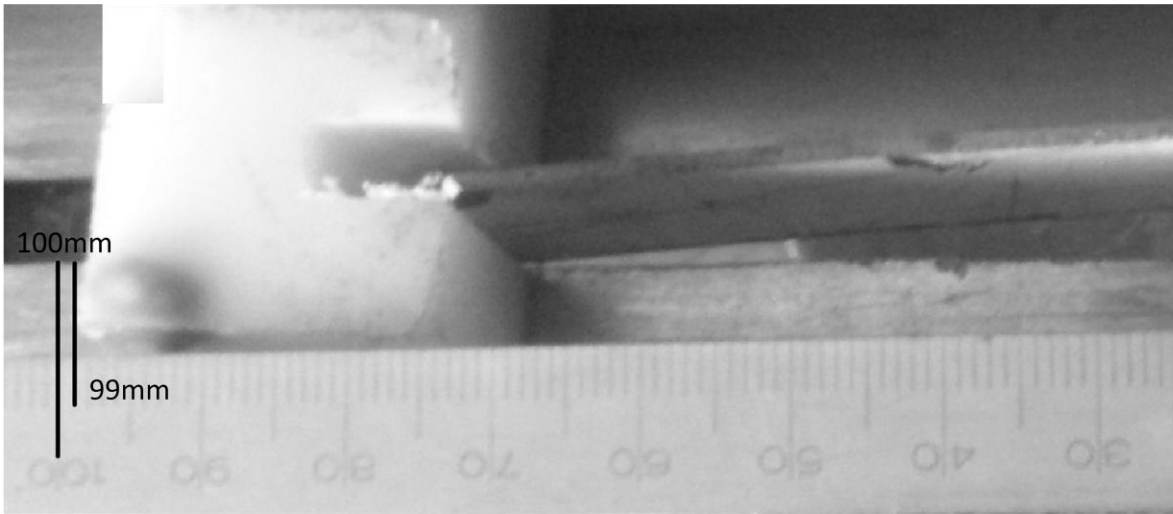


Figura A.24: Comprobación de la generación de movimiento de la biela manivela con un radio de 0.05m. Fuente: Autor.

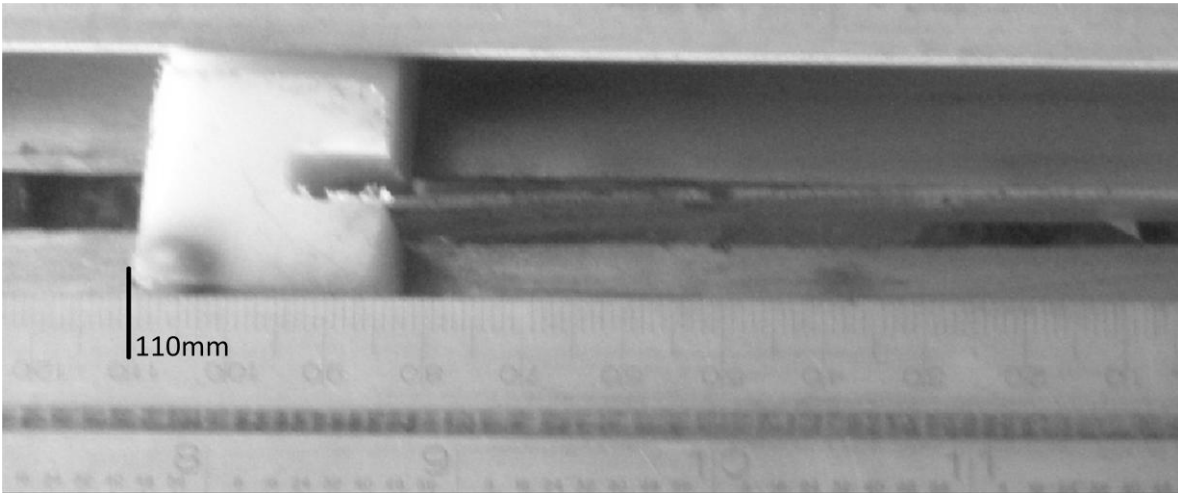


Figura A.25: Comprobación de la generación de movimiento de la biela manivela con un radio de 0.055m. Fuente: Autor.

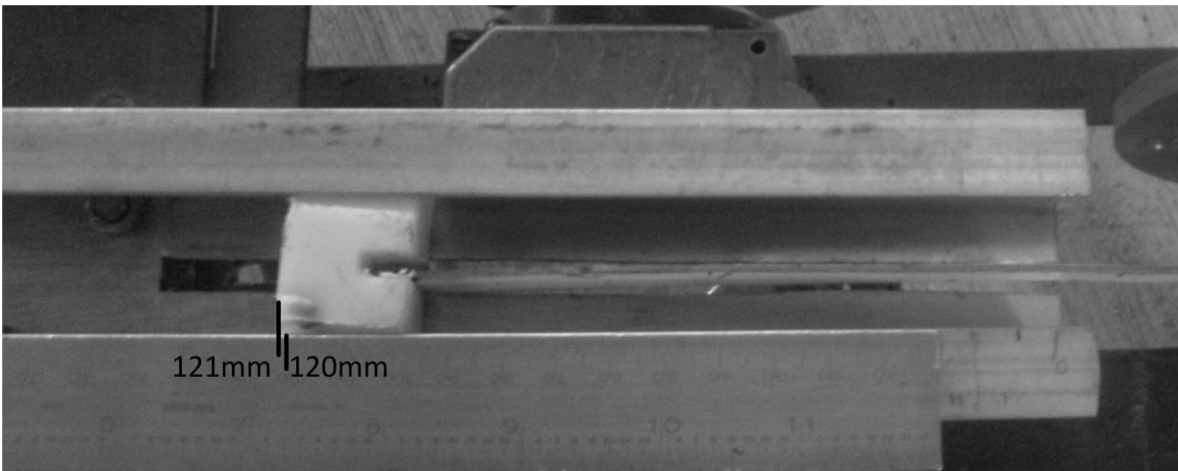


Figura 6.20: Comprobación de la generación de movimiento de la biela manivela con un radio de 0.06m. Fuente: Autor.

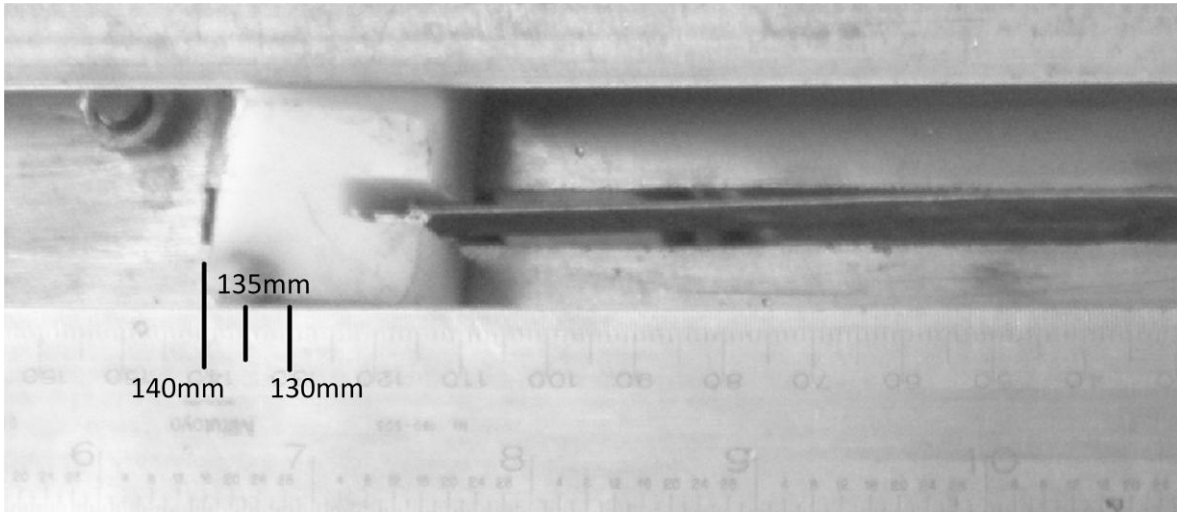


Figura A.26: Comprobación de la generación de movimiento de la biela manivela con un radio de 0.07m. Fuente: Autor.

ANEXO 5

ASPECTOS DE SEGURIDAD

Se debe de tener cuidado en energizar el prototipo, ya que consta de dos fuentes diferentes, una 120V para alimentar al Tracker 260, y otra de 220V que alimenta al variador de frecuencia, sus clavijas correspondientes son diferentes y no compatibles, por lo tanto no trate de forzar la conexión en contactos que no corresponden a la forma del equipo a alimentar.

Mantener libre la parte inferior del variador de velocidad de cualquier objeto. Si este no se energiza al conectar su cable correspondiente no trate de ajustar los cables usted mismo, pida ayuda del encargado del laboratorio.

No introduzca ningún elemento ajeno al sistema biela manivela. No trate de frenara con su mano el movimiento de la biela ni de la manivela.

Para cambiar el desplazamiento generado por la biela se debe desenergizar todo el sistema, y esperar a que el variador de frecuencia se apague totalmente.