



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIÓN
PARA EL DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL
UNIDAD OAXACA

**MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE
RECURSOS NATURALES**
(Ingeniería de Procesos)

**Estimación de la velocidad de propagación y
atenuación de ondas en edificios a partir de trazas
sísmicas deconvolucionadas**

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS

PRESENTA: **OHMAR ZEFERINO MARTÍNEZ CRUZ**

DIRECTOR DE LA TESIS: **DR. ANDRÉS PECH PÉREZ**



SIP-14

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO

ACTA DE REVISION DE TESIS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez siendo las 13:00 horas del día 22 del mes de Octubre del 2007 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca (CIIDIR-OAXACA)** para examinar la tesis de grado titulada: **“Estimación de la velocidad de propagación y atenuación de ondas en edificios a partir de trazas sísmicas deconvolucionadas”.**

Presentada por el alumno:

Martínez
 Apellido paterno

Cruz
 materno

Ohmar Zeferino
 nombre(s)

Con registro:

B	0	5	1	3	1	0
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de: **MAESTRO EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISION REVISORA

Director de tesis

Dr. Andrés Pech Pérez

Dr. Prisciliano Felipe de Jesús Cano Barrita

Dr. Pedro Montes García

Dr. Salvador Isidro Belmonte Jiménez

Dr. Magdalena Caballero Caballero

LA PRESIDENTA DEL COLEGIO

Dra. María del Rosario Arnaud Viñas





INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESION DE DERECHOS

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez el día 23 del mes Octubre del año 2007, el (la) que suscribe **MARTÍNEZ CRUZ OHMAR ZEFERINO** alumno (a) del Programa de **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES** con número de registro **B051310**, adscrito al Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del Dr. Andrés Pech Pérez y cede los derechos del trabajo titulado **“Estimación de la velocidad de propagación y atenuación de ondas en edificios a partir de trazas sísmicas deconvulcionadas”**, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Calle Hornos 1003, Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca**, e-mail: posgrado@ipn.mx ó macochefe@yahoo.com.mx. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.



INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL
CIIDIR-UNIDAD-OAXACA

MARTÍNEZ CRUZ OHMAR ZEFERINO



RESUMEN

La respuesta sísmica de una estructura depende de la excitación sísmica, del acoplamiento de la construcción con el suelo y de las propiedades mecánicas de la edificación; esta respuesta está determinada por la velocidad y la atenuación de las ondas sísmicas. En este trabajo, se analizó el comportamiento de edificios sujetos a sollicitaciones sísmicas. Con el objeto de estimar la respuesta sísmica estructural, se aisló ésta de la respuesta del suelo, de la excitación y de la respuesta del instrumento de grabación mediante la deconvolución de ondas.

Para simular la respuesta sísmica de un edificio, se utilizó un modelo que contiene dos estratos elásticos, homogéneos e isótropos separados por una frontera plana; el estrato superior representa a un edificio y el inferior representa a un semiespacio, y se consideró, únicamente, la propagación unidimensional de ondas *SH*. A partir de este modelo, se encontró que las trazas sísmicas deconvolucionadas están relacionadas mediante una función de transferencia, que se puede interpretar como la función de Green del edificio.

Al aplicar la deconvolución con respecto al movimiento de la base, se obtuvo una superposición de ondas que ascienden y descienden, éstas son difíciles de identificar, especialmente en presencia de ruido. En contraste, las ondas deconvolucionadas con respecto a la aceleración del techo son más simples; en este caso, las trazas deconvolucionadas presentan dos arribos que corresponden a una onda ascendente y a otra descendente. A partir de los registros deconvolucionados, se estimaron velocidades de propagación de ondas. Para el cálculo de la atenuación, se introdujo una metodología con la cual es posible estimar el factor de calidad Q a partir de trazas deconvolucionadas y cocientes espectrales. El análisis de datos sintéticos y reales permitió establecer las condiciones necesarias para una estimación robusta y estable. Para el edificio “Lara Sosa” ubicado en el campus del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), se obtuvo lo siguiente: una velocidad promedio para ondas *SH* de 183.18 m/s, una velocidad promedio para ondas superficiales de 182.18 m/s y un factor de calidad efectivo $Q=15.09$. Estos valores caracterizan la respuesta de un edificio ante un evento sísmico.



ABSTRACT

The building response depends on the source function, the soil-structure interaction and the mechanical properties of the building. In this work, the seismic response of a Mexican building was studied; this building is located on an extremely complex soil. The seismic response is determined by wave propagation velocities and wave amplitudes. To separate the building response from the soil response and the excitation, deconvolution was used.

To simulate the building response, a model that contains two horizontal layers separated by an elastic boundary was used; the first layer represents the building, and the second layer represents a half-space. The model is one-dimensional, and the layers are elastic, homogeneous and purely isotropic. For modeling purposes, only *SH* waves were considered; by using this model, the Green's function of the building was found.

By deconvolving with the acceleration of the bottom floor, a superposition of upgoing and downgoing waves was obtained; on these deconvolved traces, monochromatic resonance was observed. On the other hand, by deconvolving with the motion of the top floor, only two arrivals for each deconvolved trace were obtained; those arrivals correspond to one upgoing and one downgoing waves. From these traces, wave propagation velocities were calculated. To estimate attenuation, a new methodology was introduced. The quality factor Q was obtained by using an iterative procedure; this scheme consists of two steps; in the first step, the *SH*-wave velocity is obtained by using deconvolution; in the second step, the quality factor Q is estimated by minimizing a misfit function, which is expressed in terms of the observed and modeled amplitudes associated with the characteristic frequencies; Deconvolution was applied to seismic events recorded in the building "Lara Sosa", which is located at the campus of the Instituto Mexicano del Petróleo (IMP); for this building, an *SH*-wave velocity of 183.18 m/s, a surface wave velocity of 182.18 m/s and a quality factor $Q = 15.09$ were estimated. These values characterize the building response.



Como en geología y en geofísica, hay problemas en el campo de la ingeniería sísmica que son netamente mexicanos porque se refieren a la tectónica propia del país, a las condiciones únicas de nuestros suelos y a materiales y procedimientos de construcción mexicanos. Son problemas que procede que se investiguen aquí. Ni conviene ni nos agrada ceder este privilegio al extranjero por más que su colaboración sea ampliamente bienvenida y que en varios aspectos básicos sea mucho lo que le aprendamos. Pues bien, al adentrarnos en nuestros problemas muy prácticos surge de manera natural e inevitable la investigación más fundamental; surgen los aportes al conocimiento de aplicabilidad universal.

Emilio Rosenblueth, 2004

Escritos selectos



AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Politécnico Nacional de México por haberme brindado las facilidades para la realización de mi tesis “Estimación de la velocidad de propagación y atenuación de ondas en edificios a partir de trazas sísmicas deconvolucionadas”.

A la COFAA (Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas del Instituto Politécnico Nacional de México) por otorgarme la beca PIFI (Programa Institucional de Formación de Investigadores) a través del proyecto de investigación “Modelación matemática de la propagación de ondas sísmicas en medios anisótropicos y heterogéneos”, clave SIP 20070374 en el periodo Agosto 2005 a Diciembre de 2007.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el financiamiento otorgado durante los estudios de posgrado dentro del Padrón Nacional de Posgrados (PNP).

Mi reconocimiento especial al Dr. Andrés Pech Pérez por manifestarme su amistad incondicional, su dedicación y paciencia durante la elaboración del presente trabajo; además de trasmitirme su experiencia académica y personal para mi formación integral.

Al honorable comité tutorial y jurado integrado por Dr. Juan Rodríguez Ramírez, Dr. Salvador Isidro Belmonte Jiménez, Dr. Pedro Montes García, Dr. Prisciliano Felipe de Jesús Cano Barrita, Dr. Magdaleno Caballero Caballero y al Dr. Alejandro Vázquez Feijoo por las certeras sugerencias y recomendaciones para el refinamiento del presente documento.

Al personal del CIIDIR-IPN Unidad Oaxaca por las atenciones brindadas a mi persona durante el tiempo de mi permanencia en el centro de investigación.

Al M. en C. Fidel Diego Nava por motivar en mi persona el deseo de superación académica, además de compartir conmigo innumerables experiencias en el ámbito de investigación, así mismo por brindarme la oportunidad de colaborar en los proyectos de investigación bajo su dirección.

Al Dr. Francisco Sánchez Sesma por sus valiosos comentarios.

Del mismo modo a mis compañeros de generación: Romualdo, Jacobo, Filiberto, Jyl, Jesús Paz, Jesús Flores, Sildia y Carlos Orlando que compartieron conmigo un sinnúmero de horas de traspase invertidas en nuestra superación, y por los valiosos comentarios que tuvieron para la elaboración de este trabajo.



DEDICATORIAS

A mis padres Sra. Maria Elena Cruz Cortés y al Sr. Zeferino Martínez Peralta, que me han brindado a lo largo de mi vida su apoyo moral, familiar y económico incondicionalmente, siendo los pilares fundamentales para la conclusión de este documento.

A mi esposa Enf. Ruth Desiderio Espina e hijo “Chiquitin” Ohmar Martínez Desiderio, por ser ambos mi centro de motivación, apoyo, comprensión y por las palabras de amor que me sirvieron de inspiración en los momentos de confusión traduciéndolos en un soplo de esfuerzo para no rendirme ante las adversidades presentadas, teniendo que soportar mis ausencias y mi limitación de tiempo para con ellos.

A mis hermanas Daniela Martínez Cruz y Elizabeth M. Martínez Cruz por su asistencia en mis momentos de ausencia al respaldarme con la atención a mi familia y manifestarme su cariño incondicional a lo largo de mi vida.

A mi tío padrino Sr. Juan Martínez Peralta y a mi tía madrina Sra. Herlinda Martínez Cruz por la motivación y respaldo que me ofrecieron para mis estudios de posgrado, así como también por su valioso cariño manifestado a mi familia.

Asimismo quiero agradecer a mi tío padrino Lic. Ansberto Martínez Peralta y a mi tía madrina Sra. Delia Ibáñez por los momentos de motivación y de exhorto para la realización de mis estudios de especialidad.

De la misma forma, dedico este logro a mis tías Rosa Silvia e Isabel por su apoyo incondicional, al igual que a todos mis tios tanto paternos como maternos.

A mis primos Amado, Diodoro, Joel, Francisco, Angel, Lucio y Sergio, de la misma forma quiero dedicar este esfuerzo a todos mis primos y primas que por lo extenso de la familia me es imposible citarlos pero que siempre los llevo presentes.

A la familia Desiderio Espina que me brindo su afecto y apoyo incondicional en todo momento, asimismo a las familias Desiderio Olivera, Desiderio Montejo y Desiderio Pacheco por su amistad y motivación.

A mi abuelita Sra. Reynalda Peralta Hernández quien desde mi niñez me enseñó que en Dios se encuentra el sendero que conduce a la verdadera felicidad por medio de la semilla de la fe. A si mismo a mis abuelos que partieron antes de tiempo pero que dejaron en mi persona un legado de experiencias y de inspiración para lograr mis metas.



ÍNDICE

RESUMEN	iii
ABSTRACT.....	iv
ÍNDICE	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	xi
ÍNDICE DE TABLAS.....	xvi
NOMENCLATURA.....	xvii
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Aspectos generales de los sismos.....	4
1.1.1 Sismos	4
1.1.2 Tipos de sismos	5
1.1.3 Clasificación de sismos por Rosenblueth y Newmark.....	6
1.1.4 Instrumentación sísmica.....	7
1.1.5 Parámetros del movimiento.....	9
1.1.6 Intensidad y magnitud.....	10
1.2 Marco geográfico y tectónico de México.....	12
1.2.1 Sismicidad General de México.....	14
1.2.2 Regionalización sísmica de México.....	16
1.2.3 Sismicidad en el Estado de Oaxaca.....	18
1.3 Planteamiento del problema.....	19
1.4 Antecedentes.....	22
1.4.1 Antecedentes de la convolución y la deconvolución	22
1.4.2 Métodos de análisis por sismo	26
1.4.2.1 Análisis estático	26
1.4.2.2 Análisis dinámico	27
1.4.3 Respuesta dinámica de estructuras	27
1.4.3.1 Sistema de un grado de libertad	28
1.4.3.2 Sistema de varios grados de libertad.....	29
1.4.3.3 Espectro de respuesta sísmica.....	30
1.4.3.4 Características estructurales que afectan la respuesta sísmica	31
1.4.3.5 Comportamiento de las estructuras ante un evento sísmico.....	36
1.5 Justificación	37
1.6 Objetivo.....	38
1.7 Hipótesis.....	39
CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO	40
2.1 Series de Fourier	40
2.2 Serie de Fourier compleja.....	46
2.3 Transformada de Fourier	50
2.4 Transformada discreta de Fourier.....	55
2.4.1 Transformada rápida de Fourier.....	59
2.4.2 Muestreo de señales	60
2.4.2.1 Series de tiempo.....	60
2.4.2.2 Teorema de muestreo	60
2.5 Propiedades de la transformada de Fourier.....	66
2.5.1 Diferenciación en el dominio de la frecuencia.....	67



2.5.2 Integración en el dominio de la frecuencia.....	68
2.5.3 Convolución de funciones continuas.....	69
2.5.3.1 Propiedades de la convolución.....	71
2.5.3.2 Convolución de funciones discretas.....	72
2.5.4 Correlación de funciones en tiempo.....	78
2.6 Deconvolución en frecuencia.....	81
2.7 Fundamentos de la propagación de ondas.....	83
2.8 Clasificación de ondas.....	83
2.8.1 Ondas sísmicas.....	84
2.8.1.1 Ondas <i>P</i>	84
2.8.1.2 Ondas <i>S</i>	85
2.8.1.3 Ondas superficiales.....	86
2.8.1.4 Características significativas de las ondas sísmicas.....	87
2.9 Vibraciones mecánicas.....	89
2.9.1 Sistema masa-resorte-amortiguador.....	90
2.9.2 Ecuación de onda.....	93
2.9.3 Derivación de la ecuación de onda para el caso <i>SH</i>	97
2.9.4 Solución de la ecuación de ondas <i>SH</i>	99
2.10 Modelo unidimensional edificio-semiespacio.....	102
2.11 Modelo edificio-semiespacio en función del número de onda.....	105
2.12 Relación entre registros sísmicos detectados a diferentes alturas.....	106
2.13 Atenuación de las ondas sísmicas.....	107
2.14 Filtrado de señales.....	108
2.14.1 El efecto del ruido.....	108
2.14.2 Filtros.....	109
2.14.3 Tipo de filtros.....	110
2.14.3.1 Filtro pasa bajas.....	110
2.14.3.2 Filtro pasa altas.....	111
2.14.3.3 Filtro pasa banda.....	111
2.14.3.4 Filtro rechaza banda.....	112
2.14.4 Filtro butterworth.....	113
2.14.5 Pendientes de los filtros.....	114
2.14.6 Comportamiento espectral de los registros sísmicos.....	116
2.14.7 Filtrado de registros sísmicos.....	118
CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA.....	123
3.1 Generación de registros sísmicos sintéticos.....	124
3.2 Deconvolución de registros sísmicos sintéticos.....	128
3.3 Registros analizados.....	131
3.4 Deconvolución de un evento sísmico real; caso IMP.....	134
3.4.1 Deconvolución de ondas <i>SH</i> y superficiales.....	140
3.6 Estimación del factor de calidad.....	144
CAPÍTULO 4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	146
4.1 Estimación de la velocidad de propagación.....	146
4.2 Estimación de la atenuación.....	161
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	177
BIBLIOGRAFÍA.....	179



APÉNDICES	185
Apéndice 1. Delta de Dirac	185
Apéndice 2. Deconvoluciones con respecto al registro del techo	189



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Elementos de un sismo.	5
Figura 1.2 Elementos básicos de un sismógrafo.	8
Figura 1.3 Evento registrado en el techo del edificio “Lara Sosa” del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP); a) componente horizontal con orientación NW, b) componente horizontal con orientación NE y c) componente vertical.	9
Figura 1.4 Placas tectónicas y sus límites, sismicidad y tipos de fallas en México. Las flechas rojas indican el sentido de movimiento relativo entre las placas. Los círculos naranjas representan terremotos de profundidad menor de 35 km, los círculos azules representan terremotos de profundidades superiores <i>Fuente: Kostoglodov y Pacheco, 1999.</i>	13
Figura 1.5 Sismicidad moderada y grande ($M > 6.5$) durante el siglo XX. Los círculos rojos indican eventos superficiales (profundidad menor que 35 km). Los círculos azules representan eventos profundos (profundidad superior a 35 km) intraplaca relacionados con la subducción de la placa de Cocos.	15
Figura 1.6 Regionalización sísmica de la República Mexicana.	17
Figura 1.7 Daños ocasionados en la ciudad de Oaxaca por el sismo de 1931.	21
Figura 1.8 Daños ocasionados por el sismo del 30 de septiembre de 1999.	21
Figura 1.9 Modelo convolucional. El asterisco denota convolución. El sismograma es la suma del ruido con el sismograma sin ruido.	24
Figura 1.10 Ciclo de vibración de una estructura sin amortiguamiento.	31
Figura 1.11 Vibración libre con amortiguamiento crítico, línea azul, y menor al crítico, línea roja.	33
Figura 1.12 Efecto del amortiguamiento en la respuesta del sistema masa-resorte-amortiguador.	35
Figura 2.1 Onda cuadrada con un periodo de 2 segundos.	43
Figura 2.2 Representación de siete armónicos de la onda cuadrada y la suma de ellos denotada por el asterisco.	44
Figura 2.3 Representación de la onda cuadrada mediante armónicos.	45
Figura 2.4 Representación de la onda cuadrada usando 50 armónicos, donde se observa el fenómeno de Gibbs en las discontinuidades de la función.	45
Figura 2.5 Gráfica de la función caja.	53
Figura 2.6 Espectro de amplitudes de la función caja.	54
Figura 2.7 Espectros de amplitudes y fase de una onda senoidal; 1) onda senoidal con periodo de 0.08, 2) onda senoidal con periodo de 0.04 segundos, 3) onda senoidal con periodo de 0.08 segundos y retraso en tiempo, este cambio sólo se denota en el espectro de fase.	55
Figura 2.8 Representación de la transformada discreta de Fourier; a) pulso de Ricker ubicado en 1 segundo y con periodo de 0.2 segundos y b) espectro de amplitudes obtenido por medio de la ecuación (2.53), la frecuencia máxima del pulso es 0.5 Hz.	58
Figura 2.9 Transformada de Fourier; a) pulso de Ricker ubicado en 1 segundo y periodo de 0.2 segundos, b) espectro de amplitudes: en línea segmentada negra TDF y en línea roja FFT.	58
Figura 2.10 Señal original (a) y señal muestreada (b).	61



Figura 2.11 Señal muestreada y su espectro de Fourier; a) la señal se encuentra en el dominio del tiempo y b) espectro de la señal..... 63

Figura 2.12 Señal muestreada y su espectro de Fourier; a) la señal se encuentra en el dominio del tiempo (ubicado en 1 segundo y con periodo de 2 segundos) y b) espectro de la señal representado hasta la frecuencia de Nyquist. 64

Figura 2.13 Efecto de aliasing producto de un submuestreo; a) señal original; b) espectro de la señal muestreada incorrectamente, el efecto del aliasing está sombreado (traslape). 65

Figura 2.14 Serie de tiempo con un intervalo de muestro de 2ms, con una frecuencia de Nyquist a 250 Hz. Se reemplaza el intervalo de muestreo por 3 y 4 ms, con frecuencias de 166.6 y 125 Hz, respectivamente. 66

Figura 2.15 Derivada del pulso de Ricker usando la FFT y diferencias finitas. 68

Figura 2.16 Integral del pulso de Ricker en tiempo y frecuencia. 69

Figura 2.17 Convolución de Funciones caja. La caja 1 se ubica entre 5 y 10 segundos, y la caja 2 se encuentra entre 15 y 20 segundos. 73

Figura 2.18 Resultado de la convolución de las funciones caja mostradas en la Figura 2.17 (línea punteada roja), y la convolución de las funciones caja en el dominio de la frecuencia (línea azul). Ambas convoluciones son idénticas..... 74

Figura 2.19 Ubicación de las señales a convolucionarse y los productos de éstas, fuera y dentro del rectángulos, respectivamente..... 76

Figura 2.20 Separación de los productos de las señales por diagonales..... 76

Figura 2.21 Resultado del doblamiento de la primera diagonal de la Figura 2.20..... 76

Figura 2.22 Resultado del doblamiento de la segunda diagonal de la Figura 2.21... 77

Figura 2.23 Correlación de pulsos de Ricker. Ricker 1 en 20 segundos y con periodo de 4 segundos. Ricker 2 en 60 segundos y periodo de 5 segundos. 80

Figura 2.24. Resultado de la correlación de los pulsos mostrados en la Figura 2.23 80

Figura 2.25 Onda P 85

Figura 2.26 Onda S 85

Figura 2.27 Onda de Rayleigh..... 86

Figura 2.28 Onda de Love..... 86

Figura 2.29 Propagación de las ondas sísmicas..... 88

Figura 2.30 Registro sísmico..... 88

Figura 2.31 Sistema masa-resorte-amortiguador. 90

Figura 2.32 Respuesta del sistema de un grado de libertad; a) sin amortiguamiento y b) Con amortiguamiento. 92

Figura 2.33 Sistema masa-resorte. 93

Figura 2.34 Sistema de masas y resortes. 94

Figura 2.35 Torsión aplicada a una barra uniforme y de material elástico. 98

Figura 2.36 Representación de los términos de la solución general de la ecuación unidimensional para ondas SH 101

Figura 2.37 Modelo unidimensional edificio-semiespacio. 102

Figura 2.38 Filtro pasa bajas ideal. 110

Figura 2.39 Filtro pasa altas ideal. 111

Figura 2.40 Filtro pasa banda ideal. 112

Figura 2.41 Filtro rechaza banda ideal. 112

Figura 2.42 Filtro Butterworth tipo pasa bajas. 113



Figura 2.43 Respuesta en frecuencia de filtros Butterworth pasa bajas de orden 2,4, 8 y 16.	114
Figura 2.44 Filtros y sus respectivas equivalencias en el dominio del tiempo.....	115
Figura 2.45 Filtro tipo trapecio y sus respuestas en el dominio del tiempo.	115
Figura 2.46 Evento sísmico registrado en el edificio “Lara Sosa” del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP).	116
Figura 2.47 Espectros de Amplitudes del registro de la Figura 2.46.	117
Figura 2.48 Ampliación del espectro de amplitudes de la Figura 2.47.	117
Figura 2.49 Filtro tipo caja.....	118
Figura 2.50 Espectro de amplitudes después de aplicar el filtro tipo caja.	119
Figura 2.51 Registro sísmico después de aplicar el filtro tipo caja.	119
Figura 2.52 Filtro tipo trapecio.	120
Figura 2.53 Espectro de amplitudes después de aplicar el filtro tipo trapecio.	120
Figura 2.54 Registro sísmico después de aplicar el filtro tipo trapecio.	121
Figura 2.55 Filtro Butterworth.	121
Figura 2.56 Espectro de amplitudes después de aplicar el filtro tipo Butterworth. ..	122
Figura 2.57 Registro sísmico después de aplicar el filtro tipo Butterworth.	122
Figura 3.1 Etapas de la metodología.....	123
Figura 3.2 Procedimiento para generar registros sísmicos sintéticos.	124
Figura 3.3 Ubicación de los receptores.	125
Figura 3.4 Registro de aceleraciones.	125
Figura 3.5 Registros sísmicos sintéticos con ruido. La gráfica muestra la base y el techo del edificio, y los números 1, 2 ,3 y 4 se refieren a los niveles.	126
Figura 3.6 Registros sísmicos sintéticos después del filtrado. Los números 1, 2 ,3 y 4 se refieren a los niveles del edificio.	127
Figura 3.7 Pasos para realizar la deconvolución de registros sintéticos.	128
Figura 3.8 Ondas deconvolucionadas con respecto al registro de la base.	129
Figura 3.9 Deconvolución con respecto a la azotea.	130
Figura 3.10 Instrumentación del edificio “Lara Sosa”.	131
Figura 3.11 Encabezado de un registro; el formato de los acelerogramas es BMDSF-2.	133
Figura 3.12 Procedimiento para deconvolucionar registros sísmicos reales.	134
Figura 3.13 Aceleraciones registradas en el edificio “Lara Sosa”; componente NW;	135
Figura 3.14 Deconvolución de los registros mostrados en la Figura 3.13 con respecto al registro de la base. La onda ascendente está denotada por la letra A y la onda descendente por la letra D	136
Figura 3.15 Espectros de amplitudes de los registros sísmicos mostrados en la Figura 3.13;	137
Figura 3.16 Ondas deconvolucionadas con respecto al registro de la base; en este caso, se aplicó un filtro Butterworth a los acelerogramas. La A denota a la onda ascendente y la D a la onda descendente.	138
Figura 3.17 Deconvolución de los registros mostrados en la Figura 3.13 con respecto al registro del techo. La A denota la onda ascendente y D la onda descendente. ..	139



Figura 3.18 Trazas deconvolucionadas ya filtradas; se aplicó un filtro Butterworth. La onda ascendente está denotada por la letra **A** y la onda descendente por la letra **D**. 140

Figura 3.19 Intervalo de la onda *SH*; a) registro del techo y b) registro de la base. 141

Figura 3.20 Deconvolución de las ondas *SH* con respecto al movimiento del techo. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente. 141

Figura 3.21 Ondas *SH* deconvolucionadas y filtradas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la descendente. 142

Figura 3.22 Intervalo de las ondas superficiales; a) registro del techo y b) registro de la base..... 143

Figura 3.23 Ondas superficiales deconvolucionadas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente. 143

Figura 3.24 Ondas superficiales deconvolucionadas y filtradas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente..... 144

Figura 4.1 Deconvoluciones con respecto al registro del techo para los intervalos correspondientes a las ondas *SH*, superficiales y todo el registro. Se usó el evento sísmico del 23 de mayo de 1994, el cual fue registrado en el edificio “Lara Sosa”. 146

Figura 4.2 Ondas deconvolucionadas con respecto al registro de la base del edificio “Lara Sosa”, usando los intervalos de las ondas *SH* y superficiales; también se consideró la deconvolución de los registros completos..... 149

Figura 4.3 Deconvolución de todos los registros con respecto al registro del nivel número 3. 156

Figura 4.4 Deconvolución del registro del techo con respecto a todos los registros de la Figura 3.6. 158

Figura 4.5 Espectro de amplitudes de las ondas deconvolucionadas de la Figura 4.4. 159

Figura 4.6 Relación entre el módulo de elasticidad de cortante, la densidad y la velocidad de propagación de la onda *SH*. 161

Figura 4.7 Efecto del parámetro ε en las amplitudes de las ondas deconvolucionadas..... 162

Figura 4.8 Intervalo de las ondas *SH* con una duración de 10.24 segundos, tomado a partir de 49 segundos; a) registro techo y b) registro base. 164

Figura 4.9 Espectro de amplitudes de las ondas *SH* deconvolucionadas. 164

Figura 4.10 Espectro de la función de transferencia. 165

Figura 4.11 Comparación de los espectros mostrados en las Figuras 4.9 y 4.10. ... 166

Figura 4.12 Comparación de espectros. Espectro de las ondas deconvolucionadas (línea negra), espectro de la función de transferencia (línea roja) y espectro del sistema de un grado de libertad (línea azul)..... 167

Figura 4.13 Parámetros que caracterizan la disipación de la energía..... 168

Figura 4.14 Factor de calidad en función de la velocidad de propagación para los eventos mostrados en la Tabla 4. 169

Figura 4.15 Factor de calidad en función de la velocidad de propagación (Promedios de la Tabla 7). 169



Figura 4.16 Comparación entre el amortiguamiento viscoso y el factor de atenuación (γ). El primero está relacionado con el sistema masa-resorte-amortiguador, y el segundo caracteriza la disipación de la energía sísmica. 173

Figura 4.17 Proceso de estimación del factor de calidad Q 175

Figura 4.18 Velocidades de ondas SH , con las que se estimó el factor de calidad Q .
..... 176

Figura A 1 Función caja. 185

Figura A 2 Desplazamiento de la caja 186

Figura A 3 La nueva función $f(t)$ 187



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Equivalencia entre magnitudes.	12
Tabla 2 Propiedades de la transformada de Fourier.	67
Tabla 3 Propiedades de la convolución.....	71
Tabla 4 Eventos sísmicos detectados en el edificio “Lara Sosa”.....	132
Tabla 5 Velocidades de propagación y tiempos de arribo para diferentes sismos registrados en el edificio “Lara Sosa”.....	148
Tabla 6 Velocidades de propagación y tiempos de arribo para diferentes sismos registrados en el edificio “Lara Sosa”. Parámetros calculados a partir de la deconvolución con respecto al registro de la base.....	150
Tabla 7 Valores de Q , velocidad, γ , amortiguamiento y frecuencia característica.	169
Tabla A-1 Deconvoluciones de registros sísmicos del edificio del IMP.....	189



NOMENCLATURA

$A(\omega)$	Espectro de amplitudes
a_n	Aceleración (m s^{-2})
a_n, b_0, b_n	Coefficientes de la serie de Fourier
α	Velocidad de ondas P (m s^{-1})
$B(Z)$	Traza sísmica deconvolucionada en la base del edificio
β	Velocidad de ondas S (m s^{-1})
β_1	Velocidad de ondas S en el semiespacio (m s^{-1})
β_2	Velocidad de ondas S en el edificio (m s^{-1})
C_k	Coefficientes de la convolución y correlación en el dominio del tiempo
C_c	Amortiguamiento crítico
C_n	Coefficiente de la serie compleja de Fourier
$C(\omega)$	Correlación en frecuencia
u_1	Campo de desplazamientos del semiespacio
u_2	Campo de desplazamientos del edificio
Δf	Incremento en frecuencia
Δt	Incremento en tiempo
δ	Delta de Dirac
$e(t)$	Reflectividad
$E(\omega)$	Transformada de Fourier de la reflectividad
\mathcal{E}	Parámetro para evitar la inestabilidad de la deconvolución
η	Números enteros (1,2,3,...)
λ	Longitud de onda (m)
f	Frecuencia medida en (Hz)
$f(t)$	Función en tiempo
F_r	Fuerza del resorte
F_c	Fuerza del amortiguador
F_e	Fuerza de inercia
F_y	Fuerza de excitación
f_m	Máxima frecuencia de $f(t)$
f_c	Frecuencia de corte (Hz)
$F(\omega)$	Transformada de Fourier de $f(t)$
$ F(\omega) $	Valor absoluto de la transformada de Fourier
μ	Módulo de elasticidad (kg cm^{-2})
g	Aceleración de la gravedad (m s^{-2})
γ	Factor de atenuación
H	Altura (m)



i	Número imaginario
k	Número de onda
κ	Coefficiente de rigidez del resorte
m	Masa (kg)
N	Número de puntos de la señal
M_L	Magnitud local de Richter
M_c	Magnitud de la coda
M_s	Magnitud de ondas superficiales
M_b	Magnitud de ondas de cuerpo
M_w	Magnitud de momento sísmico
Q	Factor de calidad
T	Periodo estructural (s)
t	Tiempo en estudio (s)
$T(Z)$	Traza sísmica deconvolucionada en el techo del edificio
T_s	Periodo de muestreo
T	Torque
W	Peso (kg)
$\phi(\omega)$	Espectro de fase
ρ	Densidad (kg m^{-3})
ρ_1	Densidad del semiespacio (kg m^{-3})
ρ_2	Densidad del edificio (kg m^{-3})
x, \dot{x} y \ddot{x}	Desplazamiento, velocidad y aceleración (m , m s^{-1} y m s^{-2})
$Y^*(\omega)$	Conjugado de la transformada de Fourier de la señal $y(t)$
$[M]$	Matriz de masas (kg)
$[C]$	Matriz de amortiguamiento
$[K]$	Matriz de rigidez
FFT	Transformada rápida de Fourier
IFFT	Transformada inversa de Fourier
*	Denota convolución
★	Denota correlación



CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

Los sismos son una de las manifestaciones más impresionantes de la naturaleza. La pérdida de vidas humanas y la destrucción de la infraestructura muestran lo devastador del fenómeno sísmico. Se originan por las vibraciones de la corteza terrestre, ocasionadas a su vez por desplazamientos bruscos de las grandes placas en las que está dividida dicha corteza. Los desplazamientos producen la caída de esfuerzos y la liberación de enormes cantidades de energía. La energía liberada se transforma en ondas sísmicas; éstas se propagan, se reflejan, se refractan y se atenúan de acuerdo con las propiedades mecánicas del subsuelo y de las características de la fuente sísmica. Si en la superficie se encuentra una estructura, las ondas sísmicas continúan propagándose dentro de ésta, lo cual provoca la vibración de la construcción. Este efecto es de particular importancia en la respuesta sísmica de edificios, ya que los movimientos sísmicos inducen esfuerzos importantes en los elementos de la construcción, y pueden provocar fallas (Sugiyama, 1995). La respuesta de un edificio está determinada por la velocidad de propagación de las ondas sísmicas y la disipación de la energía sísmica en el mismo. La velocidad de propagación y la geometría del edificio controlan las frecuencias resonantes (Clinton, 2004). La atenuación determina la razón de disipación de la energía en el edificio.

Investigar el comportamiento de las estructuras frente a la acción sísmica es un objetivo permanente de la ingeniería sísmica. Una complicación que se presenta en el estudio de la respuesta sísmica de edificios es que ésta depende de las propiedades mecánicas del edificio y del acoplamiento del edificio con el suelo (Safak, 1995).

Los movimientos sísmicos en las estructuras son registrados por medio de acelerómetros; estos registros contienen una combinación de efectos como el de la fuente sísmica, la estratigrafía y el sitio (Sánchez-Sesma *et al.*, 1993; Sánchez-Sesma y Luzon, 1995); así como también, el efecto del instrumento de grabación.



Para comprender la respuesta de las estructuras ante un sismo debe aislarse el movimiento del edificio, esto se logra mediante el proceso conocido como deconvolución, que se puede realizar en el dominio del tiempo y en el de la frecuencia (usando la transformada de Fourier); en este dominio, esta operación se convierte en una división espectral. Para realizar la deconvolución de registros, y, de este modo, aislar la respuesta estructural de la respuesta del suelo, de la excitación y de la respuesta del instrumento de grabación, se utiliza la deconvolución en frecuencia de eventos sísmicos (Snieder, 2006a).

Las trazas deconvolucionadas se interpretan mediante un modelo unidimensional que contiene dos medios elásticos homogéneos e isótropos, separados por una frontera plana, en este caso se consideran, únicamente, ondas *SH*. La capa superior representa al edificio, que está limitado en la parte superior por una frontera libre de esfuerzos (techo del edificio); la capa inferior representa un semiespacio. En la frontera entre el edificio y el semiespacio, tanto los esfuerzos como los desplazamientos son continuos. Para este modelo, se obtienen las ecuaciones que gobiernan a los desplazamientos, y a partir de éstas se encuentra que las trazas sísmicas deconvolucionadas están relacionadas mediante una función de transferencia, conocida, también, como la función de Green, la cual representa la respuesta al impulso unitario. Dicha función puede determinarse por correlación o deconvolución de eventos registrados en al menos dos receptores (Lobkis y Weaver, 2001; Derode *et al.*, 2003; Wapenaar, 2004; Nakahara H, 2006; Sánchez-Sesma y Campillo, 2006).

El objetivo de esta tesis es determinar la velocidad y atenuación de las ondas sísmicas en edificios mediante la deconvolución de eventos registrados en los diferentes niveles de las edificaciones.

En este trabajo, se aplican procedimientos que se pueden llamar “técnicas geofísicas no destructivas”, y que, también, pueden utilizarse en la caracterización de agregados minerales, procesos físicos, químicos y biológicos. Por ejemplo, éstas



pueden aplicarse a problemas ambientales; en particular, para vigilar la calidad del agua subterránea y el descenso de los niveles freáticos. Una componente importante en el cambio climático global es la supervisión de parámetros ambientales. La evolución de un agregado o proceso, también, puede vigilarse mediante el muestreo destructivo. Sin embargo, este tipo de muestreo presenta serios inconvenientes: distorsiona las propiedades que se desean medir, las mediciones son extremadamente locales y no reflejan el estado general del sistema en estudio, este tipo de muestreo es costoso y aún más importante puede provocar gran impacto en el ambiente dependiendo del sistema analizado. Por estas razones, las técnicas geofísicas no destructivas son una buena elección. En este estudio, se ilustran las ventajas y el potencial de estas técnicas. Aunque en este trabajo, se presentan resultados prometedores, parte de esta investigación se encuentra todavía en desarrollo. Sin embargo, los avances aquí presentados garantizan nuevas investigaciones en el campo de la ingeniería sísmica.

El presente trabajo contiene 5 capítulos: Capítulo 1º, planteamiento de la investigación y aspectos generales de la sismología; capítulo 2º, fundamentos del procesamiento de señales, específicamente, se describen las fórmulas que se usan para convolucionar y deconvolucionar señales en el dominio de la frecuencia, también, se presentan los fundamentos de la propagación de ondas, los diferentes tipos de ondas sísmicas, la ecuación que rige el fenómeno de propagación de ondas y su solución, así como el modelo edificio-semiespacio, y una breve descripción de los diferentes tipos de filtros usados en este trabajo; capítulo 3º, contiene la descripción de la metodología para deconvolucionar los registros sísmicos sintéticos y reales, y el procedimiento para estimar el factor de calidad, este procedimiento representa la principal contribución de este trabajo; en el capítulo 4º, se discuten los resultados; por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones.



1.1 Aspectos generales de los sismos

Debido a la ubicación geográfica de nuestro país, éste se encuentra sujeto a diversos fenómenos naturales que pueden generar situaciones de desastre; entre las calamidades a las que mayormente está expuesto el territorio nacional resaltan los sismos, algunos de tal intensidad que se recordarán a lo largo de la historia, uno de ellos es el que ocurrió en la ciudad de México en septiembre de 1985. La presencia de fallas geológicas y la acción de las placas continentales son factores siempre presentes en las zonas de subducción de nuestro país.

1.1.1 Sismos

Se denomina sismo al movimiento de la superficie de la tierra, en ocasiones violento, que obedece a la liberación de energía en la corteza del planeta. Cuando las fuerzas geológicas producidas por el movimiento de las placas tectónicas inciden sobre la corteza terrestre, ésta se deforma elásticamente. A medida que la deformación aumenta, la energía acumulada en las rocas de la corteza también aumenta hasta que éstas se rompen, y la energía se libera en forma de ondas sísmicas. La localización de un sismo se describe, generalmente, por la posición geográfica de su epicentro y su profundidad focal. A continuación se enumeran los elementos de un sismo (Figura 1.1).

- Foco o hipocentro: Punto dentro de la corteza terrestre donde ocurre la liberación de energía que origina al sismo
- Epicentro: Punto de la superficie terrestre situado justo sobre el foco.
- Profundidad focal: Distancia vertical entre el foco y el epicentro. Con esta distancia, se puede clasificar a los sismos en superficiales (hasta 60 km), intermedios (60 a 300 km) y profundos (700 km).
- Ondas sísmicas: Se propagan a través de la tierra y se pueden clasificar en función del movimiento de partícula en: ondas *P*, *S* y superficiales.

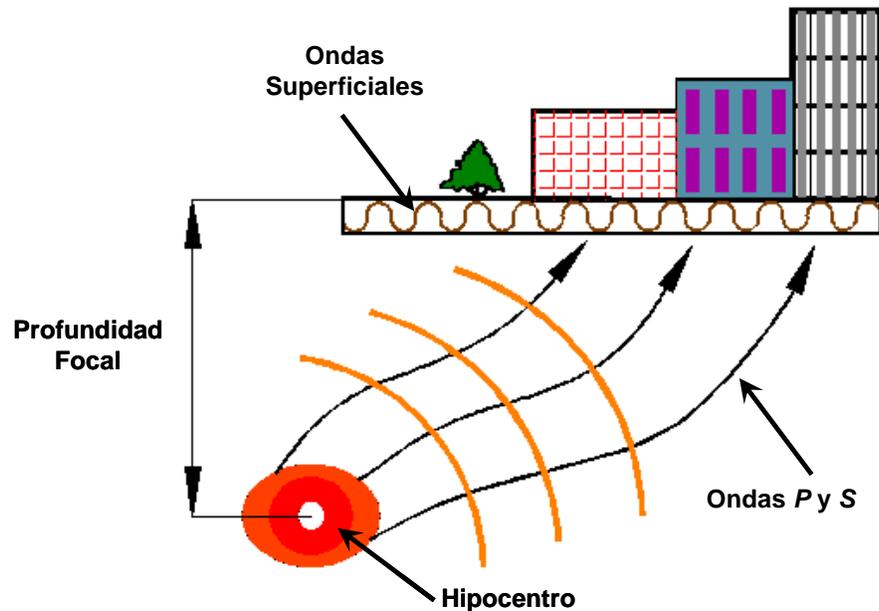


Figura 1.1 Elementos de un sismo.
Fuente: Autor.

1.1.2 Tipos de sismos

Por su origen, los sismos se pueden clasificar como naturales y artificiales. En general, los naturales liberan mayor cantidad de energía; por lo tanto, sus efectos en la superficie son mayores. A continuación se describen brevemente los diferentes tipos de sismos.

➤ **Sismos naturales**

Tectónicos

Se generan por la interacción de las placas tectónicas. Se dividen en dos clases: los llamados interplaca, ocasionados por la fricción en las zonas de contacto entre las placas; y los intraplaca, que se generan en la parte interna de las placas y se han dado incluso en zonas en las que se ha llegado a suponer que existe un nivel nulo de sismicidad. Los intraplaca, como consecuencia de las deformaciones continentales, son menos frecuentes que los interplaca, y pueden tener profundidades similares a estos (15-30 km) o mayores; por ejemplo, 60 ó 70 km. Un tipo particular de sismos



intraplaca son los llamados locales, que son producto de deformaciones del material terrestre debido a la concentración de fuerzas en una región limitada.

Volcánicos

Se dan de manera simultánea con las erupciones volcánicas. Ocasionados principalmente por la fractura de las rocas, durante el movimiento del magma.

De colapso

Se generan por el derrumbe de techos de cavernas y minas. Generalmente, ocurren cerca de la superficie y se sienten únicamente en un área reducida.

➤ ***Sismos artificiales***

Producidos por el hombre por medio de explosiones comunes y nucleares. Se generan con fines de exploración, investigación y explotación de bancos de material para la industria. Cuando las explosiones nucleares son suficientemente grandes son detectadas por instrumentos en diversas partes del planeta; sin embargo, sólo pueden sentirse en sitios cercanos al lugar en donde se realizan las pruebas.

1.1.3 Clasificación de sismos por Rosenblueth y Newmark

Las ondas sísmicas son complejas y diferentes entre sí. Newmark y Rosenblueth (1971) clasificaron a los sismos en cuatro clases:

- 1) Con sacudida vertical y el foco se encuentra a poca profundidad, la capa de roca es dura.
- 2) Movimiento moderadamente largo y extremadamente irregular. La profundidad del foco es intermedia y la capa de roca es dura. En el cinturón volcánico del Pacífico, donde la capa de roca es dura, se siente frecuentemente este tipo de sismo.
- 3) Movimiento del terreno durante un largo lapso de tiempo, que exhibe predominantemente periodos alargados de vibración. Muchas capas suaves filtran la onda y ocurren reflexiones consecutivas entre los límites de los estratos.



- 4) Movimiento del terreno que alcanza una deformación permanente a escala regional.

Un gran número de sismos muestran formas de ondas que combinan estos cuatro tipos.

1.1.4 Instrumentación sísmica

Registrar los sismos es fundamental para analizar sus características; su magnitud, su localización y la duración del mismo. Sismógrafos y acelerógrafos registran el movimiento del terreno. Ambos equipos cuentan con el mismo principio de operación, que consiste en una masa suspendida por un resorte y un amortiguador. Si se sujeta un lápiz a la masa suspendida y se dibuja en un papel pegado sobre un cilindro que gire a velocidad constante, se obtiene un registro del movimiento del suelo, esto se conoce como sismograma o acelerograma (Figura 1.2). El movimiento del terreno se mide usualmente en tres direcciones: vertical, norte-sur y este-oeste. Los sismógrafos modernos utilizan este mismo principio de operación, sólo que para su implementación utilizan componentes mecánicos y electrónicos, obteniendo una señal eléctrica proporcional al movimiento del suelo, la cual puede almacenarse en forma local. Generalmente la señal es almacenada en formato digital.

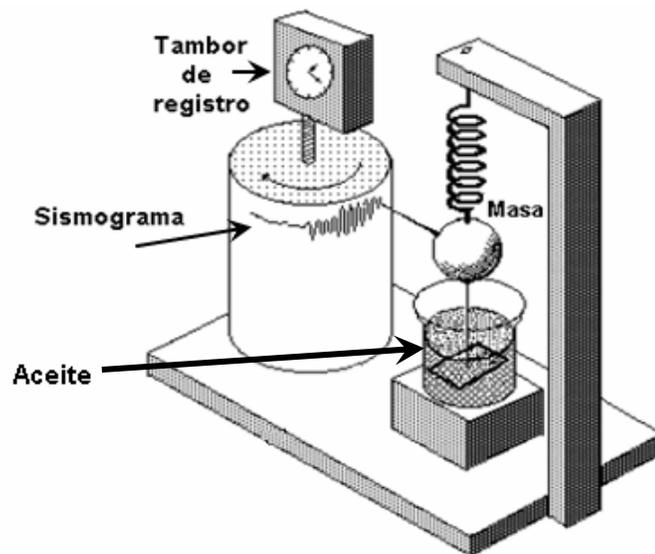


Figura 1.2 Elementos básicos de un sismógrafo.
Fuente: Modificada por autor

El sismógrafo se caracteriza por su alta sensibilidad; es decir, tiene capacidad de ampliar decenas o centenas de miles de veces la velocidad de movimiento del terreno, ya sea a causa de un sismo cercano muy pequeño o de uno lejano muy grande. Sin embargo, cuando la distancia entre el epicentro de un sismo muy fuerte y el sismógrafo es corta, este último no es capaz de registrarlo íntegramente, por lo que produce un sismograma saturado. Para registrar los movimientos de gran intensidad, se utilizan los acelerógrafos. A diferencia de los anteriores, estos son independientes de la magnitud del sismo. Una característica de los acelerógrafos es que registran la aceleración del terreno, expresada como fracción de la gravedad terrestre. Estos contienen sensores que registran la aceleración del terreno en tres direcciones ortogonales: dos horizontales y una vertical. En la Figura 1.3, se muestra un evento típico registrado por acelerómetros. Este instrumento, se utiliza fundamentalmente para captar la intensidad del movimiento producido por un temblor en un sitio determinado, y son los más utilizados para medir el comportamiento de edificios, puentes y otras estructuras excitadas por un sismo.

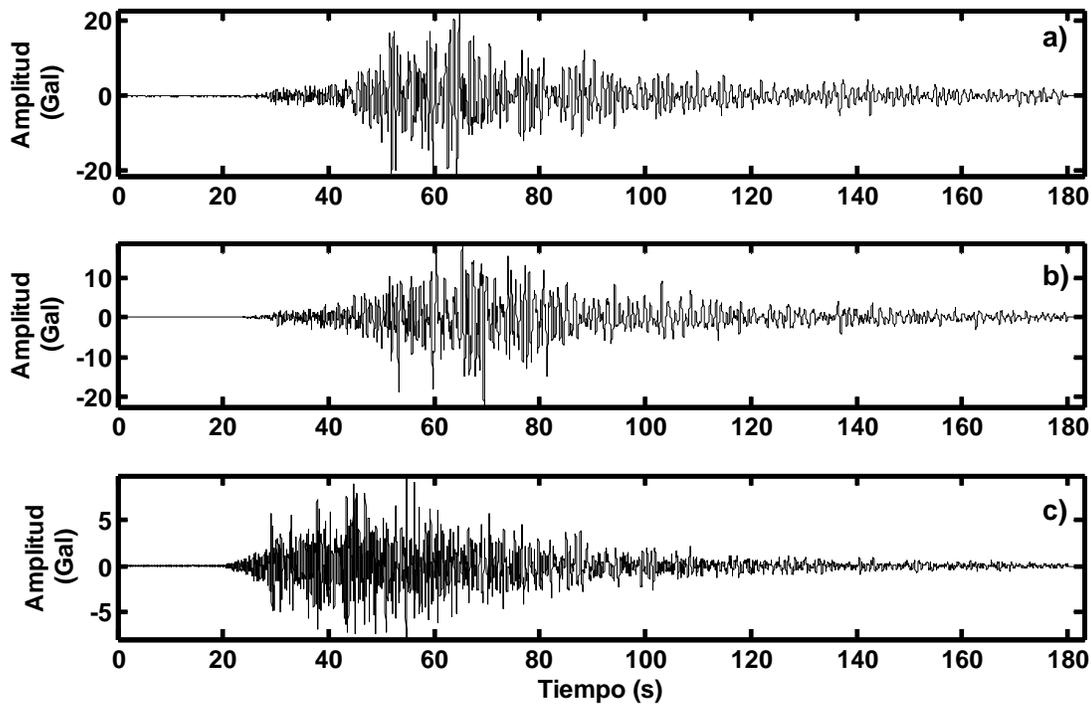


Figura 1.3 Evento registrado en el techo del edificio “Lara Sosa” del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP); a) componente horizontal con orientación NW, b) componente horizontal con orientación NE y c) componente vertical.

Fuente: Modificada por autor

En la Figura 1.3, se muestran las tres componentes del evento sísmico del 15 de junio de 1999 registrado en la azotea del edificio “Lara Sosa” del IMP. La Figura 1.3a representa la componente Norte-Sur, la Figura 1.3b representa la componente Este-Oeste y la Figura 1.3c muestra la componente vertical.

1.1.5 Parámetros del movimiento

Los parámetros de movimiento pueden ser la aceleración, la velocidad o el desplazamiento del suelo en cada instante de tiempo. En este caso, se conservan las relaciones de integración con respecto al tiempo entre variables, así la velocidad se puede calcular integrando la aceleración, y el desplazamiento es obtenido a partir de la integración de la velocidad con el tiempo. Las historias obtenidas a partir de esto, son denominadas acelerogramas, sismogramas y registros de desplazamiento, y



para fines de ingeniería sus unidades más útiles son cm/s^2 (gal), cm/s y cm , respectivamente.

En la actualidad, el parámetro más empleado para cuantificar el daño potencial a estructuras es la aceleración máxima del suelo, ya que tiene una relación natural muy estrecha con las fuerzas inerciales y con las fuerzas dinámicas máximas inducidas en estructuras muy rígidas. A pesar de ser un parámetro relevante, no permite determinar por sí sólo correlaciones entre los sismos destructivos y los que no lo son. La historia de aceleraciones muestra una proporción significativa de frecuencias relativamente elevadas.

1.1.6 Intensidad y magnitud.

Comúnmente, al describir un sismo, además de su epicentro se mencionan valores de magnitud e intensidad, estos dos últimos términos se refieren a distintos fenómenos y, en numerosas ocasiones, son confundidos. La intensidad de un sismo se refiere a un lugar determinado; es decir, se asigna en función de los efectos causados en las construcciones y en los seres humanos.

Esta medición resulta un tanto subjetiva, debido a que depende de la sensibilidad de cada persona y de la apreciación que se haga de los efectos.

La primera escala de intensidad fue propuesta en 1883 por S. de Rossi y F. Forel, con grados de 1 al 10. En 1902, G. Mercalli propuso una escala de doce grados; modificada, en 1931, por H. Hood y F. Newmann para aplicarla en construcciones más modernas, ésta se conoce como la escala de Mercalli modificada, que ahora se utiliza regularmente. Con los instrumentos actuales puede obtenerse una medición indirecta de la intensidad, a través de los valores de aceleración del terreno registrados por los acelerógrafos.

Por otro lado, la magnitud de un sismo es una estimación cuantitativa de la medida del tamaño del sismo, y lo que cuantifica es la energía liberada por el sismo y su



potencial destructivo global; sin embargo, es independiente de la densidad de la población y del tipo de construcción en el lugar donde se registra el sismo.

La escala de magnitud más común es la de Richter, desarrollada por Charles Richter en 1932. Conocida como magnitud local M_L , que se basa en la amplitud de un registro en condiciones estándar. Esta escala fue propuesta para temblores en California, empleando un sismógrafo particular. Otra escala de magnitudes, muy usada para determinar magnitudes de sismos locales, es la escala basada en la longitud de la coda de los sismos. Es también logarítmica y se designa, usualmente, por M_c . Para medir eventos en otras zonas sísmicas más grandes y lejanas, varios autores han propuesto escalas basadas en registros de diversos tipos de ondas, siendo las más populares la magnitud de ondas superficiales M_s y la de ondas de cuerpo M_b (Bazán y Meli, 2000).

Otra escala de magnitud es la basada en el momento sísmico (M_o), el cual es el producto de la rigidez al cortante de la corteza terrestre por el área de ruptura y por el deslizamiento de la falla que genera el temblor. Esta magnitud se denomina magnitud de momento sísmico M_w . Esta escala no tiene posibilidades de saturación, es la única válida para todas las ondas, y para todos los mecanismos focales.

En ocasiones, para referirse a un sismo cuya magnitud supera los 7 grados se habla de un macrosismo. La diferencia de un grado de magnitud puede llegar a ser de 32 veces, en términos de energía liberada. Así, un sismo de magnitud 8, equivale aproximadamente a:



Tabla 1 Equivalencia entre magnitudes.

Un temblor de magnitud 8 equivale a	32 sismos de magnitud 7
	1000 sismos de magnitud 6
	32,000 sismos de magnitud 5
	1,000,000 sismos de magnitud 4.

Por tanto, es fácil notar que un sismo de magnitud 4, como los que llegan a ocurrir varias veces por semana a lo largo de la costa occidental de México, no es la mitad de uno de magnitud 8, su periodo de repetición en una determinada región puede tardar varias décadas.

1.2 Marco geográfico y tectónico de México

México es un país de una tectónica y geología extremadamente variada y compleja. De acuerdo al marco tectónico, el territorio mexicano está dividido en cinco placas tectónicas (Figura 1.4). La mayor parte del país se encuentra sobre la placa Norteamericana, mientras que la península de Baja California está situada en la gran placa tectónica del Pacífico; el sur de Chiapas, queda dentro de la placa del Caribe. Y, por último, las placas oceánicas de Cocos y Rivera, en la costa Este de México, completan el mapa tectónico del país.

El estado de Oaxaca se ubica en las placas de Rivera y Cocos, mismas que subducen a la Norteamericana a lo largo de un límite convergente, marcado por la fosa Centroamericana. Ésta última recorre toda la costa del Pacífico, desde el estado de Nayarit hasta la frontera sur con Guatemala, Chiapas, y la mayor parte de Centroamérica. La microplaca de Rivera subduce a la placa de Norteamérica a lo largo de las costas de Nayarit y Jalisco, mientras que la de Cocos lo hace en el resto de la costa mexicana del Pacífico (Estados de Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas). La subducción de la placa de Cocos continúa a lo largo de la costa Centroamericana (Burbach et al., 1984).

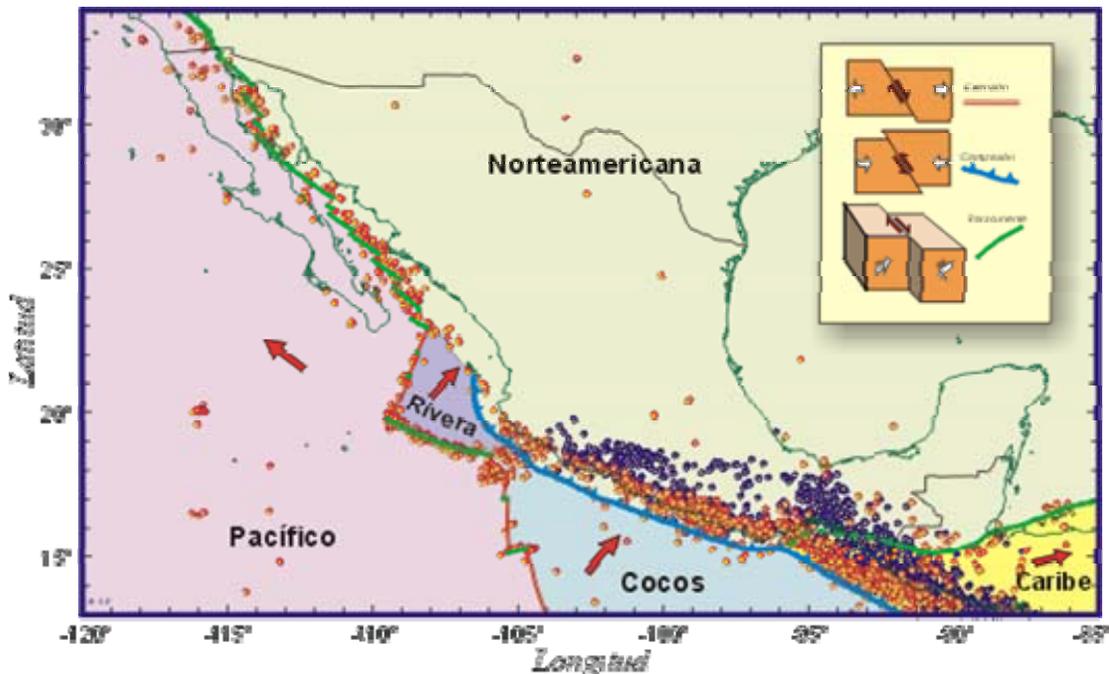


Figura 1.4 Placas tectónicas y sus límites, sismicidad y tipos de fallas en México. Las flechas rojas indican el sentido de movimiento relativo entre las placas. Los círculos naranjas representan terremotos de profundidad menor de 35 km, los círculos azules representan terremotos de profundidades superiores Fuente: Kostoglodov y Pacheco, 1999.

En la Figura 1.4, se observa que el país está integrado a una gran zona generadora de sismos, estos han ocurrido durante millones de años. Los epicentros de la mayor parte de los terremotos de gran magnitud (mayores de 7), que ocasionan daños severos, se ubican en la costa del Pacífico, a lo largo de Jalisco, Colima, Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas. Sin embargo, cabe mencionar que también han ocurrido grandes sismos en el centro y el sur de Veracruz y Puebla; norte y centro de Oaxaca y Chiapas; Estado de México y la península de Baja California; especialmente, en la zona que colinda con los Estados Unidos. En Zacatecas, Durango, Sinaloa y Sonora, la sismicidad es escasa; sin embargo, a fines del siglo XIX, en este último estado ocurrió un sismo de magnitud 7.3. En los restantes estados no se han originado movimientos sísmicos de importancia, aunque esto no impide que algunos como: Nayarit, Guanajuato, Querétaro, Hidalgo, Tlaxcala y Tabasco, se vean afectados por los grandes sismos que se originan en otros estados.



1.2.1 Sismicidad General de México

Conociendo la intrincada tectónica y geología que caracteriza a México y, muy especialmente, en la zona centro-meridional, es fácil concluir que el mismo patrón se repite para la sismicidad. En efecto, México posee una sismicidad tan elevada y variada como destructiva, relacionada directamente con los límites de placas y algunos sistemas de fallas activas (Figura 1.4).

Asimismo, México presenta una notable actividad sísmica en diversas regiones de su territorio, intensos terremotos liberan alrededor del 3 % de la energía sísmica mundial. En México, en promedio, ocurre un sismo con magnitud mayor a 7.0 en la escala de Richter cada 2 años. En el siglo XX, ocurrieron en México 8 sismos de magnitud igual o mayor que 8.0 en la escala de Richter, afectando regiones densamente pobladas al sur del país. Las ciudades de Oaxaca, Guadalajara, México y Puebla, por mencionar algunas, han sufrido daños importantes por dichos terremotos.

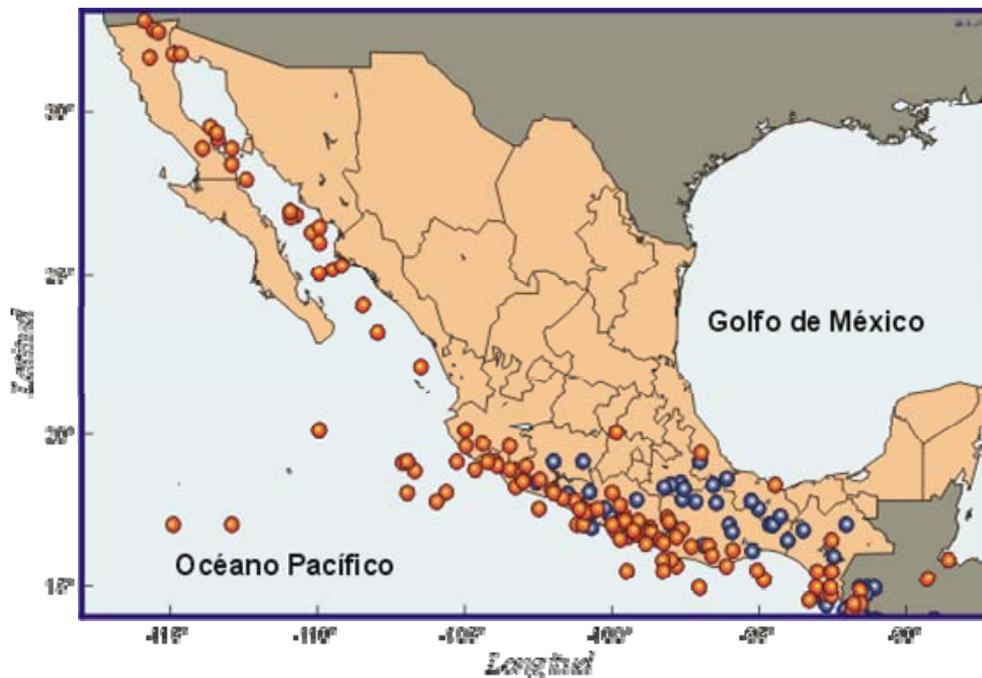


Figura 1.5 Sismicidad moderada y grande ($M > 6.5$) durante el siglo XX. Los círculos rojos indican eventos superficiales (profundidad menor que 35 km). Los círculos azules representan eventos profundos (profundidad superior a 35 km) intraplaca relacionados con la subducción de la placa de Cocos

Fuente: Kostoglodov y Pacheco, 1999

La variedad en las fuentes y características de la sismicidad es notable (Figura 1.5). Los sismos más importantes que se registran en el país se presentan como eventos interplaca o de subducción, y se deben a la fricción entre las placas de Cocos y Rivera durante la subducción bajo la placa Norteamericana, en la costa del océano Pacífico (Jalisco, 1932, $M_w = 8.2$; Michoacán, 1985, $M_w = 8.0$). Los sismos intraplaca o profundos se presentan en menor medida, y se generan en el interior de la placa oceánica en subducción (Oaxaca, 1931, $M_w = 7.8$; Orizaba, 1973, $M_w = 7.3$; Oaxaca, 1999, $M_w = 7.4$). Por último, existe sismicidad relevante relacionada con el límite transcurrente en el norte de Baja California (fallas Cerro Prieto e Imperial, 1934, $M_w = 7.1$), y cierta tasa de sismicidad moderada o baja asociada a los márgenes transcurrentes del Golfo de California y Cocos-Rivera, así como a la dorsal que separa estas últimas placas de la del Pacífico.



Evidentemente, como es habitual en un margen convergente, los denominados sismos de subducción o interplaca no sólo son los de mayor tamaño, sino también los más frecuentes. Por ejemplo, en el catálogo de sismos moderados y grandes ($M \geq 6.5$) ocurridos en México durante el siglo XX (Kostoglodov y Pacheco, 1999), que incluye 161 eventos, el 48% son interplaca en zona de subducción, el 29% son profundos (intraplaca en zona de subducción), sólo un 2% son corticales (intraplaca dentro de la placa Norteamericana) y el 21% restante se produjo a lo largo de las dorsales, las fallas en el norte de Baja California y dentro de la placa del Pacífico.

En lo que respecta a efectos de riesgo sísmico, desafortunadamente, casi todas las clases de terremotos, a partir de una cierta magnitud, constituyen una grave amenaza tanto para la población, como para la infraestructura.

1.2.2 Regionalización sísmica de México.

El territorio mexicano está clasificado según el peligro sísmico al que están sujetas las construcciones. Se han delimitado cuatro zonas: A, B, C y D, cuyo peligro es de menor a mayor. Fundamentalmente, las zonas se determinaron en función de la sismicidad propia de cada región. A esta clasificación se le conoce como regionalización sísmica y tiene como principal objetivo proporcionar parámetros constructivos para el diseño de estructuras, dependiendo de la zona en donde se construya, de tal manera que resulten suficientemente seguras y sea rentable su construcción. Se advierte que esta regionalización es aplicable a estructuras construidas en terreno firme; no se toma en cuenta el fenómeno de amplificación del movimiento sísmico por efecto de suelos blandos. Esto puede ser decisivo para el peligro sísmico de algunos lugares, como la ciudad de Oaxaca. Utilizando los datos del censo poblacional del año 2000 y la regionalización sísmica, se puede estimar el volumen de población más expuesto al fenómeno sísmico como se muestra en la Figura 1.6.

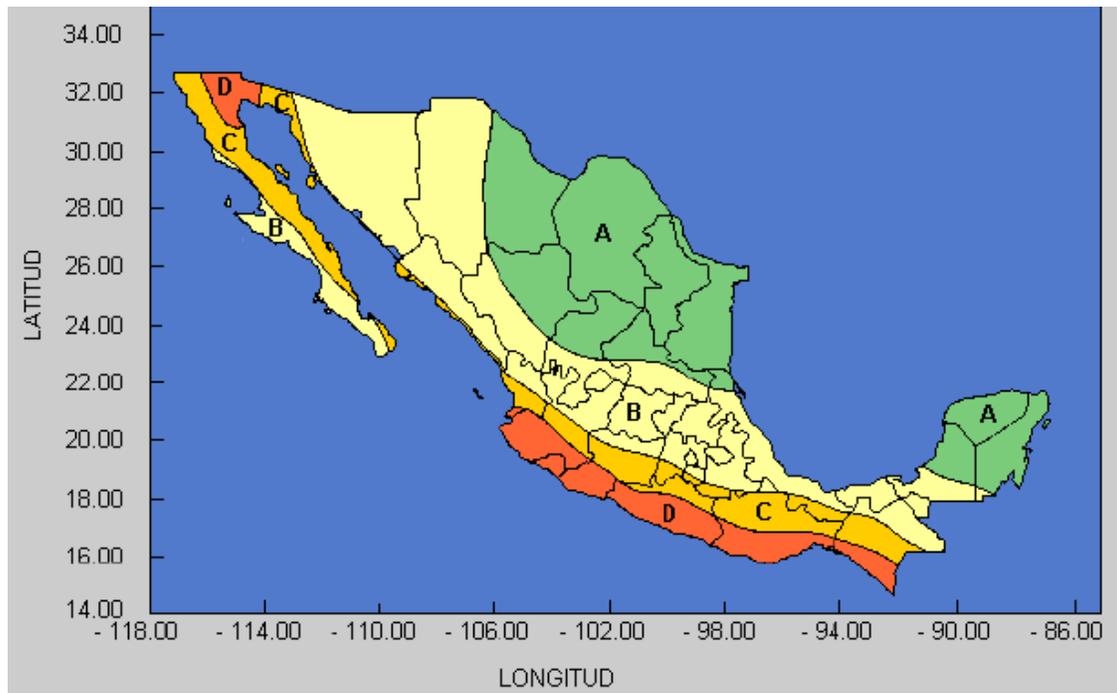


Figura 1.6 Regionalización sísmica de la República Mexicana.

Fuente: Cenapred

En la Figura 1.6, la zona A indica el lugar que no ha reportado sismos en los últimos 80 años y que espera aceleraciones del suelo mayores a un 10% de la aceleración de la gravedad. En la zona D, se han reportado sismos que han pasado a la historia debido a su gran intensidad, ahí los sismos ocurren frecuentemente y las aceleraciones del suelo pueden sobrepasar el 70% de la aceleración de la gravedad. Las dos zonas restantes (B y C) son intermedias, ninguna registra sismos con frecuencia, ambas son zonas afectadas por altas aceleraciones, mas no sobrepasan el 70% de la aceleración del suelo. A pesar de que la Ciudad de México se encuentra ubicada en la zona B, por las condiciones del subsuelo en el Valle de México pueden esperarse altas aceleraciones.



1.2.3 Sismicidad en el Estado de Oaxaca.

En el Golfo de Tehuantepec existe la interacción de tres placas tectónicas: Norteamericana, Cocos y Caribe (Molnar y Sykes, 1969). Dichas placas, de acuerdo a sus movimientos relativos, interactúan a través de sus límites provocando deformaciones, fallas y, en ocasiones, actividad sísmica importante. El límite entre las placas tectónicas aparentemente corresponde con un “punto triple” tipo “trincher-falla transformante-trincher”, cuya ubicación geográfica no se ha definido con precisión (Guzmán, 1989; Vásquez *et al.*, 1992).

Las placas de Cocos, Norteamericana y del Caribe conforman una zona de subducción denominada “Trincher Mesoamericana”. En México, dicha trincher se extiende en forma casi paralela al margen costero del Pacífico, desde el estado de Jalisco hasta Chiapas. La placa de Cocos penetra debajo de la placa Norteamericana con una velocidad promedio de convergencia de 7 cm/año (Minster y Jordan, 1978), dando lugar al proceso de subducción que genera la actividad sísmica de mayor intensidad y magnitud registrada en el país.

La región de Oaxaca, asociada a este proceso tectónico de subducción, es una de las regiones con más alta sismicidad en México, ya que se encuentra entre los 15.0° y los 18.5° de latitud Norte, y los 94.5° y 98.75° de longitud Oeste. Teniendo en cuenta las características sismotectónicas de Oaxaca, se pueden distinguir tres tipos principales de temblores con magnitud importante ($M_b > 6.5$, $M_s > 7.0$).

- a) De subducción, asociados directamente al contacto entre las dos placas, con un mecanismo focal de falla inversa de bajo ángulo, con epicentros en la costa y una profundidad de 15 a 20 km.
- b) De falla normal, con una profundidad de 65 a 115 km y tienen lugar en la placa de Cocos con epicentro en el interior del continente, al norte de la ciudad de Oaxaca.



- c) De falla normal, una profundidad de 25 a 40 km con epicentro al sur de la ciudad de Oaxaca; el memorable sismo del 14 de enero de 1931 con magnitud de 8 grados en la escala de Richter, se ubica en esta categoría.

1.3 Planteamiento del problema.

Debido a su ubicación geográfica, el estado de Oaxaca se encuentra sujeto a diversos fenómenos naturales que pueden derivar en desastres, entre sus mayores desgracias sobresalen los sismos. Oaxaca se encuentra en una de las regiones sísmicas más activas del país, sus movimientos se deben principalmente a la subducción de la placa de Cocos ubicada bajo la placa de Norteamérica. En ocasiones también se presentan sismos de menor magnitud en el interior del territorio oaxaqueño, debido a las fracturas de la placa continental y al movimiento relativo de las fallas locales presentes en el territorio. Los sismos ocurridos en las últimas décadas, en el estado de Oaxaca, han demostrado el alto grado de vulnerabilidad de las edificaciones; algunas se colapsaron, se dañaron o perdieron su funcionalidad.

En el siglo XX, se registraron los sismos más importantes en el estado de Oaxaca; como por ejemplo, los eventos sísmicos de 1903, 1928 y 1931, los cuales presentaron magnitudes mayores a 8° en la escala de Richter; en la Figura 1.7, se muestran los daños que ocasionó el sismo de 1931. Cabe mencionar el sismo del 30 de septiembre de 1999, con magnitud de 7.4° en la escala de Richter y epicentro localizado a 15 kilómetros de Puerto Escondido (Figura 1.8).

El daño en las estructuras es provocado por las ondas sísmicas que hacen vibrar a las edificaciones, estas ondas elásticas son denominadas *P*, *S* y superficiales de Love y Rayleigh. Las ondas *P* producen movimientos paralelos a la dirección de propagación (ondas compresionales); las ondas *S* producen movimientos de partícula perpendiculares a la dirección de propagación (ondas de cizalla); y las ondas de Love y Rayleigh producen movimientos en la superficie del suelo. Las



ondas S y las superficiales son las que más deterioran a las construcciones, al provocar daños parciales o totales en ellas. Por esto es de vital importancia analizar el comportamiento que tienen los edificios ante un sismo.

La respuesta de un edificio ante un evento sísmico está gobernada por la velocidad de propagación y atenuación de las ondas sísmicas (Snieder, 2006a). Se ha documentado que la frecuencia resonante de un edificio puede cambiar después de una precipitación fuerte (Clinton, 2004). Un factor de complicación en la obtención de la respuesta sísmica de edificios es que ésta depende de las propiedades del edificio y de las del suelo (Safak, 1995). La interacción suelo-estructura es un factor que influye en la respuesta de edificios durante un sismo, el efecto de esta interacción puede disminuir la frecuencia dominante de la estructura, filtrar la alta frecuencia de la excitación e incrementar el amortiguamiento (Safak, 1995). Para comprender la respuesta sísmica de un edificio, es necesario cancelar el efecto del suelo, es decir, aislar éste de la respuesta del edificio.

Bazán y Meli (2000) sostienen que para sismos moderados (magnitudes menores a 6° en la escala de Richter) la estructura de un edificio se mantiene normalmente dentro de su intervalo de comportamiento elástico lineal, y su respuesta puede calcularse con buena aproximación usando los métodos de análisis dinámicos y de sistemas lineales. Las características esenciales de la respuesta se llegan a estimar con aceptable precisión al modelar la estructura mediante un sistema de un grado de libertad, con periodo igual al fundamental de la estructura. Pero un edificio real es un sistema más complejo que el de un grado de libertad, y su respuesta es difícil de calcular. Entre las técnicas más robustas, para la estimación de la respuesta sísmica de edificios, se encuentra el método de Miranda (2005), el cual permite obtener una buena estimación de la respuesta sísmica estructural, este método está fundamentado en elementos finitos. Snieder (2006a) aplica la deconvolución a eventos sísmicos registrados en edificios con la finalidad de obtener velocidades de propagación y atenuaciones, únicamente en las estructuras. Una de las ventajas del

método desarrollado por Snieder (2006a) es que éste es económico en términos de recursos computacionales.



Figura 1.7 Daños ocasionados en la ciudad de Oaxaca por el sismo de 1931.
 Fuente: Protección civil Oaxaca, 2004



Figura 1.8 Daños ocasionados por el sismo del 30 de septiembre de 1999.
 Fuente: Protección civil Oaxaca, 2004



1.4 Antecedentes

El estudio de las vibraciones se basa en los movimientos de los cuerpos, todos los cuerpos que poseen masa y elasticidad son capaces de vibrar. Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayoría de edificios experimentan vibraciones hasta cierto grado, por lo que su diseño requiere la consideración de este efecto dinámico, ya que puede ocasionar grandes desplazamientos, y en casos críticos el colapso de edificios.

1.4.1 Antecedentes de la convolución y la deconvolución

El modelo convolucional (Robinson, 1985) establece que una traza sísmica puede definirse como

$$(\text{Traza}) = (\text{fuente}) * (\text{absorción}) * (\text{respuesta de la reflexión}) * (\text{respuesta del instrumento}), \quad (1.1)$$

donde el asterisco denota convolución; la absorción es la cantidad de energía sísmica perdida durante la transmisión. Por otra parte, en este modelo se asume que la respuesta de la reflexión se puede aproximar de la siguiente manera:

$$(\text{Respuesta de la reflexión}) = (\text{reflectividad}) * (\text{múltiples}). \quad (1.2)$$

La reflectividad es la respuesta sísmica de la estratigrafía, y los múltiples corresponden a las diferentes reflexiones de las ondas. Combinando las dos ecuaciones anteriores, y adicionando el término correspondiente al ruido, el modelo convolucional se puede escribir como

$$(\text{Traza}) = (\text{Fuente}) * (\text{Absorción}) * (\text{Reflectividad}) * (\text{Múltiples}) * (\text{Respuesta del instrumento}) + (\text{Ruido}). \quad (1.3)$$



Los coeficientes de reflexión (reflectividad) representan la información geológica. Los otros componentes de la ecuación (1.3), tales como la ondícula de la fuente, los múltiplos, la absorción y los efectos de la recepción representan características del experimento sísmico. La traza sísmica es aproximadamente la convolución de todos estos componentes.

La ondícula sísmica está definida por todos los componentes antes mencionados a excepción de la reflectividad. Por lo que ésta puede expresarse como

$$(\text{ondícula sísmica}) = (\text{fuente}) * (\text{absorción}) * (\text{múltiples}) * (\text{respuesta del instrumento}). \quad (1.4)$$

Por lo tanto, combinando las ecuaciones (1.3) y (1.4) se tiene que

$$(\text{Traza}) = (\text{ondícula sísmica}) * (\text{reflectividad}) + (\text{ruido}). \quad (1.5)$$

En cualquier modelo convolucional de la tierra, el concepto clave es la linealidad. La ecuación (1.5) indica que las trazas sísmicas (registros sísmicos) contienen información sobre la fuente (ondícula sísmica) y las propiedades del medio por el que se propagan las ondas (reflectividad). Matemáticamente, el modelo convolucional está denotado por la siguiente ecuación

$$x(t) = w(t) * e(t) + n(t) \quad (1.6)$$

donde $x(t)$ es la traza sísmica, $w(t)$ la ondícula sísmica, $e(t)$ la reflectividad y $n(t)$ es el ruido. El modelo convolucional se ilustra en la Figura 1.9.

La operación inversa de la convolución es la deconvolución, y ésta se usa en el procesamiento de datos sísmicos para mejorar la resolución temporal de los mismos, comprimiendo el efecto de la ondícula sísmica. El propósito de la deconvolución es remplazar la ondícula arraigada en la traza sísmica por un spike (pico).

La ecuación (1.6) que define al modelo convolucional puede expresarse en el dominio de la frecuencia, considerando que el ruido es mínimo se tiene

$$X(\omega) = W(\omega)E(\omega), \quad (1.7)$$

donde $X(\omega)$ es la transformada de Fourier de la traza sísmica, $W(\omega)$ es la transformada de Fourier de la ondícula sísmica y $E(\omega)$ es la transformada de Fourier de la reflectividad.

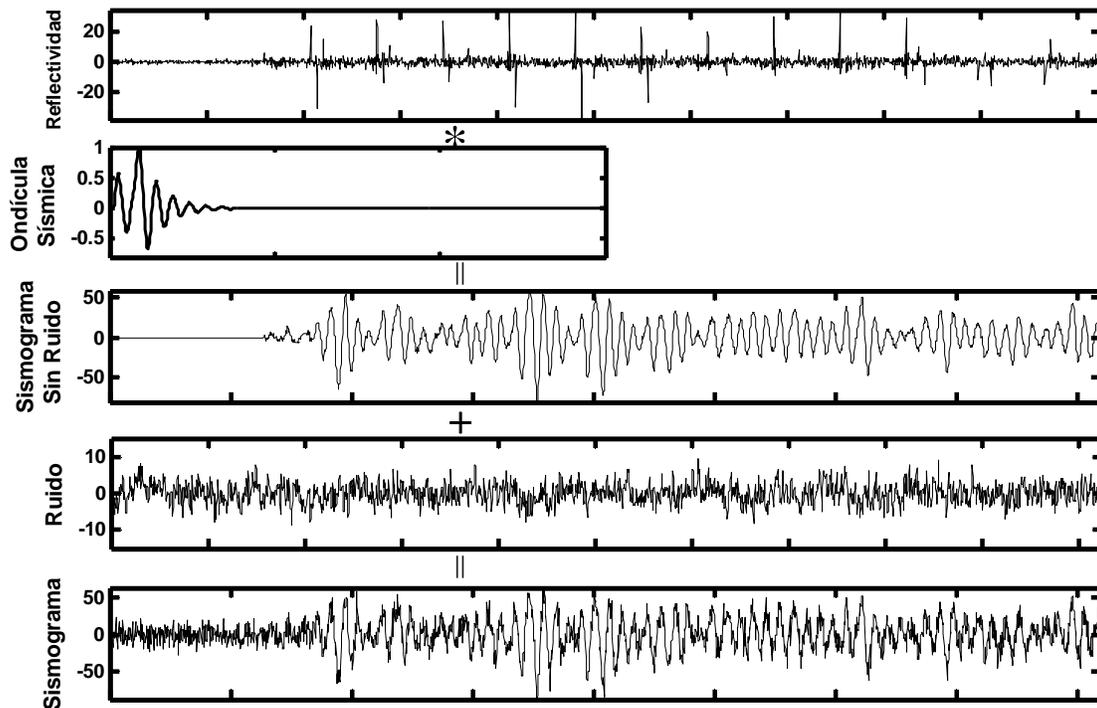


Figura 1.9 Modelo convolucional. El asterisco denota convolución. El sismograma es la suma del ruido con el sismograma sin ruido.

Fuente: Autor.

La deconvolución tiene su historia en la geofísica; específicamente, en la exploración sísmológica (Clayton and Wiggins, 1976; Webster, 1978; Langston, 1979; Owens *et al.*, 1984; Hartzell and Heaton, 1985; Mendel, 1990)



Una revisión teórica del problema de la deconvolución fue presentada por Oldenburg (1981). Él utilizó las aproximaciones de Backus y Gilbert en pruebas sintéticas para realizar deconvoluciones, además de derivar un método para estabilizar la división en el dominio de la frecuencia.

Ammon (1991) obtuvo la función receptora, definida por una serie de tiempo que corresponde a la deconvolución de la componente horizontal, con respecto a la componente vertical de ondas P en registros telesísmicos.

Cordero (2003) realizó la deconvolución de sismogramas digitales por el método llamado división espectral, para homogenizar las señales grabadas en todas las estaciones de una red sísmica.

En estudios relacionados con los efectos sísmicos en edificios, Safak (1999) presentó un método para calcular la respuesta sísmica de edificios cimentados en suelos estratificados y sujetos a la propagación de ondas SH . Safak considera a los edificios como una extensión del suelo, en este caso, la respuesta está dada por el tiempo de viaje de la onda en cada nivel del edificio y los coeficientes tanto de reflexión, como de transmisión.

Snieder (2006a) propone una nueva técnica para obtener la respuesta sísmica de un edificio, basada en la deconvolución de los movimientos registrados en los diferentes niveles del edificio; ésta nos permite separar la respuesta estructural de la excitación y de la respuesta del suelo. Con base en lo anterior, se puede decir que utilizando la deconvolución de registros sísmicos en edificios, es posible analizar exclusivamente el movimiento del edificio. Una de las ventajas del método desarrollado por Snieder (2006a) es que éste es económico en términos de recursos computacionales.



1.4.2 Métodos de análisis por sismo

La mayoría de los códigos sísmicos actuales y el diseño sismorresistente se basan en el análisis elástico de las estructuras. Estos procedimientos incluyen análisis estático y dinámico, los cuales son utilizados en los análisis de la fuerza lateral equivalente, en el análisis del espectro de respuesta, en el análisis modal y en el análisis elástico de historias en el tiempo. Para tener en cuenta la incursión de la estructura en el rango no lineal, los códigos sísmicos incluyen un factor de reducción o de comportamiento para reducir el espectro elástico equivalente, el cual depende del tipo de estructura. Estos métodos son muy usados, y están bien documentados en la literatura.

En un análisis lineal, las propiedades estructurales, tales como la rigidez y el amortiguamiento, son constantes, no varían con el tiempo. Todos los desplazamientos, esfuerzos y reacciones son directamente proporcionales a la magnitud de las cargas aplicadas. En un análisis no lineal, las propiedades estructurales pueden variar con el tiempo, la deformación y la carga. Generalmente, la respuesta no es proporcional a las cargas, ya que las propiedades estructurales suelen variar. En el análisis no lineal no aplica el principio de superposición, por lo tanto, sólo es posible realizar paso a paso el análisis estático o el de historias en el tiempo.

1.4.2.1 Análisis estático

La estructura es modelada como un sistema equivalente de uno o varios grados de libertad con una rigidez elástica lineal y un amortiguamiento viscoso equivalente. La acción sísmica de entrada es modelada por una fuerza lateral equivalente, con el objetivo de producir los mismos esfuerzos y deformaciones que presentan los terremotos. Basados en el primer modo de vibración del edificio (modo predominante), la fuerza lateral es distribuida en la altura del edificio, y las fuerzas y desplazamientos internos son calculados usando el análisis elástico lineal.



1.4.2.2 Análisis dinámico

La estructura es modelada como un sistema de uno o varios grados de libertad, con dos matrices; una de rigidez elástica lineal y otra de amortiguamiento viscoso equivalente. La acción sísmica de entrada es simulada usando un análisis modal o bien un análisis de historias en el tiempo. El análisis modal supone que la respuesta dinámica de un edificio puede calcularse, a partir de la respuesta independiente de cada modo natural de vibración, utilizando el espectro de respuesta elástico lineal. Solamente se consideran los modos que contribuyen de forma significativa a la respuesta de la estructura. La mayoría de los reglamentos sísmicos requieren que se incluyan suficientes modos de vibración como para movilizar un 90% de la masa efectiva. El análisis de historias en el tiempo implica una evaluación paso a paso de la respuesta del edificio, ya sea con registros reales o con acelerogramas artificiales como movimiento de entrada. En ambos casos, tanto las fuerzas correspondientes como los desplazamientos internos se calculan usando un análisis lineal elástico.

En México, el sismo del 28 de julio de 1957 impulsó importantes avances en la ingeniería sísmica, propició la investigación e instrumentación sísmica. Debido al desastre ocasionado en la Ciudad de México, se revisó el reglamento de construcción existente. El problema dinámico que originan los sismos en las estructuras es sumamente complejo y difícil de representar analíticamente, por ello, en los reglamentos generalmente se recomiendan métodos de análisis relativamente simples; únicamente, se tratan de representar los efectos del sismo a través de fuerzas horizontales aplicadas en los distintos niveles de un edificio, y las evalúan ya sea por un método estático, o bien por métodos dinámicos.

1.4.3 Respuesta dinámica de estructuras

La respuesta dinámica se caracteriza, principalmente, por medio de la aceleración y del desplazamiento de respuesta de un sistema estructural sujeto a movimientos sísmicos. Las propiedades de una estructura, tales como la rigidez, la masa, la



resistencia y el amortiguamiento, influyen en la respuesta dinámica y en el desempeño esperado.

1.4.3.1 Sistema de un grado de libertad

El sistema más sencillo y fundamental es el de un oscilador simple, el cual está representado por una masa soportada por un elemento estructural vertical (columna). Este sistema se utiliza para estudiar la respuesta de un sistema de un grado de libertad (SDOF, por sus siglas en inglés). En el sistema idealizado, la masa (m) representa el peso del sistema dividido por la aceleración de la gravedad, y el pilar representa la rigidez (κ). La segunda ley de Newton establece que la fuerza de inercia desarrollada en la masa durante un instante de tiempo es proporcional al producto de la masa (m) por su aceleración (\ddot{y}).

La amplitud de vibración decae con el tiempo, en ausencia de fuerzas externas, indicando que existe un mecanismo que disipa la energía. Dicha disipación puede ser explicada por la fricción de los miembros en movimiento, la viscosidad de los materiales y la disipación de la energía histerética durante la respuesta inelástica; sin embargo, hoy en día la fuente real no está claramente identificada. En cualquier caso, la disipación de la energía dentro de una estructura causa una vibración libre amortiguada y una cantidad de amortiguamiento viscoso equivalente (c) que engloba los efectos anteriores. La ecuación dinámica de equilibrio se escribe como:

$$m(\ddot{x}) + c(\dot{x}) + \kappa x = -m(\ddot{y}_o), \quad (1.8)$$

donde \ddot{y}_o es la aceleración del terreno correspondiente al registro obtenido por un acelerómetro durante un sismo, (\ddot{x}) , (\dot{x}) , (x) , son, respectivamente, los vectores de aceleración, velocidad y desplazamiento relativos al movimiento del terreno. La ecuación (1.8) indica que el sistema que es excitado en su base por un movimiento



sísmico es equivalente a un sistema acoplado en la base y que tiene cargas dinámicas aplicadas en su masa.

La frecuencia angular propia (ω) de este sistema está dada como:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}. \quad (1.9)$$

Suponiendo una respuesta elástica lineal, la aceleración pico absoluta y el desplazamiento de respuesta relativo para un movimiento sísmico, puede ser calculado en función del período de vibración ($T = 2\pi / \omega$) y del amortiguamiento viscoso.

1.4.3.2 Sistema de varios grados de libertad

La fórmula que gobierna el equilibrio dinámico para un sistema SDO (ecuación (1.8)) puede ser extendida a un sistema con múltiples grados de libertad (MDOF, por sus siglas en inglés). Las estructuras típicas en la ingeniería civil no son siempre esquematizadas como SDOF, sino que necesitan modelarse como MDOF. Por ejemplo, los edificios de varios pisos son analizados como sistemas MDOF.

La ecuación dinámica de un sistema MDOF se escribe como:

$$[M](\ddot{x}) + [C](\dot{x}) + [K](x) = -[M][a](\ddot{y}_o), \quad (1.10)$$

donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ son, respectivamente, las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema; \ddot{y}_o es el vector que contiene la aceleración sísmica en la base de la estructura, y $[a]$ es una matriz auxiliar usada para distribuir la aceleración basal en los grados de libertad correspondientes.



En el caso de edificios de varios pisos, con forjados rígidos, es posible esquematizar la estructura considerando una sola masa concentrada en cada piso, obteniendo así el número mínimo de grados de libertad. Un edificio de n plantas, con diafragma horizontal, infinitamente rígido en su plano y columnas infinitamente rígidas axialmente, puede ser descrito con sólo tres grados de libertad por piso.

1.4.3.3 Espectro de respuesta sísmica

El espectro de respuesta es una de las herramientas más útiles para evaluar que tan severa sería la respuesta máxima de una estructura a un determinado sismo. Dicho espectro es la representación gráfica de la respuesta máxima en función del periodo natural de vibración del sistema; es decir, el espectro de respuesta da información de la respuesta máxima para toda una familia de sistemas de un grado de libertad con diferentes periodos de vibración. Los espectros se obtienen suponiendo que las estructuras tienen distintos valores del porcentaje de amortiguamiento crítico, pues un pequeño valor de éste es suficiente para reducir considerablemente la respuesta. Los valores empleados normalmente en cálculos de este tipo son 0%, 2%, 5%, 10% y 20% del amortiguamiento crítico.

Las respuestas que suelen calcularse son desplazamientos, velocidades o aceleraciones, pues a partir de ellas se puede calcular cualquier efecto que se desee conocer en la estructura. Algunos ejemplos son: momentos de volteo en la base, fuerzas cortantes en cualquier nivel, esfuerzos en alguna sección, entre otros.



1.4.3.4 Características estructurales que afectan la respuesta sísmica

Las principales características estructurales que afectan la respuesta de un edificio sometido a cargas sísmicas moderadas son:

1. El periodo fundamental de vibración.
2. El amortiguamiento

El periodo estructural en un edificio es el tiempo que le toma en desplazarse en una oscilación completa; a su vez, la frecuencia (inverso del periodo) es el número de ciclos que puede llevar a cabo una edificación en una unidad de tiempo. Las unidades del periodo usadas en ingeniería son segundos, mientras que la frecuencia toma los ciclos por segundo o Hertz.

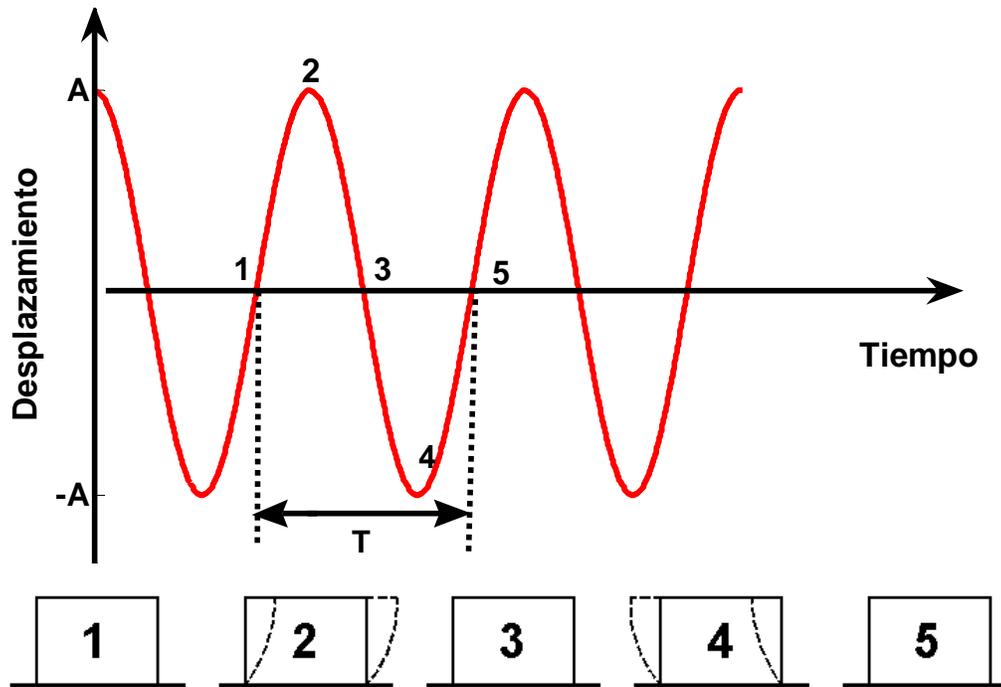


Figura 1.10 Ciclo de vibración de una estructura sin amortiguamiento.
Fuente: Autor.

La Figura 1.10 ilustra el ciclo de vibración de la estructura. En la posición 1, la masa está en equilibrio (el desplazamiento es nulo), se mueve hacia la derecha hasta que



llega al máximo desplazamiento, posición 2. Es a partir de este punto en donde el desplazamiento disminuye y regresa a su posición de equilibrio, posición 3. Continúa moviéndose hacia la izquierda hasta alcanzar la posición 4, que indica el máximo desplazamiento de ese lado. La masa comienza de nuevo a desplazarse hacia la derecha hasta alcanzar nuevamente el equilibrio, posición 5. En resumen, un ciclo completo de movimiento está dado por las posiciones 1-2-3-4-5. En la posición 5, el estado del sistema (desplazamiento y velocidad) es equivalente al de la posición 1, en la cual la estructura está lista para iniciar un nuevo ciclo. Matemáticamente, el periodo natural de vibración de un sistema no amortiguado está dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (1.11)$$

donde ω es la frecuencia radial de vibración que está dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = \sqrt{\frac{\kappa g}{W}}, \quad (1.12)$$

donde W es el peso, κ es el coeficiente de rigidez, m es la masa y g es la aceleración de la gravedad. La frecuencia natural de vibración es el número de ciclos por unidad de tiempo, y está denotada por la siguiente expresión

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (1.13)$$

La ecuación (1.13) indica que la frecuencia natural es el inverso del periodo. En el caso de sistemas amortiguados, el periodo de vibración está dado por

$$T_A = \frac{2\pi}{\omega_A}, \quad (1.14)$$

donde T_A y ω_A son el periodo amortiguado de vibración y la frecuencia circular amortiguada de vibración, respectivamente. La frecuencia circular amortiguada de



vibración ω_A puede expresarse en función de la frecuencia circular de vibración por medio de la siguiente expresión:

$$-\omega_A = \omega\sqrt{1-\xi^2} \quad (1.15)$$

donde ξ es la fracción del amortiguamiento crítico y esta dado por

$$\xi = \frac{C}{2m\omega}. \quad (1.16)$$

Al denominador de la ecuación (1.16) se le conoce como amortiguamiento crítico C_c , y es el mínimo necesario para eliminar la vibración cuando se desplaza la estructura de su posición de equilibrio y se libera repentinamente. En la Figura 1.11, se observa como una estructura con amortiguamiento crítico no vibra (sólo se mueve de la posición inicial a la posición de equilibrio), mientras que estructuras con amortiguamientos menores al crítico tienen un desplazamiento hacia ambos lados de la posición de equilibrio.

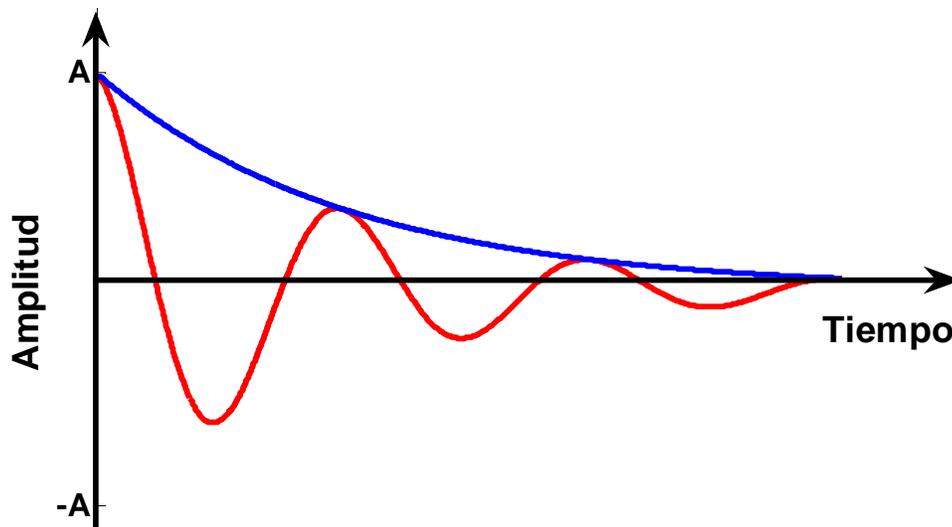


Figura 1.11 Vibración libre con amortiguamiento crítico, línea azul, y menor al crítico, línea roja.

Fuente: Autor.



En la ecuación (1.15), se observa que el amortiguamiento tiende a disminuir la frecuencia circular de vibración del sistema, y por ello el periodo de vibración se alarga. Sin embargo, en la mayoría de las estructuras la fracción del amortiguamiento crítico varía de 2 a 10 %, por lo que de acuerdo a la ecuación (1.15), el periodo amortiguado es aproximadamente igual al periodo natural o no amortiguado; así que para la mayoría de las estructuras, el periodo amortiguado es prácticamente igual al periodo no amortiguado. Combinando las ecuaciones (1.11) y (1.12) se tiene.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{W}{Kg}} . \quad (1.17)$$

De la ecuación (1.17) resalta que para dos estructuras con la misma rigidez lateral, entre más grande sea su masa (o el peso), mayor será su periodo natural de vibración (y menor su frecuencia natural de vibración). Para dos estructuras con la misma masa (el mismo peso), entre más grande es su rigidez lateral, menor es su periodo natural de vibración (y mayor su frecuencia natural de vibración). De ahí que a las estructuras de periodo corto en ocasiones se les califica como estructuras de mayor rigidez y a las de periodo largo, como estructuras flexibles (Miranda, 1995).

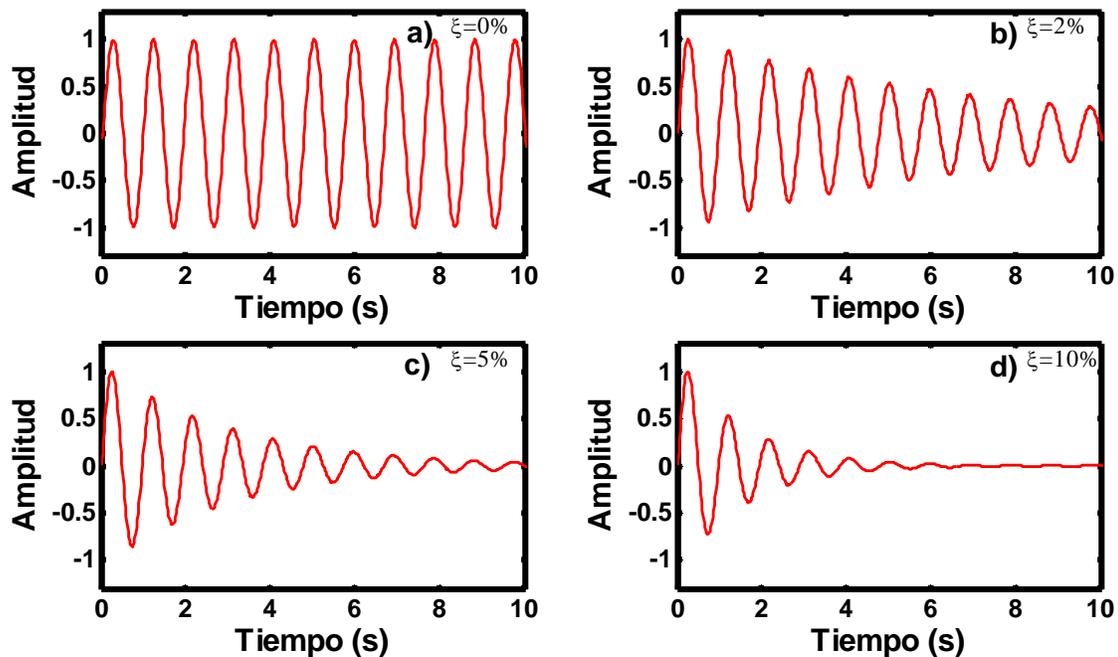


Figura 1.12 Efecto del amortiguamiento en la respuesta del sistema masa-resorte-amortiguador.
Fuente: Autor.

La influencia del amortiguamiento en una edificación con masa y rigidez propia se ilustra en la Figura 1.12. En ella, se muestran las historias de los desplazamientos de un sistema masa-resorte-amortiguador con periodo de un segundo (tiempo que le toma a la oscilación regresar a su punto de origen), sometido a un movimiento periódico sin carga externa dependiente del tiempo. Asimismo, se muestran cuatro historias de desplazamiento del movimiento armónico, hasta 10 segundos después de la perturbación inicial, se utilizaron diferentes relaciones de amortiguamiento con respecto al crítico ξ (0%, 2% 5% y 10%).

La condición de amortiguamiento nulo ($\xi = 0\%$, Figura 1.12a) muestra que después del desplazamiento inicial, el movimiento armónico se mantiene sin decaimiento; debido a la falta de amortiguamiento, lo que genera un movimiento permanente que nunca se detiene. Para condiciones de 2% de ξ , existe un decaimiento progresivo, y después de 11 ciclos el amortiguamiento reduce los desplazamientos a menos de la mitad de la amplitud inicial (Figura 1.12b). Para 5% de ξ , la oscilación, después de



10 segundos, llega a niveles bastantes bajos (Figura 1.12c). En el caso de un 10% de ξ , la influencia del amortiguamiento es tan fuerte, que después de cuatro o cinco ciclos, la oscilación se anula por completo, llevando el sistema al reposo. Nótese que el aumento de un sólo punto porcentual de amortiguamiento reduce dramáticamente la respuesta de un sistema.

1.4.3.5 Comportamiento de las estructuras ante un evento sísmico.

Durante un sismo intenso, una construcción es sacudida violentamente en las principales direcciones de su sistema estructural. Dicho sistema sufre deformaciones por acciones de flexión, cortante, axiales o de torsión. Cada una de éstas genera sus respectivos esfuerzos sobre la rigidez, que al actuar sobre el volumen de los diferentes elementos estructurales, acumulan y liberan energía a lo largo del movimiento sísmico.

Si los elementos son capaces de liberar una buena cantidad de la energía que absorbe, seguramente la estructura así conformada, será apropiada para resistir el efecto de sismos intensos. Si esto no es posible la construcción se puede dañar, ya que la disipación de esa energía se logrará a través del daño que, dependiendo del nivel, puede desembocar en el colapso de la edificación.

La energía sísmica, en forma de ondas, llega a la cimentación de una construcción en términos de la superposición de un complejo proceso ondulatorio. La masa de la edificación genera considerables fuerzas de inercia en las direcciones en que su sistema estructural se lo permite, generalmente, es en dos direcciones principales: horizontal y vertical. Alrededor de esta última, también pueden darse giros derivados de la combinación de movimientos horizontales. Las fuerzas de inercia tienen una magnitud igual al producto de la masa movilizada por la aceleración absoluta que interviene; la cual usualmente es, o tiende a ser, diferente de la aceleración sísmica que excita a la cimentación.



El efecto de los sismos en las estructuras depende principalmente de las características dinámicas de la estructura y del movimiento del suelo. Las características dinámicas del movimiento varían durante un mismo sismo y esto dificulta calcular sus efectos. Sin embargo, para el caso de eventos sísmicos con magnitud menor a 5 ó 6 grados en la escala de Richter, el fenómeno de la propagación de ondas puede simplificarse. En particular, la dirección de propagación puede considerarse vertical, en otras palabras, el efecto del sismo en las estructuras se puede analizar utilizando modelos unidimensionales (Snieder, 2006a).

1.5 Justificación

La función relevante de las edificaciones es incuestionable, debido a que en ellas se desempeña la vida de los individuos de una comunidad. Es imperativo analizar el comportamiento de éstas ante un evento sísmico, y así poder adecuar las existentes y construir las futuras con requerimientos que permitan reducir su vulnerabilidad.

Como se mencionó anteriormente, en el estado de Oaxaca han ocurrido sismos de gran magnitud en los últimos años, afectando de manera significativa un importante número de construcciones. Tal es el caso del sismo del 30 de septiembre de 1999 (Figura 1.8), con magnitud de 7.4 en la escala de Richter. El siniestro ocasionó daños a 7505 viviendas, 321 escuelas, 167 templos, 26 obras de infraestructura hidráulica y 29 palacios municipales (Unidad Estatal de Protección Civil, 2004).

Por lo anterior, es imprescindible estudiar la respuesta sísmica de edificios. Recientes estudios sobre los sismos acaecidos en la ciudad de Oaxaca, se han enfocado a la caracterización de la sismicidad en diferentes zonas del estado. Bravo *et al.*, (2000) utilizaron una red sismológica regional de 13 estaciones, instalada en Oaxaca y Chiapas, para caracterizar la sismicidad del Istmo de Tehuantepec; el estudio proporcionó como resultado la relación de velocidades de las ondas sísmicas a una profundidad de 15 km. Gómez y Escobedo (2000) analizaron la sismicidad en los límites entre los estados de Guerrero y Oaxaca, ellos únicamente estudiaron las formas de onda y la distribución espacio-temporal de algunos sismos para conocer



las características regionales de la ruptura, y, de este modo, definir la geometría y el estado de esfuerzos existentes bajo dicha zona; así como también, para tener una mejor estimación de las dimensiones de las zonas sísmicas y asísmicas. Es aquí donde el papel que desempeña la normatividad muestra su relevancia, ya que ésta debe incluir todos los aspectos necesarios para reducir al mínimo los daños que puede provocar un movimiento sísmico (Unidad Estatal de Protección Civil, 2004).

Por tal razón, la presente investigación aborda el estudio del comportamiento sísmico de edificios; para ello, se utilizaron acelerogramas registrados en los diferentes niveles de las edificaciones, y se procesaron por medio de la técnica llamada deconvolución (Snieder, 2006a), con la cual es posible obtener la respuesta sísmica de edificios. Dicha técnica es económica, en lo que respecta a recursos computacionales.

1.6 Objetivo

Estimar velocidades de propagación y atenuaciones de ondas sísmicas en edificaciones mediante la deconvolución de registros sísmicos.

Objetivos específicos

- Obtener la función de transferencia de un modelo unidimensional edificio–semiespacio, considerando la propagación unidimensional de ondas *SH*, para generar registros sísmicos sintéticos.
- Obtener tiempos de propagación de ondas sísmicas, a partir de ondas deconvolucionadas usando registros sísmicos sintéticos y reales, para determinar las velocidades de propagación de ondas *SH* y superficiales.
- Obtener el factor de calidad Q correspondiente a ondas *SH*, a partir de ondas deconvolucionadas y cocientes espectrales, para cuantificar la energía sísmica que es disipada.



1.7 Hipótesis

Por medio de la deconvolución de eventos sísmicos registrados en edificios desplantados en suelos extremadamente complejos, es posible aislar la respuesta sísmica estructural de la excitación, de los efectos del suelo y de la respuesta del instrumento de grabación, y así poder estimar la velocidad y atenuación de las ondas sísmicas que se propagan únicamente en el edificio.



CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO

Uno de los aspectos más importantes en el procesamiento de datos sísmicos es trabajar en el dominio de la frecuencia, por lo que es importante comprender el proceso de transformación que sufre una señal que se encuentra en el dominio del tiempo, al pasar al dominio de la frecuencia. El análisis de Fourier permite descomponer una señal, que se encuentra en el dominio del tiempo, en una serie de ondas armónicas con frecuencias características.

El análisis de Fourier permite pasar de un dominio a otro facilitando algunas operaciones importantes; tales como el filtrado, la convolución y la deconvolución de registros sísmicos, entre otras (Snieder, 2004). El análisis de Fourier se fundamenta en las series de Fourier, las cuales se describen a continuación.

2.1 Series de Fourier

Una función $f(t)$ con periodo T , es una función que se repite una cantidad infinita de veces. Fourier demostró que una función de este tipo es equivalente a una colección de funciones senos y cosenos, cuyas frecuencias son múltiplos del recíproco del periodo. A esta serie se le conoce como serie de Fourier, o bien serie trigonométrica de Fourier. Se denota de la siguiente manera

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{cos}\left(\frac{2\pi nt}{T}\right), \quad (2.1)$$

donde T es el periodo de la función; b_0 , a_n y b_n son los coeficientes de la serie de Fourier, y t es el tiempo. En la ecuación (2.1) n representa un valor entero; el número $\frac{2\pi}{T}$ representa la mínima frecuencia radial que contiene la función $f(t)$. A esta frecuencia se le denomina ω_1 ,



$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}, \quad (2.2)$$

sustituyendo la frecuencia radial (2.2) en la serie de Fourier (2.1) se tiene

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{sen}(n\omega_1 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{cos}(n\omega_1 t). \quad (2.3)$$

Definiendo $\omega_n = n\omega_1$ o $\omega_n = \frac{2\pi}{T_n}$ y $T_n = \frac{T}{n}$; podemos decir que ω_n y T_n son,

respectivamente, la frecuencia y el periodo del término “ n ”.

La resta de dos frecuencias subsecuentes ω_n y ω_{n-1} , resulta en el valor ω_1 ($(n\omega_1 - (n-1)\omega_1) = \omega_1$). A ω_1 puede llamársele $\Delta\omega$.

La serie mostrada en la ecuación (2.1) es infinita, es decir, tiene un número infinito de términos.

$$f(t) = b_0 + a_1 \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + a_2 \text{sen}\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + b_1 \text{cos}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + b_2 \text{cos}\left(\frac{4\pi t}{T}\right) + \dots \quad (2.4)$$

La ecuación (2.4) representa la forma explícita de la serie de Fourier. En esta ecuación se han escrito únicamente los primeros 5 términos.

Con respecto a los coeficientes b_0 , a_n y b_n , estos se determinan mediante la evaluación de las siguientes integrales

$$b_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt, \quad (2.5)$$



$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \text{sen}(n\omega_1 t) dt, \quad (2.6)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \text{cos}(n\omega_1 t) dt. \quad (2.7)$$

Una vez obtenidos estos coeficientes, es posible transformar una señal que se encuentra en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia; cabe mencionar que el espectro de amplitudes resultante es discreto, aún cuando la función $f(t)$ es continua. La serie de Fourier ilustra que una función en tiempo $f(t)$, se puede reconstruir a partir de los coeficientes b_0 , a_n y b_n . En otras palabras, es posible transformar una función al dominio de la frecuencia y regresar al dominio del tiempo, sin perder información.

P. L. Dirichlet demostró la afirmación de Fourier sobre la posibilidad de desarrollar en funciones seno y coseno cualquier función en tiempo $f(t)$. El teorema de Dirichlet establece que si una función periódica $f(t)$ de periodo 2π es monótona a intervalos y acotada en el intervalo $[-\pi, \pi]$, entonces su serie de Fourier converge en cada punto t de dicho intervalo.

Para ejemplificar el desarrollo de la serie de Fourier, se muestra la serie de una onda cuadrada con un periodo de 2 segundos (Figura 2.1), cuya función es la siguiente

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ -1 & -1 \leq t < 0 \end{cases}. \quad (2.8)$$

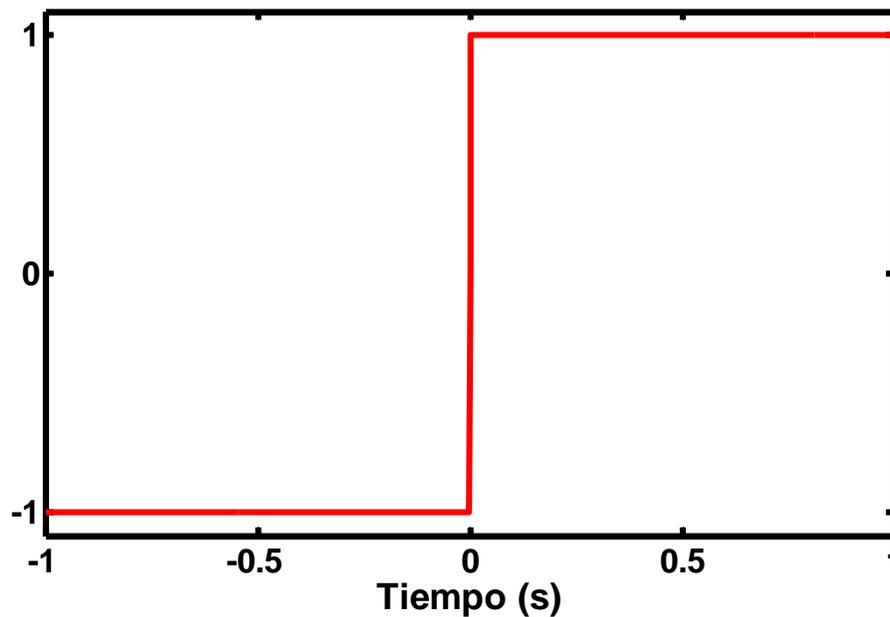


Figura 2.1 Onda cuadrada con un periodo de 2 segundos.
Fuente: Autor.

Para calcular la serie de Fourier de una onda cuadrada se tienen que calcular, en primer lugar, los coeficientes b_0 , a_n y b_n , utilizando las ecuaciones 2.5, 2.6 y 2.7, respectivamente. Una vez obtenidos los valores de los coeficientes antes mencionados, se procede a sustituirlos en la serie de Fourier (2.3), encontrando de esta manera, la serie Fourier de una onda cuadrada (2.8), denotada por la siguiente ecuación

$$f(t) = \frac{2}{n\pi} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \text{sen}(n\pi t). \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) representa la serie de Fourier de la onda cuadrada. Los primeros 7 armónicos de la ecuación (2.9) y la suma de estos, denotada por el asterisco, se ilustran en la Figura 2.2.

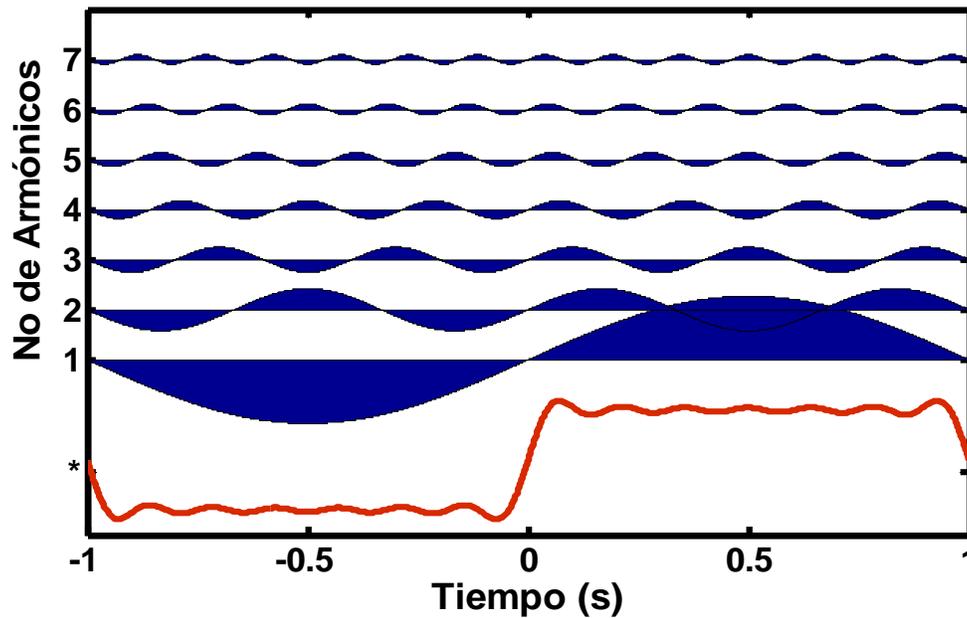


Figura 2.2 Representación de siete armónicos de la onda cuadrada y la suma de ellos denotada por el asterisco.

Fuente: Autor.

En la Figura 2.3, la línea segmentada negra representa la onda cuadrada, la línea azul representa el primer armónico, la línea verde representa la suma de dos armónicos y la línea roja representa la suma de tres armónicos. Es obvio que sumando un mayor número de armónicos se obtiene una mejor aproximación de la función caja (Figuras 2.3 y 2.4). Sin embargo, aunque se sumen más armónicos, se observa un comportamiento anómalo en las discontinuidades de la función cuadrada. Este comportamiento se llama fenómeno de Gibbs.

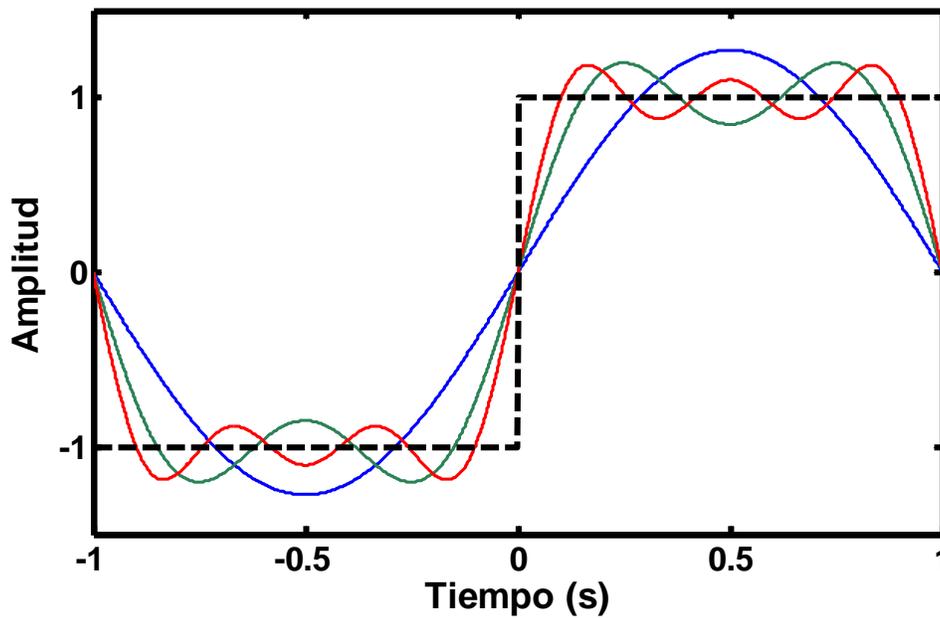


Figura 2.3 Representación de la onda cuadrada mediante armónicos.
 Fuente: Autor.

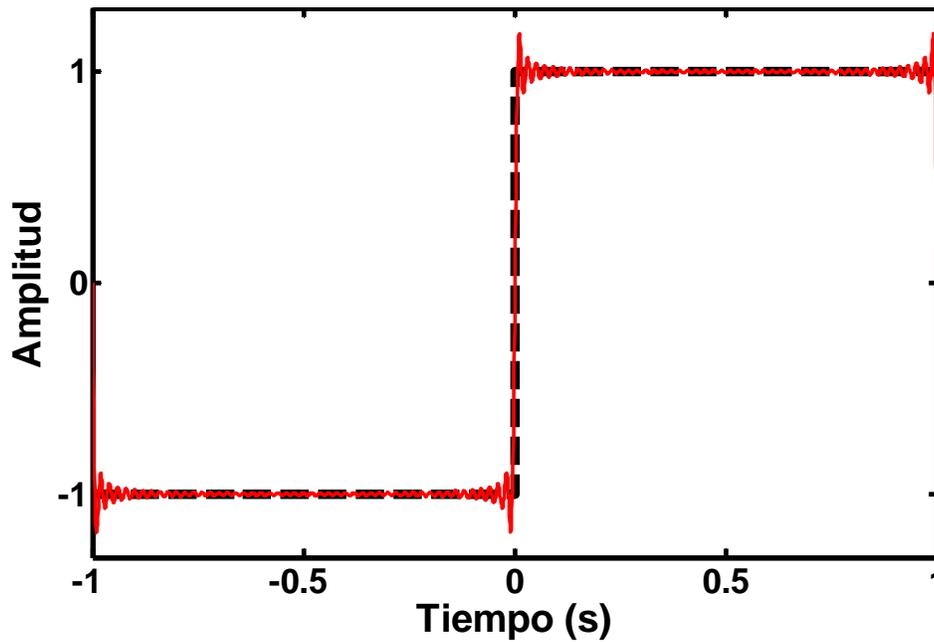


Figura 2.4 Representación de la onda cuadrada usando 50 armónicos, donde se observa el fenómeno de Gibbs en las discontinuidades de la función.
 Fuente: Autor.



2.2 Serie de Fourier compleja

La forma compleja de la serie de Fourier sirve para diversas aplicaciones; en particular, en el procesamiento de señales. Para expresar la serie de Fourier en forma compleja se utilizan las identidades de Euler.

$$\operatorname{sen}(n\omega_1 t) = \frac{e^{i(n\omega_1 t)} - e^{-i(n\omega_1 t)}}{2i}, \quad (2.10)$$

$$\operatorname{cos}(n\omega_1 t) = \frac{e^{i(n\omega_1 t)} + e^{-i(n\omega_1 t)}}{2}, \quad (2.11)$$

$$e^{i\varphi} = \operatorname{cos} \varphi + i \operatorname{sen} \varphi, \quad (2.12)$$

$$e^{-i\varphi} = \operatorname{cos} \varphi - i \operatorname{sen} \varphi, \quad (2.13)$$

donde $i = \sqrt{-1}$.

Para construir la forma compleja de la serie de Fourier, se sustituyen en la serie trigonométrica (2.1) las expresiones (2.10) y (2.11).

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{e^{i(n\omega_1 t)} - e^{-i(n\omega_1 t)}}{2i} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{e^{i(n\omega_1 t)} + e^{-i(n\omega_1 t)}}{2}, \quad (2.14)$$

agrupando términos semejantes, se obtiene

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b_n}{2} + \frac{a_n}{2i} \right) e^{i(n\omega_1 t)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b_n}{2} - \frac{a_n}{2i} \right) e^{-i(n\omega_1 t)}, \quad (2.15)$$

simplificando



$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b_n}{2} - i \frac{a_n}{2} \right) e^{i(n\omega_1 t)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b_n}{2} + i \frac{a_n}{2} \right) e^{-i(n\omega_1 t)}. \quad (2.16)$$

De la expresión (2.16), se pueden establecer las siguientes igualdades

$$c_n = \frac{b_n}{2} + i \frac{a_n}{2}, \quad (2.17)$$

$$c_n^* = \frac{b_n}{2} - i \frac{a_n}{2}. \quad (2.18)$$

Sustituyendo las igualdades anteriores en la ecuación (2.16)

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n^* e^{i(n\omega_1 t)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-i(n\omega_1 t)}. \quad (2.19)$$

Como se conocen los valores de los coeficientes a_n y b_n (ecuaciones (2.6) y (2.7), respectivamente), se puede establecer que

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) [c \cos(n\omega_1 t) + i \operatorname{sen}(n\omega_1 t)] dt. \quad (2.20)$$

De la expresión (2.20), podemos observar que las funciones trigonométricas dentro de los corchetes se pueden reemplazar por exponenciales usando las identidades de Euler (ecuaciones (2.10)-(2.12)). Por lo tanto, la expresión (2.20) toma la siguiente forma

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{i(n\omega_1 t)} dt. \quad (2.21)$$



Por otra parte, sustituyendo los valores de los coeficientes a_n y b_n (ecuaciones (2.6) y (2.7), respectivamente) en la ecuación (2.18), resulta

$$c_n^* = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) [c \cos(n\omega_1 t - i \operatorname{sen}(n\omega_1 t))] dt. \quad (2.22)$$

Sustituyendo la ecuación (2.13) en la ecuación anterior, tenemos

$$c_n^* = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i(n\omega_1 t)} dt. \quad (2.23)$$

Sustituyendo $-n$ en lugar de “ n ” en la ecuación (2.23), se observa que

$$c_{-n} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i(n\omega_1 t)} dt, \quad (2.24)$$

comparando la ecuación (2.23) con (2.24) se concluye que $c_n^* = c_{-n}$. Como consecuencia, la ecuación (2.19) se puede expresar como

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{i(n\omega_1 t)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-i(n\omega_1 t)}, \quad (2.25)$$

invirtiendo la primera suma de la ecuación (2.25), se puede decir que

$$f(t) = b_0 + \sum_{n=-\infty}^{-1} c_n e^{-i(n\omega_1 t)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-i(n\omega_1 t)}. \quad (2.26)$$

Por lo tanto, simplificando la ecuación (2.26) queda



$$f(t) = b_0 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq 0}}^{\infty} c_n e^{-i(n\omega t)}. \quad (2.27)$$

La suma en la ecuación (2.27) no incluye el caso $n = 0$. Para poder incluir este caso se sustituye $n = 0$ en la ecuación (2.21), así

$$c_o = \frac{1}{T} + \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i(0\omega t)} dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt. \quad (2.28)$$

Por lo que $c_o = b_o = c_o^*$.

Integrando el término b_o en la ecuación (2.27)

$$f(t) = c_o e^{-i((0)\omega t)} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} c_n e^{-i(n\omega t)}, \quad (2.29)$$

como consecuencia

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-i(n\omega t)}, \quad (2.30)$$

donde el único coeficiente es c_n , y se denota como

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{i(n\omega t)} dt. \quad (2.31)$$

La ecuación (2.30) representa la forma compleja de la serie de Fourier, y el coeficiente c_n se obtiene aplicando la ecuación (2.31).



2.3 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier se deriva a partir de la serie compleja de Fourier. A continuación se describe el procedimiento para obtener esta transformada; primero, se inicia sustituyendo el coeficiente c_n en la ecuación (2.30)

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{i(n\omega_1 t)} dt \right) e^{-i(n\omega_1 t)}, \quad (2.32)$$

donde $n\omega_1$ puede ser reemplazado por ω_n , de este modo

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{i(n\omega_n t)} dt \right) e^{-i(n\omega_n t)}, \quad (2.33)$$

donde ω_n representa a una variable discreta, ya que n puede valer $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$. Además, considerando que $\omega_1 = \Delta\omega$ y $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$; entonces $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$ ó $T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$.

Por lo tanto, se puede sustituir el valor de T en la ecuación (2.33)

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{i(n\omega_n t)} dt \right] e^{-i(n\omega_n t)} \Delta\omega. \quad (2.34)$$

Ahora, se considera que el periodo de la función $f(t)$ tiende a infinito ($T \rightarrow \infty$). Cuando $T \rightarrow \infty$, $\Delta\omega \rightarrow 0$. Como consecuencia, ω_n se transforma en una variable continua a la cual se puede llamar ω . Entonces, $\Delta\omega$ se transforma en una diferencial “ $d\omega$ ”, y la suma de la ecuación (2.34) se puede reemplazar por una integral.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt \right] e^{-i\omega t} d\omega, \quad (2.35)$$



ordenando las integrales de la expresión (2.35) da por resultado

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt, \quad (2.36)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (2.37)$$

La expresión (2.36) define la transformada de Fourier, donde $f(t)$ representa la función en el dominio del tiempo, ésta será el registro sísmico. Por otro lado, la expresión (2.37) corresponde a la transformada inversa de Fourier, que permite regresar al dominio del tiempo. Otra forma equivalente de representar a la transformada de Fourier, corresponde al caso en el que el signo de la transformada directa es negativo, como se ilustra a continuación:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (2.38)$$

y, por lo tanto, la transformada inversa tiene signo positivo, como a continuación se muestra

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.39)$$

También, es posible factorizar en la ecuación (2.35) el factor $1/2\pi$, y expresar el par de transformadas (directa e inversa) de la siguiente forma

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (2.40)$$



$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.41)$$

Por lo tanto, para cualquier señal $f(t)$ existe una correspondencia única entre dicha señal y su transformada $F(\omega)$. Para que una función $f(t)$ pueda transformarse al dominio de Fourier se sugiere que:

1. $f(t)$ cumpla con la condición: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt < \infty$
2. La función $f(t)$ presente un número finito de discontinuidades.

Dichas condiciones son optativas, más no necesarias. Las funciones impulso unitario no cumplen con las dos condiciones, sin embargo tienen transformada de Fourier porque hay señales que pueden violar alguna de las condiciones o ambas.

Generalmente, la transformada de Fourier de una función $f(t)$ es, en la mayoría de los casos, una función compleja. Por lo que, de acuerdo a las propiedades de las funciones complejas, una función en el dominio de la frecuencia está definida por dos funciones. Una de ellas es el espectro de amplitudes (2.42), y la otra es el espectro de fase (2.43), ambas están definidas por las siguientes ecuaciones:

$$A(\omega) = \sqrt{F_r^2(\omega) + F_i^2(\omega)}, \quad (2.42)$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \frac{F_i(\omega)}{F_r(\omega)}, \quad (2.43)$$

donde $F_r(\omega)$ y $F_i(\omega)$ son la parte real e imaginaria de la transformada de Fourier $F(\omega)$.



A continuación se ilustra un ejemplo del uso de la transformada de Fourier continua. Se transforma la función tipo caja, que está denotada por la siguiente ecuación

$$f(t) = \begin{cases} k & -b \leq t \leq b \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.44)$$

La representación gráfica de la función (2.44), se ilustra en la Figura 2.5.

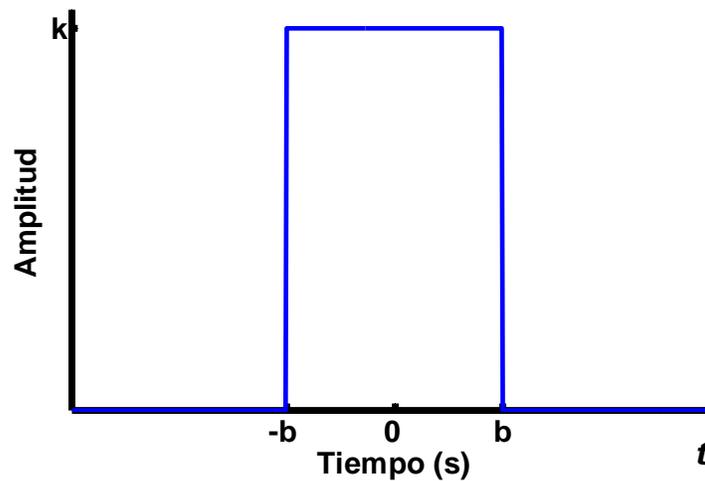


Figura 2.5 Gráfica de la función caja.
Fuente: Autor.

Para aplicar la transformada de Fourier a la función tipo caja (2.44), se sustituye la función caja en la ecuación (2.36) y se integra de $-b$ a b , con lo que se obtiene

$$F(\omega) = \frac{2k \operatorname{sen}(\omega a)}{\omega} \quad (2.45)$$

La ecuación (2.45) representa la transformada de Fourier de la función caja. Ésta ahora está expresada en términos de una función senoidal, la cual es también conocida como función sinc. La Figura 2.6 muestra el espectro de amplitudes de la ecuación (2.45).

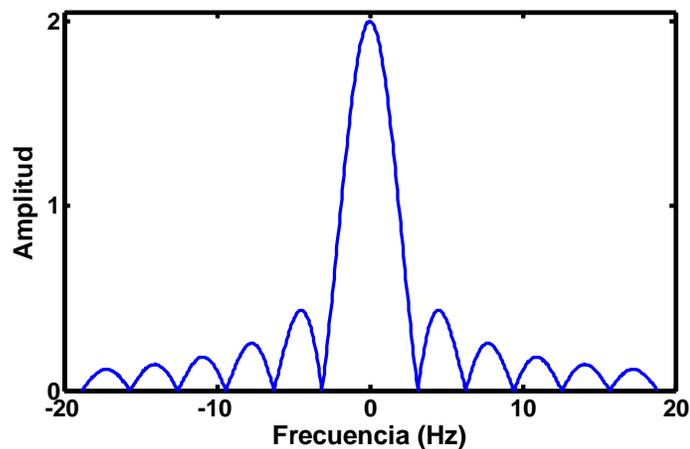


Figura 2.6 Espectro de amplitudes de la función caja.
Fuente: Autor.

En la Figura 2.7, se presenta la aplicación de la transformada de Fourier a una onda senoidal. En el rectángulo 1, la onda tiene una amplitud de 0.8 unidades y un periodo de 0.08 segundos, por lo tanto, su espectro de amplitudes presenta un spike en 12.5 Hz. En el rectángulo 2, se presenta la misma onda, pero con una amplitud de 0.4 unidades y un periodo de 0.04 segundos, por lo que, en su espectro de amplitudes se observa un spike ubicado en 25 Hz, éste tiene menor amplitud que el spike del caso anterior. En el rectángulo 3, se observa la onda senoidal con periodo de 0.08 segundos; ésta presenta un retraso en el tiempo, como lo ilustra el espectro de fase; con respecto al espectro de amplitudes, éste es equivalente al del ejemplo mostrado en el primer rectángulo.

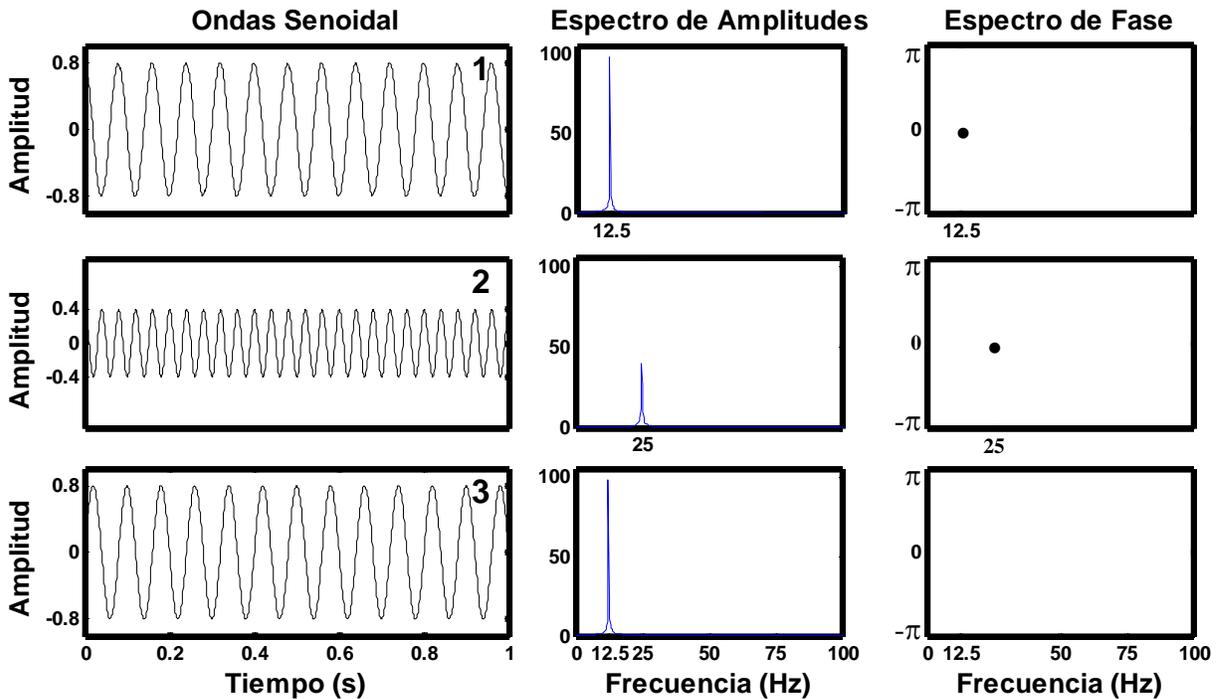


Figura 2.7 Espectros de amplitudes y fase de una onda senoidal; 1) onda senoidal con periodo de 0.08, 2) onda senoidal con periodo de 0.04 segundos, 3) onda senoidal con periodo de 0.08 segundos y retraso en tiempo, este cambio sólo se denota en el espectro de fase.

Fuente: Autor.

2.4 Transformada discreta de Fourier

En las aplicaciones prácticas del procesamiento de señales no es posible encontrar funciones continuas, sino un conjunto de datos numéricos. Por ejemplo, cuando se mide una señal sólo se tiene un número finito de puntos. Por consiguiente, es necesario recurrir a una herramienta numérica llamada transformada discreta de Fourier.

La transformada discreta de Fourier se deriva a partir de la expresión correspondiente a la transformada de Fourier (2.36); en esta ecuación, se sustituye la variable f por g para no confundirse con la variable que representa a la frecuencia.



$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-i\omega t} dt . \quad (2.46)$$

Al tratarse del caso discreto, la integral en la ecuación anterior se convierte en una suma.

$$G(\omega_k) = \sum_{n=0}^{n-1} g_n e^{-i\omega t} . \quad (2.47)$$

Se tiene que $\omega = 2\pi f$,

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N \bullet \Delta t} , \quad (2.48)$$

y

$$f = k \bullet \Delta f , \quad (2.49)$$

donde N es el número total de puntos y k denota la frecuencia estudiada. Combinando las ecuaciones anteriores, se tiene que

$$f = k \frac{1}{N \Delta t} . \quad (2.50)$$

Por otra parte,

$$t = n \bullet \Delta t , \quad (2.51)$$

donde n denota el número de muestra. Se procede a sustituir el valor de $\omega = 2\pi f$ en la expresión (2.47), obteniendo lo siguiente

$$G(\omega_k) = \sum_{n=0}^{n-1} g_n e^{-2if\pi t} , \quad (2.52)$$

en la ecuación anterior, se pueden sustituir los valores correspondientes a f y t , los cuales están definidos por las ecuaciones (2.50) y (2.51), respectivamente, obteniendo así la transformada discreta de Fourier, la cual está definida por



$$G(\omega_k) = \sum_{n=0}^{n-1} g_n e^{-i \frac{2\pi kn}{N}}. \quad (2.53)$$

Por otra parte, siguiendo un procedimiento similar al descrito anteriormente, se obtiene la transformada discreta inversa de Fourier, que es

$$G(\omega_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{n-1} g_n e^{i \frac{2\pi kn}{N}}. \quad (2.54)$$

La transformada discreta de Fourier es una herramienta fundamental en el estudio y tratamiento de señales sísmicas, y fue implementada en un algoritmo computacional conocido como la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés). Este algoritmo permite realizar el cálculo de la transformada discreta de Fourier de modo eficaz, en términos de la carga computacional y tiempo de procesamiento. Lo único que se debe tomar en cuenta para la aplicación de la transformada rápida de Fourier, es que la señal debe de cumplir con 2^n muestras, donde $n = 1, 2, 3, \dots$.

En la Figura 2.8, se ilustra la transformada de Fourier de un pulso de Ricker. Para obtener el espectro de amplitudes se utilizaron 512 muestras y un intervalo de tiempo de 0.01 segundos. La ubicación en tiempo del pulso es de 1 segundo y el periodo del pulso es de 0.2 segundos (Figura 2.8a). En el espectro de amplitudes se observa que la mayor amplitud se presenta en 5 Hz (Figura 2.8b). Esta frecuencia se puede estimar a partir del periodo del pulso; si el periodo del pulso es de 0.2 segundos, la frecuencia correspondiente a la mayor amplitud, que se puede estimar a partir del periodo del pulso, es aproximadamente de 5 Hz.

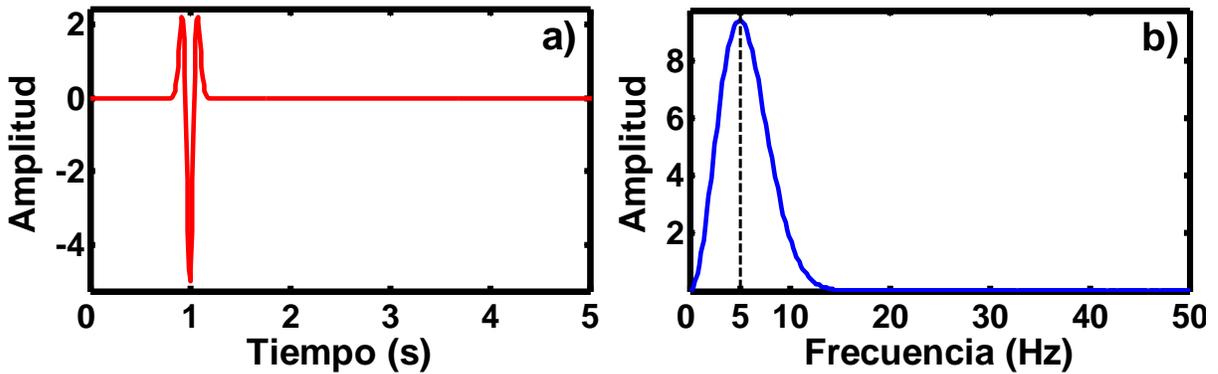


Figura 2.8 Representación de la transformada discreta de Fourier; a) pulso de Ricker ubicado en 1 segundo y con periodo de 0.2 segundos y b) espectro de amplitudes obtenido por medio de la ecuación (2.53), la frecuencia máxima del pulso es 0.5 Hz.

Fuente: Autor.

La Figura 2.9 muestra la transformada de Fourier de un pulso de Ricker con periodo de 0.2 segundos. En la Figura 2.9b se ilustra, en línea roja, el espectro de amplitudes obtenido con la transformada discreta de Fourier (ecuación (2.53)) y, en línea segmentada negra, el espectro obtenido con el algoritmo FFT. El acuerdo es excelente.

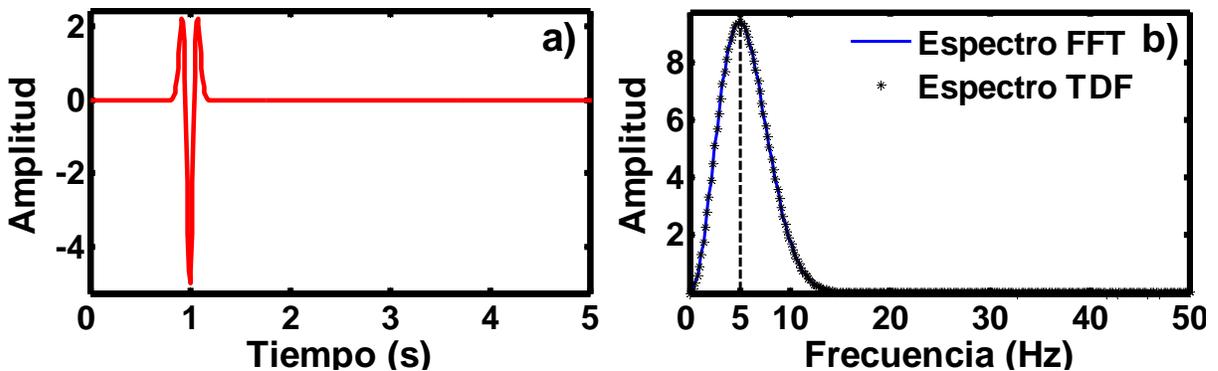


Figura 2.9 Transformada de Fourier; a) pulso de Ricker ubicado en 1 segundo y periodo de 0.2 segundos, b) espectro de amplitudes: en línea segmentada negra TDF y en línea roja FFT.

Fuente: Autor.



2.4.1 Transformada rápida de Fourier

La transformada rápida de Fourier (FFT) es un algoritmo cuya función consiste en calcular la transformada discreta de Fourier (TDF), utilizando una menor cantidad de recursos de cómputo.

Un ejemplo de la ventaja que tiene este algoritmo sobre el cálculo directo se puede ver en lo siguiente: el cálculo directo de la (FFT), para N puntos, requiere de la realización de N^2 multiplicaciones complejas y N (N-1) sumas complejas; sin embargo, mediante el uso de FFT se requieren solamente $N\eta/2$ multiplicaciones complejas y $N\eta$ sumas complejas, tomando en cuenta que $N=2^\eta$ y $\eta = 1, 2, 3, \dots$. Si se asume que el tiempo de cómputo es proporcional al número de multiplicaciones,

la relación de tiempo consumido por la TDF con respecto a la FFT es: $\frac{N^2}{N\eta} = \frac{2N}{\eta}$

Por ejemplo para $N=1024$, $\eta=10$, la reducción de tiempo es de 204.8 a 1. Se observa además que conforme aumenta el número de datos, la relación se hace mayor.

Los requisitos para el uso del algoritmo de la FFT son los siguientes:

- El número (N) de datos o puntos a transformar debe de cumplir la relación $N=2^\eta$, donde $\eta = 1, 2, 3, \dots$; esto es, que si se desean transformar 247 puntos, se debe de completar con ceros hasta llegar a los 256 puntos, siendo $\eta = 8$.
- El algoritmo de FFT, presupone que los datos se encuentran espaciados con el mismo intervalo de muestreo, ya sea en el espacio o en el tiempo.



2.4.2 Muestreo de señales

2.4.2.1 Series de tiempo

Una serie de tiempo es una sucesión de datos, asociados a un tiempo discreto, que se encuentran espaciados por una cantidad constante, este espaciamiento se conoce como intervalo de muestreo. Las series de tiempo tienen lugar en todas las ramas de la ciencia; por mencionar algunas, la economía, la meteorología y la sismología.

Las funciones continuas en el dominio del tiempo aparecen, indudablemente, en la ingeniería y en las ciencias físicas; tales funciones pueden ser medidas, observadas y muestreadas en intervalos iguales de tiempo para generar series de tiempo. Una serie de tiempo representa solamente los valores muestreados de una función continua, esto proporciona una descripción limitada de la función. Tomando el intervalo de muestreo suficientemente pequeño, la función continua en tiempo puede reemplazarse por una función discreta; ya que la pérdida de información debida al muestreo es mínima. El intervalo de tiempo debe ser seleccionado en función de la frecuencia característica de la función muestreada. Un intervalo de tiempo demasiado grande provoca pérdidas de información en el proceso de muestreo. En el otro extremo, un intervalo demasiado fino genera un exceso de información. Por lo tanto, en la determinación del intervalo de tiempo, se debe considerar la información redundante contra la información perdida.

2.4.2.2 Teorema de muestreo

El teorema de muestreo permite determinar el número mínimo de muestras que deberán tomarse de una señal para poder reconstruirla posteriormente sin perder información. Dicho de otro modo, el teorema del muestreo uniforme en el tiempo establece que, si una señal $f(t)$ no contiene componentes espectrales por encima



de la frecuencia mayor de la señal (f_m), entonces $f(t)$ puede representarse a través de sus valores separados por intervalos uniformes menores a $1/(2 f_m)$ segundos.

El teorema del muestreo nos dice que es posible representar completamente una señal utilizando sólo algunos valores de ésta, siempre y cuando los valores sean muestreados como máximo cada $1/(2 f_m)$ segundos. El proceso de muestreo de la señal en tiempo $f(t)$, se realiza a través del producto matemático de dicha señal por un tren de impulsos periódicos $\delta_T(t)$.

$$f_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) \delta(t - kT). \tag{2.55}$$

Esto es, al multiplicar una función de tiempo continuo $f(t)$ por un tren de deltas se obtiene otro tren de deltas (ver Apéndice 1), donde el área de cada delta se da por el valor instantáneo de $f(t)$ en el tiempo en que ocurre cada impulso, esto se muestra en la Figura 2.10. Al producto definido por la ecuación (2.55) también se le conoce como convolución, esta operación se describe con mayor detalle en la sección 2.5.3.

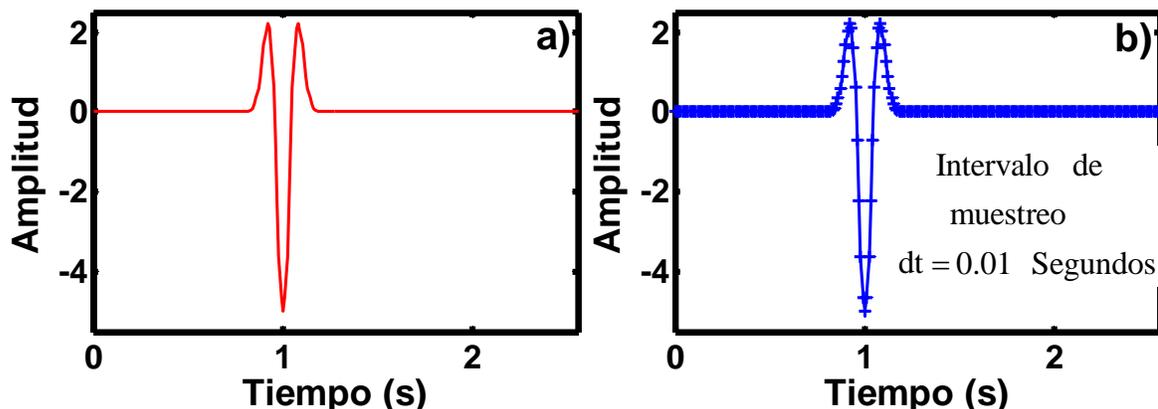


Figura 2.10 Señal original (a) y señal muestreada (b)
Fuente: Autor.

En la Figura 2.10, se observa la ondícula de Ricker a muestrear. La Figura 2.10a ilustra la ondícula original y la Figura 2.10b presenta la ondícula muestreada. Ahora,



se analiza el proceso de muestreo en el dominio de la frecuencia. Primero, se obtiene la transformada de Fourier del producto $f_s(t) = f(t)\delta_T(t)$; en el dominio de la frecuencia, éste se define como

$$F_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} F(\omega) \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s). \quad (2.56)$$

Simplificando y ordenando términos resulta

$$F_s(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s). \quad (2.57)$$

Analizando la ecuación (2.57) se tiene que $F_s(\omega)$ es la repetición periódica de $F(\omega)$, con las réplicas ubicadas en múltiplos enteros de la frecuencia ω_s . Las réplicas del espectro de $F_s(\omega)$ no se traslapan en tanto $\omega_s \geq 2\omega_m$, de donde se obtiene que el tiempo de separación (o periodo de muestreo) T_s entre las muestras debe satisfacer a

$$T_s < \frac{1}{2f_m}, \quad (2.58)$$

donde $f_m = \omega_m / 2\pi$ es la máxima frecuencia de $f(t)$, medida en Hertz (Hz). De esta manera, en tanto se tomen muestras de $f(t)$ a intervalos regulares de $1/2f_m$ segundos, el espectro de frecuencias de $\omega_s(t)$ será una réplica periódica de $F(\omega)$. Dicho de otra manera, es necesario que la frecuencia de muestreo $f_s = 1/T_s$ sea mayor o igual a $2f_m$ Hz (esto es, a $2f_m$ muestras por segundos).

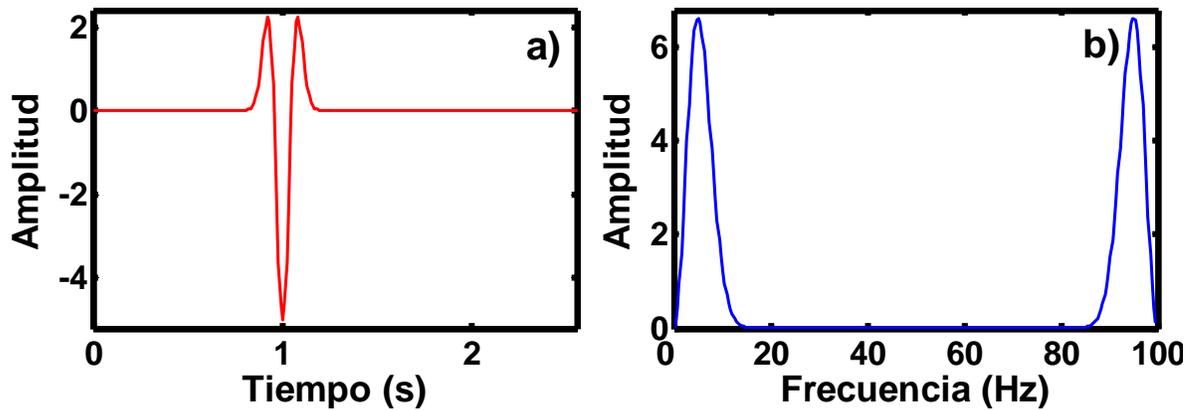


Figura 2.11 Señal muestreada y su espectro de Fourier; a) la señal se encuentra en el dominio del tiempo y b) espectro de la señal.

Fuente: Autor.

Tal como se muestra en la Figura 2.11a, en el dominio del tiempo no se proporciona información suficiente sobre que ha ocurrido al muestrear la señal o si es posible recuperarla a través de los valores muestreados. Sin embargo, a partir del enfoque frecuencial se sabe que realizar el producto matemático de la señal original $f(t)$ por el tren de impulsos periódicos, equivale a multiplicar las transformadas de Fourier de la señal original y del tren de impulsos; esto, a su vez, da como resultado la repetición periódica del espectro original de la señal $f(t)$. Las réplicas del espectro original se encuentran centradas en múltiplos enteros de la frecuencia de muestreo $f_s = \omega_s / 2\pi$, como se ilustra en la Figura 2.11b. Conforme el valor de la frecuencia de muestreo disminuya y el intervalo de muestreo sea mayor a $1/2f_m$ segundos, las réplicas del espectro se acercarán e incluso comenzarán a traslaparse. Al intervalo máximo de muestreo $T = 1/2f_m$ se le conoce como periodo de Nyquist y la relación $T < \pi / \omega_m$ se conoce como Teorema de Muestreo de Shannon.

En la Figura 2.12, se presenta la gráfica de un pulso de Ricker con un intervalo de muestreo de 0.01 segundos (Figura 2.12a). La Figura 2.12b ilustra el espectro de amplitudes del pulso, en esta gráfica la máxima frecuencia corresponde a la frecuencia de Nyquist. Las frecuencias menores o iguales a la de Nyquist son suficientes para reconstruir la señal muestreada.

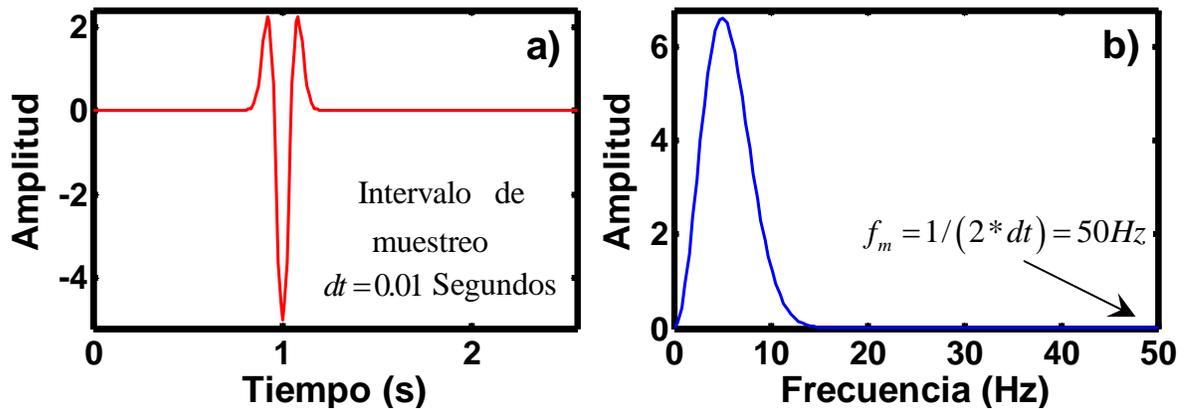


Figura 2.12 Señal muestreada y su espectro de Fourier; a) la señal se encuentra en el dominio del tiempo (ubicado en 1 segundo y con periodo de 2 segundos) y b) espectro de la señal representado hasta la frecuencia de Nyquist.

Fuente: Autor.

El efecto de aliasing.

A partir del teorema de muestreo se sabe que si muestreamos una señal violando la condición: $T_s < 1/2f_m$, se genera un problema de submuestreo de la señal.

Técnicamente, si la frecuencia de muestreo es demasiado baja las réplicas del espectro original se traslaparán y no será posible recuperar la señal original. Este efecto de traslape de réplicas se conoce como “aliasing” y se refiere a la creación de frecuencias “espúreas”. La Figura 2.13 ilustra un ejemplo de aliasing que se presenta al submuestrear una señal.

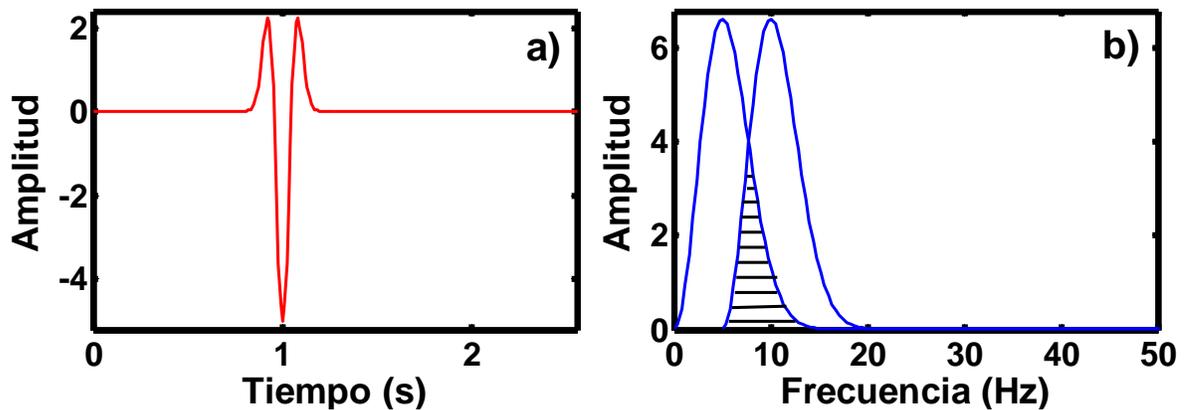


Figura 2.13 Efecto de aliasing producto de un submuestreo; a) señal original; b) espectro de la señal muestreada incorrectamente, el efecto del aliasing está sombreado (trasape).

Fuente: Autor.

En la Figura 2.13b, se observa el trasape de espectros de amplitudes debido a un muestreo incorrecto. Esto ocasiona que la señal no se pueda reconstruir completamente. Otro efecto de un muestreo incorrecto se presenta en la Figura 2.14. En ella se observa una serie de tiempo, que simula una traza sísmica, con un intervalo de muestreo de 0.002 segundos y su espectro de amplitud correspondiente.

Para la serie de tiempo mostrada en la Figura 2.14, con un intervalo de muestreo $dt=0.002$ segundos, se tiene una frecuencia de Nyquist de 250 Hz. La señal original fue reemplazada por intervalos de muestreo de 0.003 y 0.004 segundos; las frecuencias de Nyquist correspondientes a estos intervalos son 166.6 y 125 Hz, respectivamente. En esta figura se observa claramente que para los intervalos de muestreo de 0.003 y 0.004 segundos, se presenta un corrimiento de las altas frecuencias hacia las bajas. En consecuencia, con los intervalos de muestreo antes mencionados, no es posible reconstruir la señal original.

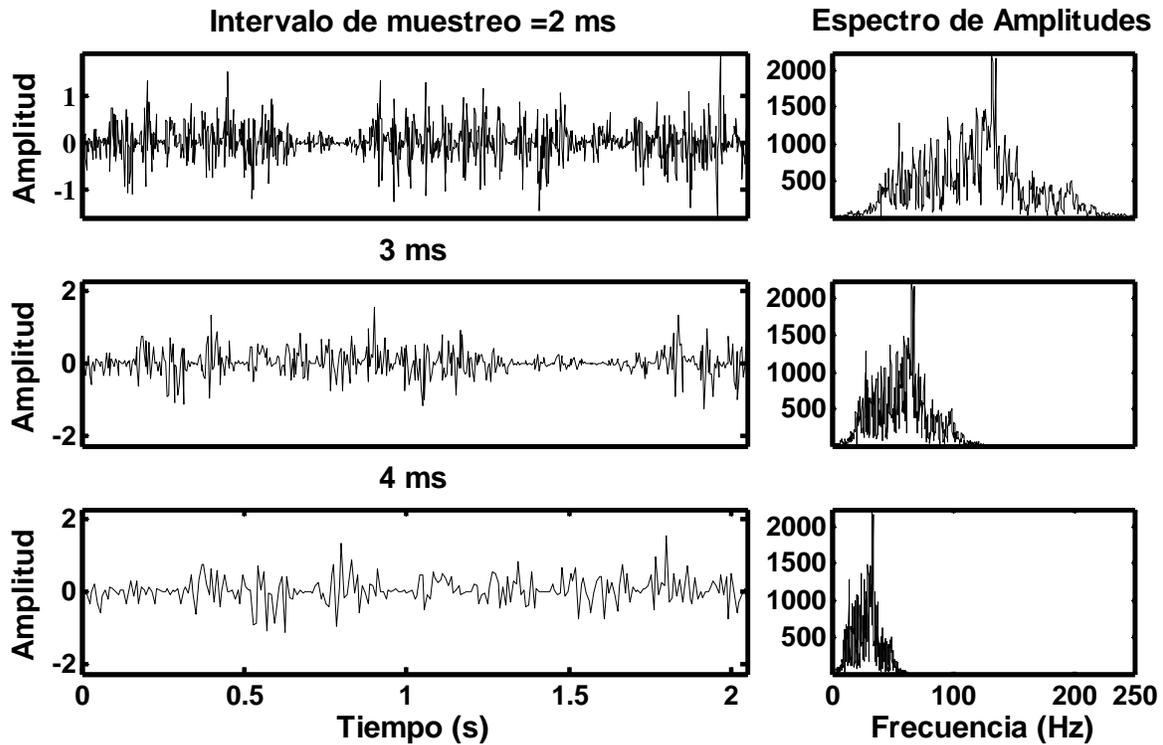


Figura 2.14 Serie de tiempo con un intervalo de muestreo de 2ms, con una frecuencia de Nyquist a 250 Hz. Se reemplaza el intervalo de muestreo por 3 y 4 ms, con frecuencias de 166.6 y 125 Hz, respectivamente.

Fuente: Autor.

2.5 Propiedades de la transformada de Fourier

Adición, escalamiento, multiplicación y desplazamiento tienen su similar en el dominio de la frecuencia. En la Tabla 2, se presentan las propiedades de la transformada de Fourier.



Tabla 2 Propiedades de la transformada de Fourier.

Operación	Tiempo	Frecuencia
Desplazamiento	$x(t - \ell)$	$X(\omega)e^{-i\omega\ell}$
Escalamiento	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X(\omega)$
Diferenciación	$\frac{dx(t)}{dt}$	$i\omega X(\omega)$
Adición	$f(t) + x(t)$	$F(\omega) + X(\omega)$
Multiplicación	$f(t)x(t)$	$F(\omega) * X(\omega)$
Convolución	$f(t) * x(t)$	$F(\omega) \bullet X(\omega)$
Correlación	$f(t) \star x(t)$	$F^*(\omega) \bullet X(\omega)$

2.5.1 Diferenciación en el dominio de la frecuencia.

La diferenciación de una función en el dominio del tiempo equivale a multiplicar a la transformada de Fourier de la función a derivar por $i\omega$. Para n diferenciaciones se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \Leftrightarrow (i\omega)^n F(\omega). \tag{2.59}$$

Para comprobar la equivalencia dada por la ecuación (2.59), se usa el pulso de Ricker, primero se le aplica la transformada rápida de Fourier (FFT), una vez transformado se multiplica por $i\omega$, y posteriormente se retorna al dominio del tiempo; este resultado se presenta en la Figura 2.15 con línea azul. También, se efectuó la derivada en tiempo usando diferencias finitas, esta derivada está representada en la Figura 2.15 en línea punteada roja. El acuerdo es bueno.

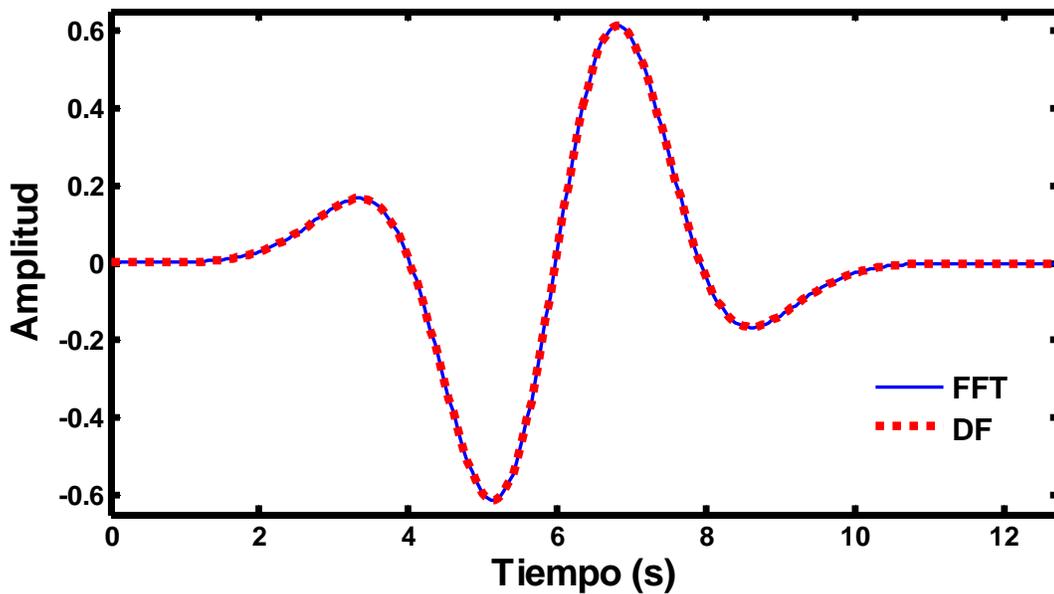


Figura 2.15 Derivada del pulso de Ricker usando la FFT y diferencias finitas.
 Fuente: Autor.

2.5.2 Integración en el dominio de la frecuencia.

La integral en el dominio de la frecuencia, es la división de la transformada de Fourier de la función a integrar entre $i\omega$, y para n integraciones se usa la siguiente ecuación

$$f^{-n}(t) dt \Leftrightarrow \frac{1}{(i\omega)^n} F(\omega). \tag{2.60}$$

Para ilustrar como se integra en frecuencia, se aplica la transformada rápida de Fourier al pulso de Ricker, y el resultado se divide entre el término $i\omega$; posteriormente se retorna al dominio del tiempo. El resultado de esta integración se compara con la integral que resulta de la integración en tiempo. La Figura 2.16 muestra la comparación entre los dos tipos de integración. El acuerdo es bueno. Cabe mencionar que dividir una función en frecuencia entre $i\omega$ equivale a filtrar la función usando un filtro pasa-bajas. La descripción de este filtro se realiza en la sección 2.14.3.1.

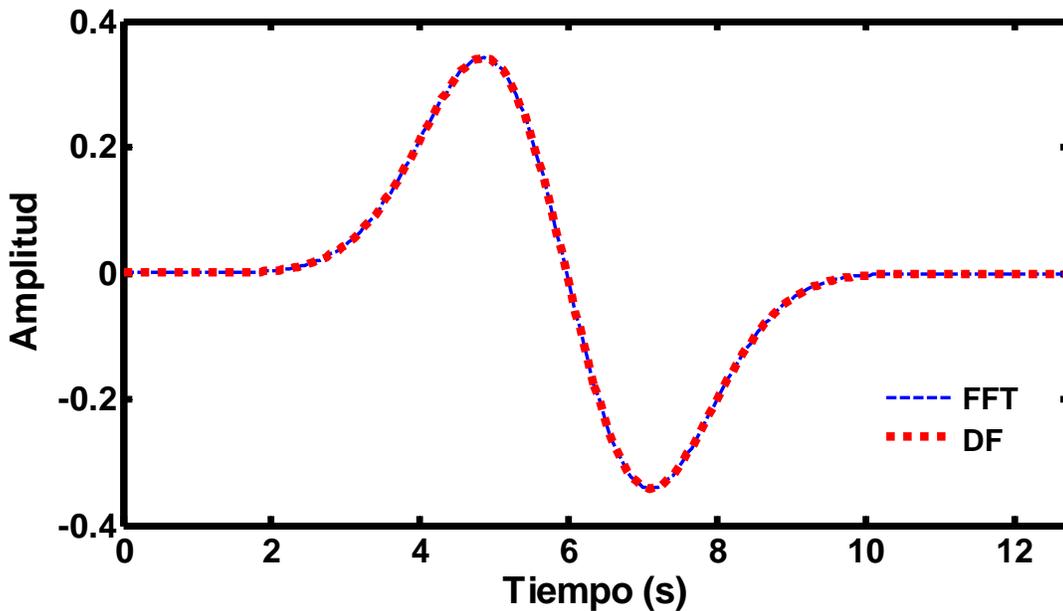


Figura 2.16 Integral del pulso de Ricker en tiempo y frecuencia.
Fuente: Autor.

2.5.3 Convolución de funciones continuas

La convolución sirve para combinar dos señales y formar una tercera, es una de las técnicas más usadas para procesar señales. La convolución relaciona tres señales de interés; la de entrada, la de salida y la función de transferencia del sistema. La convolución, en el dominio de la frecuencia, es el producto de las transformadas de Fourier de las señales a convolucionarse.

A continuación, se presenta la derivación del teorema de la convolución. Dicho teorema establece que la convolución en tiempo es una multiplicación en frecuencia, se considera la convolución de dos funciones $f(t)$ y $g(t)$ con sus respectivas transformadas de Fourier $F(\omega)$ y $G(\omega)$.

$$y(t) = f(t) * x(t), \tag{2.61}$$

la ecuación (2.61) está explícitamente dada por la siguiente integral



$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')x(t')dt'. \quad (2.62)$$

La transformada de Fourier de la función $y(t)$ es

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (2.63)$$

Sustituyendo la ecuación (2.62), en la ecuación (2.63) se obtiene

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')x(t')dt' \right] e^{-i\omega t} dt, \quad (2.64)$$

intercambiando las dos integrales de la ecuación (2.64), se observa

$$Y(\omega) = \int_{-\beta}^{+\infty} x(t') \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')e^{-i\omega t} dt \right] dt'. \quad (2.65)$$

Del teorema de desplazamiento mostrado en la Tabla 2, resulta

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')e^{-i\omega t} dt = F(\omega)e^{-i\omega t'}. \quad (2.66)$$

Al usar la relación (2.66) en la ecuación (2.65), se consigue

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') \left[F(\omega)e^{-i\omega t'} \right] dt', \quad (2.67)$$

al cambiar de lugar los términos de la ecuación (2.67), se produce



$$Y(\omega) = F(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} x(t') e^{-i\omega t'} dt' \tag{2.68}$$

Notando que la integral de la ecuación (2.68) es la transformada de Fourier de $x(t)$, se tiene que

$$Y(\omega) = F(\omega) X(\omega) \tag{2.69}$$

Mismo resultado que se presenta en la Tabla 2. Por lo tanto, se concluye que la convolución en el dominio de la frecuencia corresponde a la multiplicación de las transformadas de Fourier de las señales

$$F(\omega)G(\omega) \Leftrightarrow f * g \tag{2.70}$$

2.5.3.1 Propiedades de la convolución

En la Tabla 3, se presentan las propiedades de la convolución.

Tabla 3 Propiedades de la convolución.

Propiedades	
Multiplicación por un escalar	$a(f * g) = (af) * g = f * (ag)$
Conmutativa	$f * g = g * f$
Asociativa	$f * (g * h) = (f * g) * h$
Distributiva	$f * (g + h) = (f * g) + (f * h)$



2.5.3.2 Convolución de funciones discretas

En análisis funcional, una convolución es un operador matemático que transforma dos funciones f y g , en una tercera función que representa la multiplicación de a y b y la traslación e inversión de g . Una convolución se puede considerar un promedio en movimiento. Dadas las funciones

$$a = (a_0, a_1), \tag{2.71}$$

y

$$b = (b_0, b_1), \tag{2.72}$$

se pueden convolucionar del modo siguiente

1. Se invierte la función $b \{b_1, b_0\}$.
2. Se multiplican las funciones y se adicionan productos, como se ilustra a continuación

$a_0 \ a_1$	\mathbf{C}_0	$= a_0 \ b_0$
$b_1 \ b_0$	\mathbf{C}_1	$= a_0 \ b_1 + a_1 \ b_0$
$b_1 \ b_0$	\mathbf{C}_2	$= a_1 \ b_1$

El resultado de la convolución es definido por los coeficientes C_k que contienen las sumas y multiplicaciones de los coeficientes a_k y b_k . Estos coeficientes C_k se pueden expresar en forma compacta por medio de la siguiente ecuación:



$$C_K = \sum_{j=0}^n a_{k-j} b_j, \tag{2.73}$$

donde $k = 0, 1, 2, \dots, m + n - 1$.

La Figura 2.17 muestra dos funciones tipo caja, las cuales se convolucionan utilizando la ecuación (2.73). El resultado se compara con la convolución en el dominio de la frecuencia (2.70).

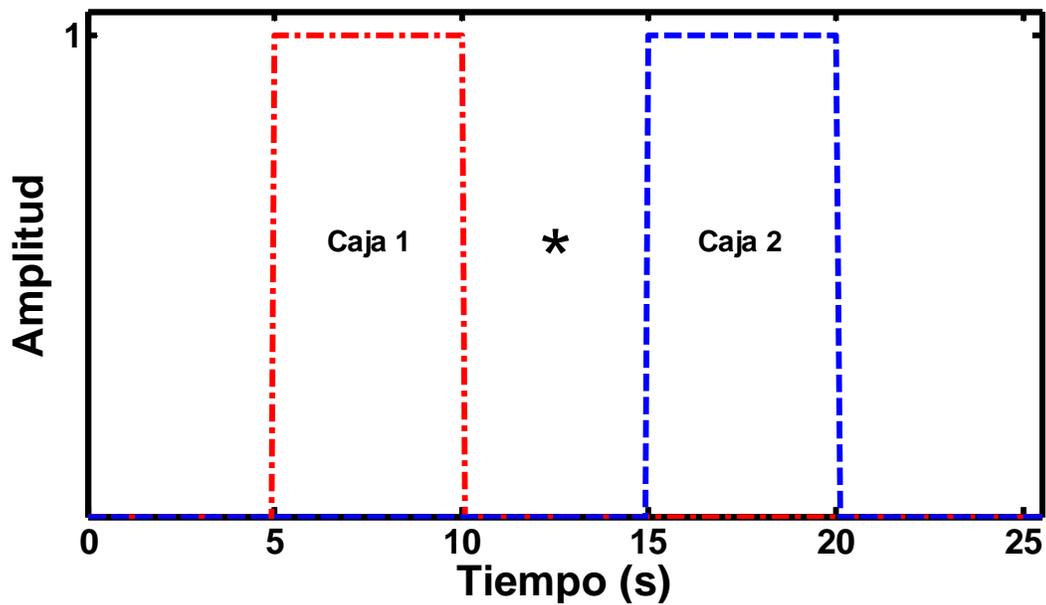


Figura 2.17 Convolución de Funciones caja. La caja 1 se ubica entre 5 y 10 segundos, y la caja 2 se encuentra entre 15 y 20 segundos.

Fuente: Autor.

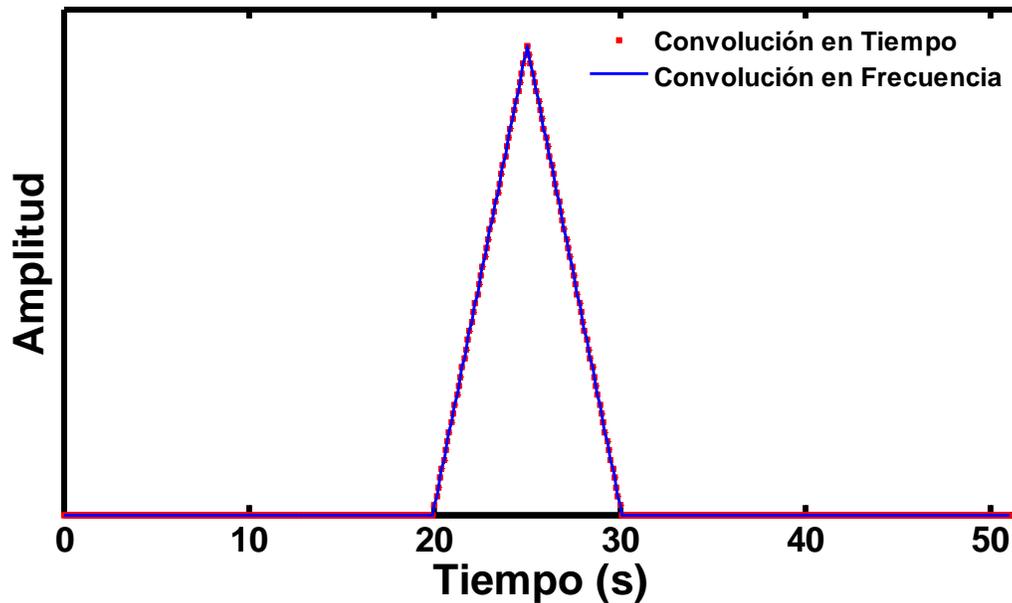


Figura 2.18 Resultado de la convolución de las funciones caja mostradas en la Figura 2.17 (línea punteada roja), y la convolución de las funciones caja en el dominio de la frecuencia (línea azul). Ambas convoluciones son idénticas.

Fuente: Autor.

En la Figura 2.18, se muestra la convolución por medio de la ecuación (2.73), ésta es una convolución en el dominio del tiempo; también, se realizó la convolución en frecuencia usando la transformada de Fourier. En esta figura, se observa que ambas convoluciones son idénticas.

Convolución por doblamiento

Otra forma de realizar la convolución es propuesta por Robinson (2002), su procedimiento consiste en un tipo de doblamiento y se describe a continuación:

Retomando las señales del caso anterior a [ecuación (2.71)] y b [ecuación (2.72)], tomando dos términos por cada una, y aplicando la fórmula de la convolución (2.73), se tiene:

$$C = a * b = (c_0, c_1, c_2), \tag{2.74}$$

donde los coeficientes de la convolución se denotan por c_0, c_1, c_2 .



Asignando valores a las señales a y b

$$a = (a_0, a_1) = (2, 1), \quad (2.75)$$

$$b = (b_0, b_1) = (3, 4). \quad (2.76)$$

Se obtiene como resultado de la convolución:

$$\begin{aligned} c_0 &= a_0 b_0 = 2 \cdot 3 = 6 \\ c_1 &= a_0 b_1 + a_1 b_0 = 2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 = 11. \\ c_2 &= a_1 b_1 = 1 \cdot 4 = 4 \end{aligned} \quad (2.77)$$

Por lo tanto,

$$c = a * b = (6, 11, 4). \quad (2.78)$$

Para ilustrar el desarrollo de la convolución por doblamiento se construye un cuadro, en el cual las entradas de las señales a convolucionarse, a y b , se colocan encima de los márgenes del mismo, como se muestra en la Figura 2.19. Los productos de las entradas se colocan dentro del rectángulo y se separan por diagonales segmentadas, (ver Figura 2.20). El valor colocado en la esquina superior izquierda es $a_0 b_0$ o 6, este representa el primer coeficiente de la convolución c_0 . Enseguida, se dobla encima de la primera diagonal segmentada (de izquierda a derecha), como se muestra en la Figura 2.21. En ella se observan dos valores, debajo de la diagonal doblada la suma de esos dos valores es $a_0 b_1 + a_1 b_0$ o $8 + 3 = 11$, esto representa el coeficiente c_1 . Ahora, doblamos sobre la segunda diagonal segmentada, obteniendo la Figura 2.22, donde sólo se tiene el valor de $a_1 b_1$ o 4, que representa el coeficiente c_2 . De esta forma, se ha encontrado la serie de la convolución de las señales a y b , quedando los coeficientes de la serie de la siguiente manera



$$(c_0, c_1, c_2) = (a_0b_0, a_0b_1 + a_1b_0, a_1b_1) = (6, 11, 4) . \tag{2.79}$$

Este resultado es similar al obtenido en la sección anterior. Esta es la forma propuesta por Robinson para desarrollar la convolución, es más descriptiva y permite entender el proceso de la convolución con mayor detalle.

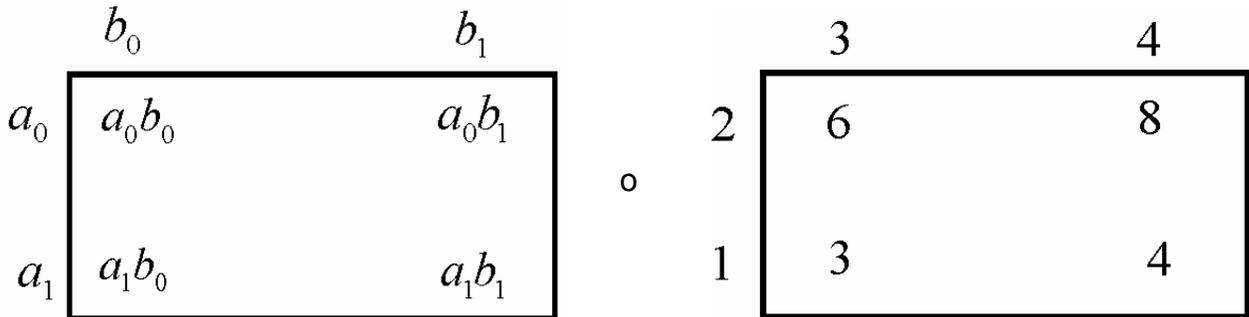


Figura 2.19 Ubicación de las señales a convolucionarse y los productos de éstas, fuera y dentro del rectángulos, respectivamente.

Fuente: Autor.

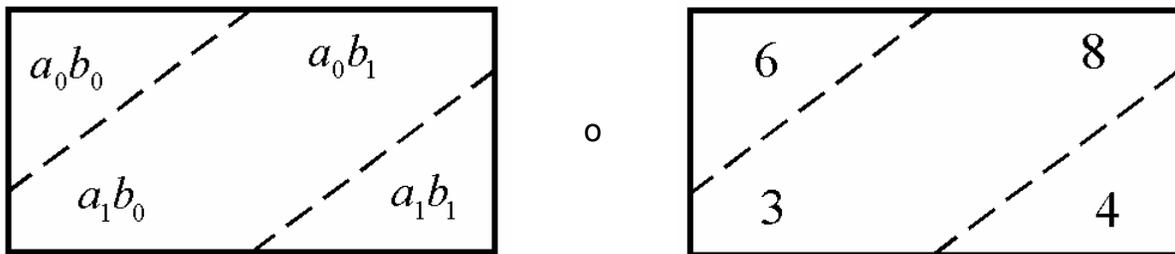


Figura 2.20 Separación de los productos de las señales por diagonales.

Fuente: Autor.

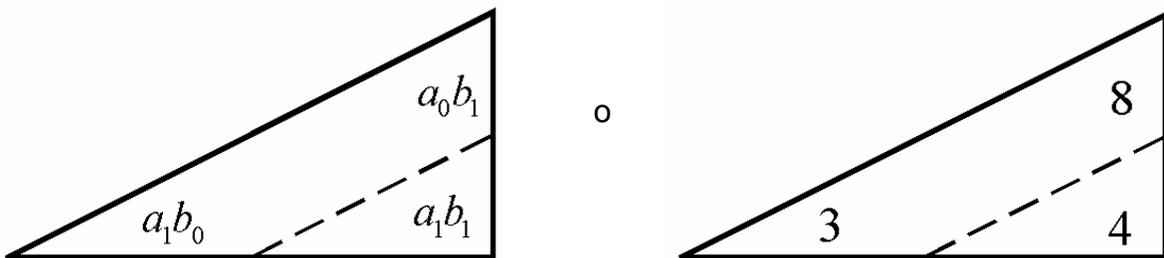


Figura 2.21 Resultado del doblamiento de la primera diagonal de la Figura 2.20.

Fuente: Autor.

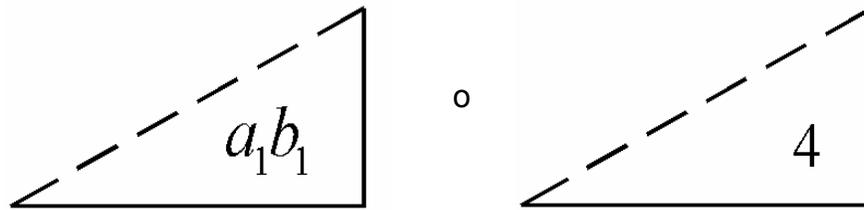


Figura 2.22 Resultado del doblamiento de la segunda diagonal de la Figura 2.21.
Fuente: Autor.

Convolución por multiplicación de polinomios.

La convolución de dos funciones, también, se puede explicar a partir de la multiplicación de polinomios, como se ilustra a continuación; primero, se definen los siguientes polinomios en z

$$A(z) = a_0 + a_1z \quad \text{ó} \quad A(z) = 2 + z,$$

$$B(z) = b_0 + b_1z \quad \text{ó} \quad B(z) = 3 + 4z.$$

Ahora se realiza la multiplicación de los polinomios $A(z)$ y $B(z)$

$$\begin{array}{r}
 b_0 + b_1z \\
 \underline{a_0 + a_1z} \\
 a_0b_0 + a_0b_1z \qquad \qquad \qquad \text{ó} \qquad \qquad \qquad 6 + 8z \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{a_1b_0z \qquad \qquad + a_1b_1z^2} \qquad \qquad \qquad \underline{3z + 4z^2} \\
 \hline
 a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)z + a_1b_1z^2 \qquad \qquad \qquad 6 + 11z + 4z^2
 \end{array}$$

El resultado de la multiplicación de los polinomios es

$$C(z) = a_0b_0 + (a_0b_1 + a_1b_0)z + a_1b_1z^2 = 6 + 11z + 4z^2. \tag{2.80}$$



Los coeficientes del polinomio resultante se expresan como

$$c_0 = a_0 b_0 = 6, \quad (2.81)$$

$$c_1 = a_0 b_1 + a_1 b_0 = 11, \quad (2.82)$$

y

$$c_2 = a_1 b_1^2 = 4. \quad (2.83)$$

Estos coeficientes son iguales a los obtenidos en la sección anterior, por lo tanto, por medio de la multiplicación de polinomios también se pueden obtener los coeficientes de la convolución.

2.5.4 Correlación de funciones en tiempo

La correlación es una medida de la semejanza entre dos señales, es útil para detectar señales periódicas ocultas (inmersas en ruido). Para ejemplificar la correlación se usan dos señales f y g , definidos como

$$f = (a_0, a_1, a_2), \quad (2.84)$$

y

$$g = (b_0, b_1, b_2). \quad (2.85)$$

Durante la correlación, las señales se multiplican y adicionan sin invertir alguna de éstas, a diferencia de la convolución. En el esquema siguiente, se indica la manera de correlacionar dos señales.



$a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4$	
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_0 = a_0 b_2$
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_1 = a_0 b_1 + a_1 b_2$
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_2 = a_0 b_0 + a_1 b_1 + a_2 b_2$
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_3 = a_1 b_0 + a_2 b_1 + a_3 b_2$
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_4 = a_2 b_0 + a_3 b_1 + a_4 b_2$
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_4 = a_3 b_0 + a_4 b_1$
$b_0 \ b_1 \ b_2$	$C_4 = a_4 b_0$

Como resultado se tienen los coeficientes C_k , que contienen sumas y multiplicaciones de los coeficientes a_k y b_k . Los coeficientes C_k se pueden expresar en forma compacta como se muestra a continuación

$$C_k = \sum_{j=0}^{n-m-1} a_{k+j} b_j, \tag{2.86}$$

donde $k = 0, 1, 2, \dots, m - n - 1$.

La ecuación (2.86) se programó; la Figura 2.23, muestra dos pulsos de Ricker y, la Figura 2.24, la correlación que existe entre ambos.

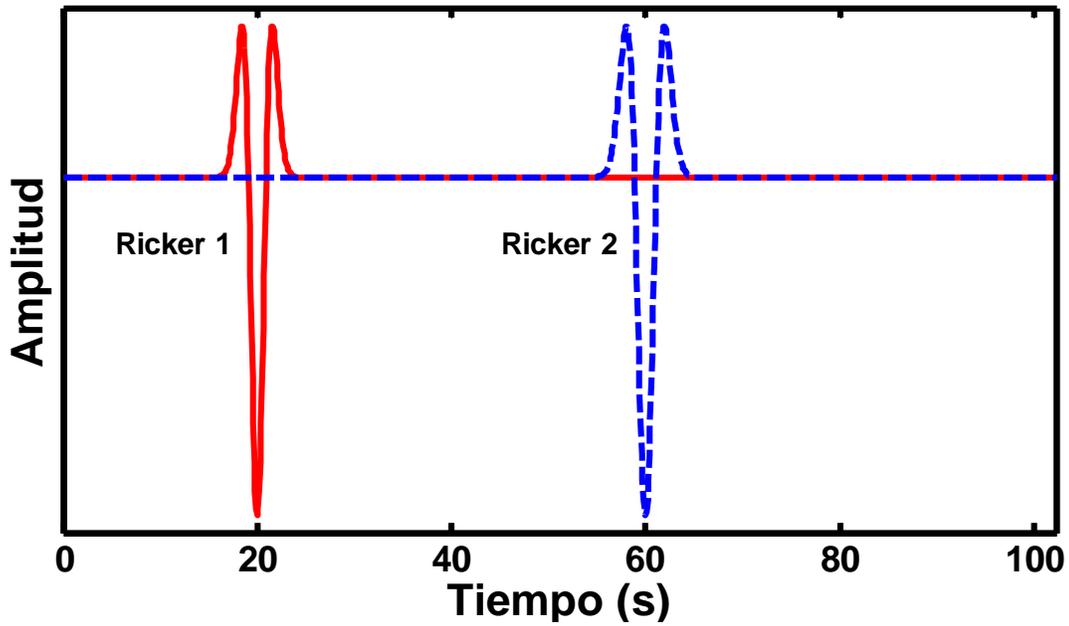


Figura 2.23 Correlación de pulsos de Ricker. Ricker 1 en 20 segundos y con periodo de 4 segundos.
 Ricker 2 en 60 segundos y periodo de 5 segundos.
 Fuente: Autor.

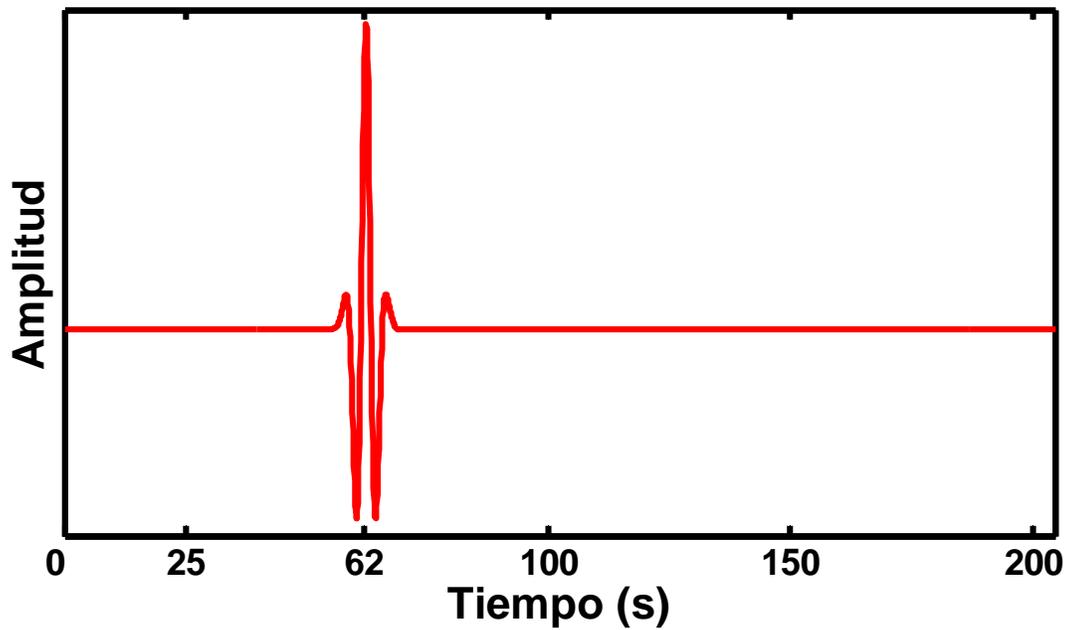


Figura 2.24. Resultado de la correlación de los pulsos mostrados en la Figura 2.23
 Fuente: Autor.



2.6 Deconvolución en frecuencia

La deconvolución es el proceso inverso de la convolución. La deconvolución en el dominio de la frecuencia es la división de las transformadas de Fourier de las señales a deconvolucionar y se expresa por la siguiente ecuación

$$D(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)}, \quad (2.87)$$

donde

$Y(\omega)$ transformada de Fourier de $y(t)$,

$X(\omega)$ transformada de Fourier de $x(t)$.

Se debe tomar en cuenta que si el denominador de la ecuación (2.87) contiene ceros, la deconvolución se inestabilizará. Para evitar esto, se multiplica el numerador y denominador por el conjugado de la señal del denominador, y se adiciona el parámetro ε al denominador.

$$D(\omega) = \frac{Y(\omega)X^*(\omega)}{X(\omega)X^*(\omega)}, \quad (2.88)$$

donde $X(\omega)X^*(\omega)$ se puede denotar como

$$|X(\omega)|^2 = X(\omega)X^*(\omega), \quad (2.89)$$

por lo que, agregando el parámetro ε para evitar la inestabilidad, y sustituyendo la ecuación (2.89) en (2.88) se tiene

$$D(\omega) = \frac{Y(\omega)X^*(\omega)}{|X(\omega)|^2 + \varepsilon}, \quad (2.90)$$

donde



$|X(\omega)|^2$ denota el cuadrado del valor absoluto de la traza sísmica del denominador.

$X(\omega)^*$ denota el conjugado de la señal del denominador $X(\omega)$,

$Y(\omega)$ transformada de Fourier de $y(t)$

ε es un porcentaje del promedio de $|X(\omega)|^2$ (Snieder, 2006a).

La ecuación (2.90) se puede expresar en función de la correlación, esta operación se define en el dominio de la frecuencia como: $C(\omega) = Y(\omega)X^*(\omega)$. Por lo tanto, la ecuación (2.90) queda expresada de la siguiente manera

$$D(\omega) = \frac{1}{(|X(\omega)|^2 + \varepsilon)} C(\omega). \quad (2.91)$$

De la ecuación anterior se puede concluir que la deconvolución es equivalente a la correlación. En otras palabras, es posible obtener la respuesta al impulso unitario de un sistema dinámico usando la deconvolución o la correlación.



2.7 Fundamentos de la propagación de ondas

Cuando un terremoto acontece se libera gran cantidad de energía que, de manera inmediata, se propaga desde el hipocentro hacia todas las direcciones, en forma de ondas sísmicas que se modelan típicamente como ondas elásticas. Los efectos que la liberación de energía puede tener sobre el terreno se miden a través de parámetros que cuantifican el movimiento del suelo: aceleración, velocidad, desplazamiento del terreno, intensidad, etc. Las ondas sísmicas entendidas como ondas elásticas tienen su fundamento en los principios de la mecánica de medios continuos y, concretamente, en la teoría de la elasticidad. La experimentación comprueba que utilizar este marco teórico ayuda a aproximarse al fenómeno físico, ya que se consigue explicar lo que se observa en los registros sísmicos. En efecto, existen fenómenos por los cuales esa transmisión de energía en la propagación de las ondas no se realiza de forma neta, sino que se pierde una parte en su transmisión.

2.8 Clasificación de ondas

Una onda es una perturbación física que transmite energía y momento lineal. El fenómeno de la propagación de ondas se encuentra presente en la vida cotidiana; las ondas de radio, las ondas sísmicas, las ondas en el mar y las ondas de sonido, son ejemplos de fenómenos ondulatorios. Las ondas sísmicas requieren un medio elástico para propagarse, este medio se deforma y se recupera vibrando al paso de la onda. De acuerdo al medio que requieren para su propagación, las ondas se clasifican en:

- **ONDAS MECÁNICAS:** Son aquellas que se desplazan a través de un medio deformable o elástico. Formalmente se puede definir como aquellas que viajan de un lugar a otro a través de un medio material, originando una perturbación temporal en este medio, sin que el medio a su vez se transporte de un lugar a otro.



➤ **ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS:** Se propagan por el espacio sin necesidad de un medio. Esto ocurre porque las ondas electromagnéticas son generadas por oscilaciones de un campo eléctrico en relación con un campo magnético asociado; así, las ondas electromagnéticas son emitidas por una antena y viajan por el espacio hasta llegar a la antena receptora de un radio.

2.8.1 Ondas sísmicas

Los sismos son causados por las perturbaciones transitorias del equilibrio de una parte de la tierra, éstas pueden producirse por:

- La liberación repentina de energía al sobrepasar el límite de resistencia del material.
- La liberación de energía producida por procesos volcánicos y movimientos de magma o sus productos.
- Transmisión de energía al globo terrestre por impacto sobre la superficie terrestre o cambios físicos violentos.

Cuando ocurre un sismo se generan ondas sísmicas que se propagan a través de la tierra, estas ondas se pueden clasificar en función del movimiento de partícula en: ondas *P*, ondas *S* y ondas superficiales.

2.8.1.1 Ondas *P*

También llamadas primarias, son las más rápidas y su velocidad varía dependiendo del medio de propagación.

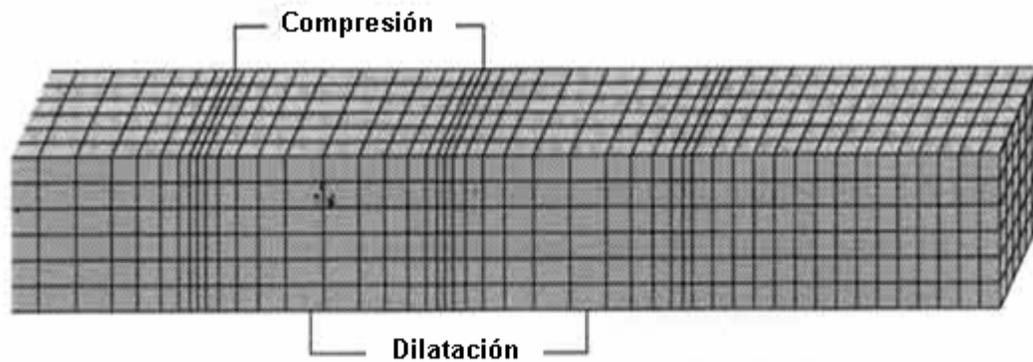


Figura 2.25 Onda P.

La característica principal de esta onda es que produce compresión y expansión, en la dirección de propagación, Figura 2.25. Esta onda es capaz de propagarse a través de sólidos y de líquidos, como el magma y los océanos. Además, se puede transmitir a través de la atmósfera, en ocasiones, personas y animales la perciben como un sonido grave.

2.8.1.2 Ondas S

La onda S, llamada secundaria o de cizalla, viaja a menor velocidad que la P; esta onda genera movimientos de partícula perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Por esta razón no se transmite ni en líquidos, ni en gases. La Figura 2.26 muestra el movimiento de partícula provocado por una onda S.

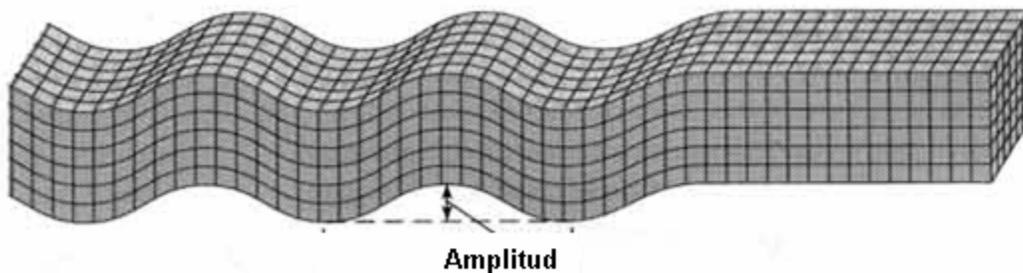


Figura 2.26 Onda S.

Esta onda provoca daños en las construcciones ubicadas en las zonas cercanas al epicentro e incluso, también en las que se encuentran a distancias considerables.

2.8.1.3 Ondas superficiales

El tercer tipo de ondas sísmicas son las denominadas superficiales, cuya característica es propagarse por la parte más superficial de la corteza terrestre; a medida que la profundidad aumenta disminuye la amplitud de su movimiento. A éstas se les adjudica la responsabilidad de producir desplazamientos en la superficie que producen los efectos más catastróficos. Para clasificar a las ondas superficiales generadas por terremotos, se utilizan dos categorías:

Ondas de Rayleigh: son de periodo largo y producen, en las partículas afectadas, movimientos elípticos sobre planos verticales y en sentido opuesto a la dirección de propagación (Figura 2.27).

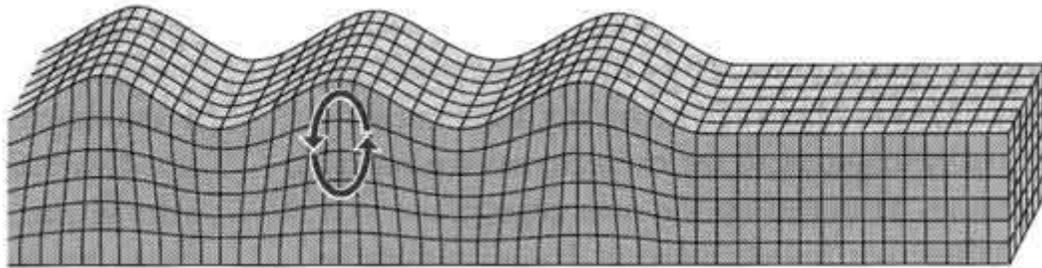


Figura 2.27 Onda de Rayleigh

Ondas de Love: producen movimientos de partícula perpendiculares a la dirección de propagación (Figura 2.28).

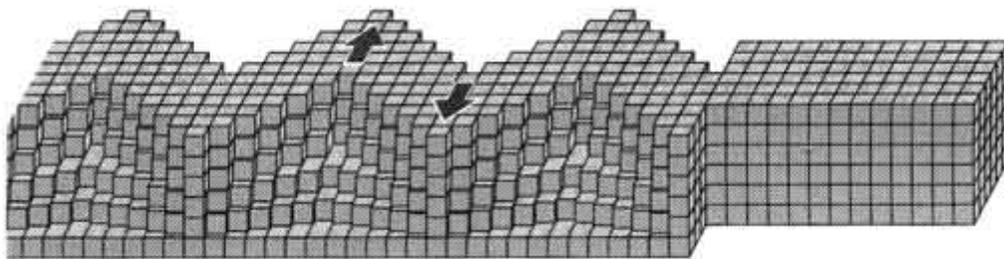


Figura 2.28 Onda de Love



Debido a la componente vertical del movimiento de las ondas de Rayleigh, los cuerpos de agua, por ejemplo los lagos, pueden ser afectados. A causa del movimiento lateral del sustrato rocoso de lagos y bahías; las ondas de Love, que no se propagan en el agua, pueden afectar la superficie de estos cuerpos.

Dependiendo del tamaño del sismo y de la cercanía al hipocentro, las amplitudes de las ondas varían; las amplitudes pueden ser tan pequeñas que son imperceptibles para el ser humano, pero se detectan por instrumentos con alto grado de sensibilidad, o bien pueden ser tan grandes que alteran de manera permanente el terreno, provocando, por ejemplo, la deformación de tuberías y vías férreas. Durante un gran sismo, es posible observar como se deforma la superficie del terreno, ante el paso de las ondas sísmicas.

2.8.1.4 Características significativas de las ondas sísmicas

- La velocidad de las ondas sísmicas depende de la densidad y la elasticidad de los materiales que atraviesan. Viajan más rápido en los materiales rígidos.
- Dentro de una capa determinada, la velocidad de ondas sísmicas aumenta generalmente con la profundidad, ya que la presión aumenta y comprime la roca.
- Cuando las ondas sísmicas pasan de un material a otro, la onda se refracta. Además, la discontinuidad, límite entre los dos materiales diferentes, refleja una parte de la energía.

En la Figura 2.29, se ilustra la propagación de ondas sísmicas a través de la tierra; una vez iniciado un sismo, las ondas sísmicas *P* y *S* se propagan a través de los estratos hasta llegar a la superficie. Por otra parte, las ondas superficiales viajan cerca de la superficie de la tierra.

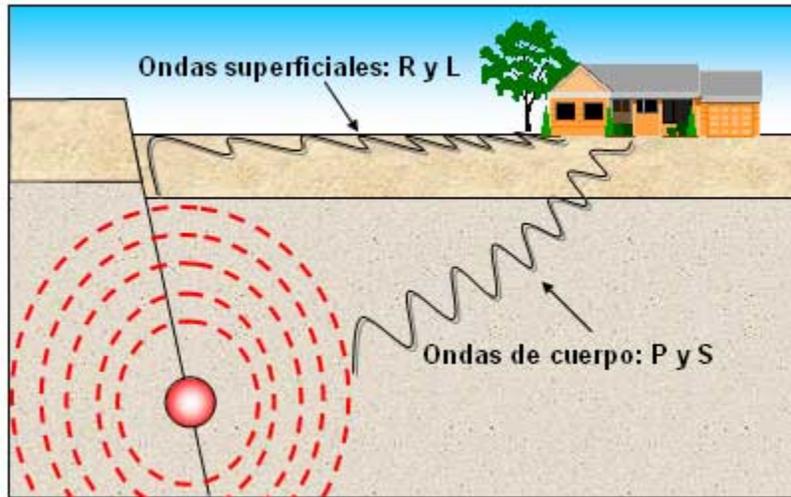


Figura 2.29 Propagación de las ondas sísmicas.

En la Figura 2.30, se muestra un sismograma. Antes del arribo de las ondas *P*, se observa ruido que puede haber sido provocado por las vibraciones del suelo, producidas por el tránsito vehicular. Las ondas *P* son las primeras en llegar porque son más rápidas que las ondas *S*. Las ondas superficiales viajan a menor velocidad que las ondas *P* y *S*, poseen amplitudes mayores que las ondas *P*, al igual que las ondas *S*, pero sus periodos son muchos más largos. La coda es la última parte del sismograma. La coda puede llegar a durar un tiempo significativo dependiendo del tamaño del sismo.

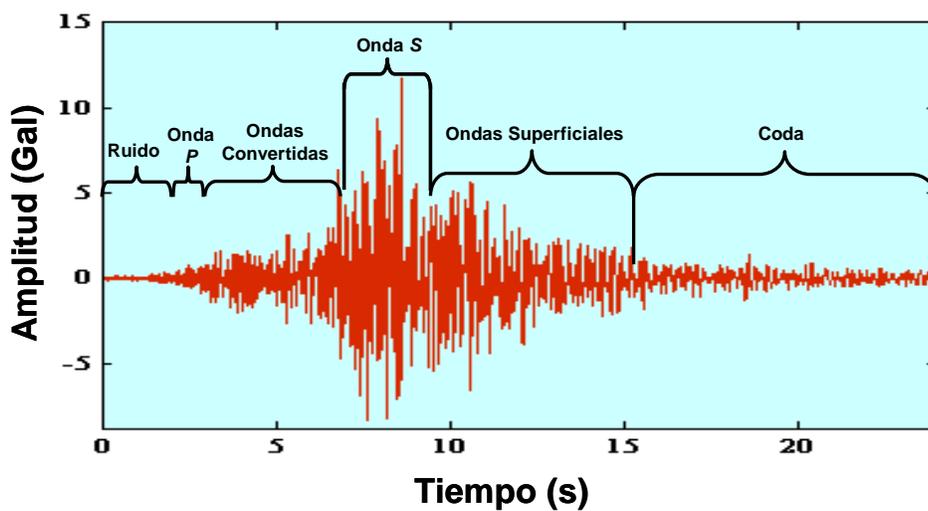


Figura 2.30 Registro sísmico.
Fuente: Autor.



2.9 Vibraciones mecánicas

El análisis de las vibraciones se refiere a los movimientos de los cuerpos y a las fuerzas incorporadas en ellos. Todos los cuerpos que poseen masa y elasticidad son capaces de vibrar. Vibración mecánica es el movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de su posición de equilibrio. La mayoría de las máquinas y estructuras experimentan vibraciones, por lo que en el diseño se debe considerar que este efecto dinámico puede presentarse y ocasionar un aumento en los esfuerzos.

Una vibración se produce porque el sistema es desplazado de su posición de equilibrio estable, cuando esto sucede, tiende a regresar a la posición original por la acción de fuerzas de restitución elástica o gravitacional, provocando que se mueva de un lado a otro hasta alcanzar otra vez su posición de equilibrio. El intervalo de tiempo necesario para que el sistema efectúe un ciclo completo de movimiento se llama periodo de vibración. El número de ciclos por unidad de tiempo desde su posición de equilibrio se denomina amplitud de vibración. Existen dos clases de vibraciones:

- Vibraciones libres: Cualquier sistema elástico puede tener una vibración libre a consecuencia de un impulso inicial, donde el movimiento es mantenido únicamente por las fuerzas de restitución inherentes al mismo. El sistema bajo vibración libre vibrará en una de sus frecuencias naturales y dependerá de la distribución de su masa y rigidez.

- Vibración forzada: Cuando a un sistema se le aplican fuerzas perturbadoras externas, el movimiento resultante es una vibración forzada. Cuando la excitación es oscilatoria, sea o no periódica, similar a la de un sismo, el sistema es obligado a vibrar a la frecuencia de excitación. Si ésta coincide con una de las frecuencias naturales del sistema se produce resonancia.



La falla de estructuras, puentes o edificios es provocada, en la mayoría de los casos, por la resonancia. Por tal motivo, en el estudio de la respuesta sísmica de edificios no se puede prescindir del cálculo de las frecuencias naturales de vibración.

Un sistema tiene un grado de libertad, si su posición geométrica en cualquier instante de tiempo se puede expresar con un sólo número. En general, si para especificar la posición de un sistema se requiere n números, entonces el sistema tiene n grados de libertad. Un ejemplo de un sistema de un grado de libertad se presenta en la Figura 2.31.

2.9.1 Sistema masa-resorte-amortiguador.

Cuando se excita un sistema lineal de un grado de libertad, su respuesta dependerá del tipo de excitación y del amortiguamiento que esté presente. En la Figura 2.31, se ilustra un sistema de un grado de libertad representado por una masa m unida por medio de un resorte. La rigidez del resorte está dada por la constante k . Entre la masa y la pared rígida hay también un mecanismo amortiguador, denotado por la constante de amortiguamiento c .

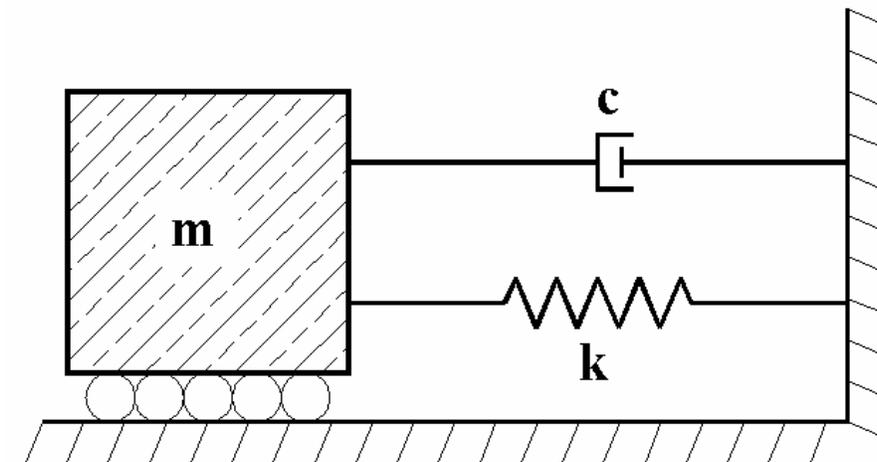


Figura 2.31 Sistema masa-resorte-amortiguador.

Fuente: Autor.



En el sistema que se muestra en la figura anterior se tiene que:

F_r es una fuerza restauradora que ejerce el resorte sobre la masa y tiende a reestablecer la masa en su posición original. La fuerza restauradora está denotada por la siguiente ecuación

$$F_r = kx, \quad (2.92)$$

F_c es la fuerza del amortiguamiento y actúa en sentido contrario al movimiento de la masa, como se muestra aquí

$$F_c = c\dot{x}, \quad (2.93)$$

F_e es la fuerza de inercia que actúa en sentido contrario al movimiento de la masa y está dada por

$$F_e = m\ddot{x}, \quad (2.94)$$

donde m es la masa del sistema.

F_y es la fuerza de excitación del sistema y se denota de la siguiente manera

$$F_y = -m\ddot{y}. \quad (2.95)$$

Estableciendo el equilibrio dinámico se tiene

$$F_e + F_c + F_r = F_y. \quad (2.96)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.92), (2.93), (2.94) y (2.95) en la ecuación (2.96) se obtiene

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{y}. \quad (2.97)$$



La ecuación (2.97) representa la ecuación de movimiento para un sistema masa-resorte-amortiguador. Esta ecuación en el dominio de la frecuencia se denota de la siguiente manera

$$\left[\frac{\Omega^2}{-\omega^2 - i2\Omega\xi\omega + \Omega^2} \right] (-\omega^2 Y) = \Omega^2 Z, \tag{2.98}$$

donde

$\frac{-\Omega^2}{(-\omega^2 + i2\Omega\xi\omega + \Omega^2)}$ es la función de transferencia; $\Omega^2 Z$ es la pseudoaceleración, y

como $T_{os} = \frac{2\pi}{\Omega}$, por lo tanto $\Omega = \frac{2\pi}{T_{os}}$, donde T_{os} es el periodo del oscilador; $-\omega^2 Y$ es

la fuerza que excita al sistema. Por medio de la ecuación (2.98), se puede obtener la respuesta de un sistema de un grado de libertad.

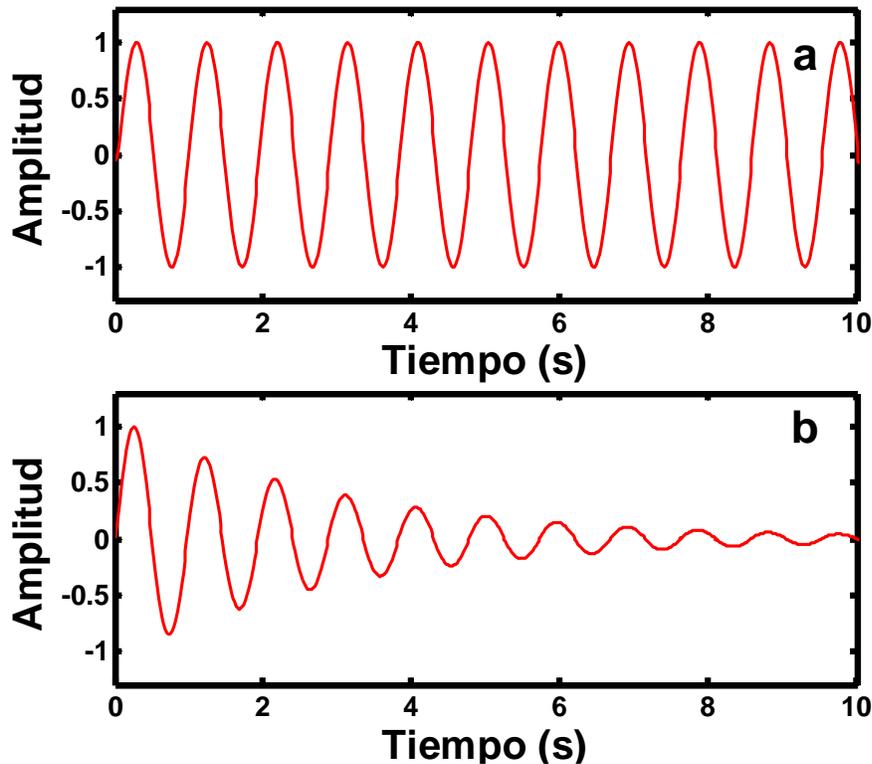


Figura 2.32 Respuesta del sistema de un grado de libertad; a) sin amortiguamiento y b) Con amortiguamiento.

Fuente: Autor.



La vibración sin amortiguamiento (Figura 2.32a) obviamente nunca ocurre en la naturaleza, todas las vibraciones libres se atenúan después de cierto tiempo. Es decir, con el paso del tiempo disminuye la amplitud de las oscilaciones (Figura 2.32b).

2.9.2 Ecuación de onda

Para deducir la ecuación que gobierna la propagación de ondas compresionales, es necesario recurrir a la ley de Newton y a la ley de Hooke. La ley de Hooke es una ecuación constitutiva, y puede ser derivada a partir de un sistema masa-resorte, como el que se ilustra en la Figura 2.33. En ésta, se muestra una masa (m) suspendida de un techo rígido, por medio de un resorte elástico; la ley de Hooke relaciona esfuerzos con deformaciones.

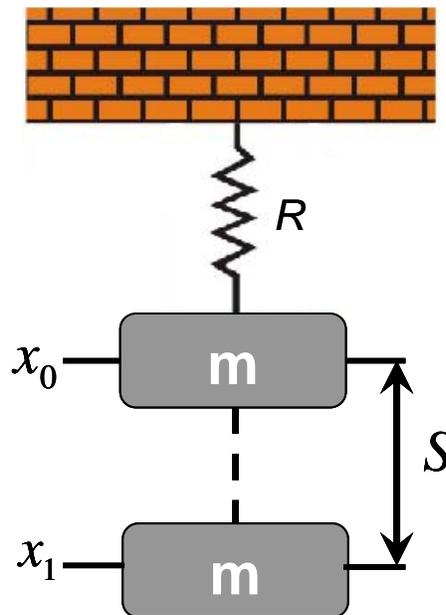


Figura 2.33 Sistema masa-resorte.
Fuente: Autor.



Cuando la fuerza de gravedad excita a la masa, ésta se mueve del punto x_0 (estado de reposo) al punto x_1 , como se muestra en la Figura 2.33. De acuerdo con la ley de Hooke, la fuerza ejercida sobre la masa se puede calcular con la siguiente expresión:

$$F = k \cdot S, \tag{2.99}$$

donde k es el coeficiente de rigidez del resorte y S es el desplazamiento del resorte.

Suponiendo un sistema de n masas interconectadas por resortes con una rigidez k , y una fuerza externa F que excita al sistema, como se ilustra en la Figura 2.34, se puede establecer que sobre la masa m_n actúan dos fuerzas (F_n y F_{n-1}).

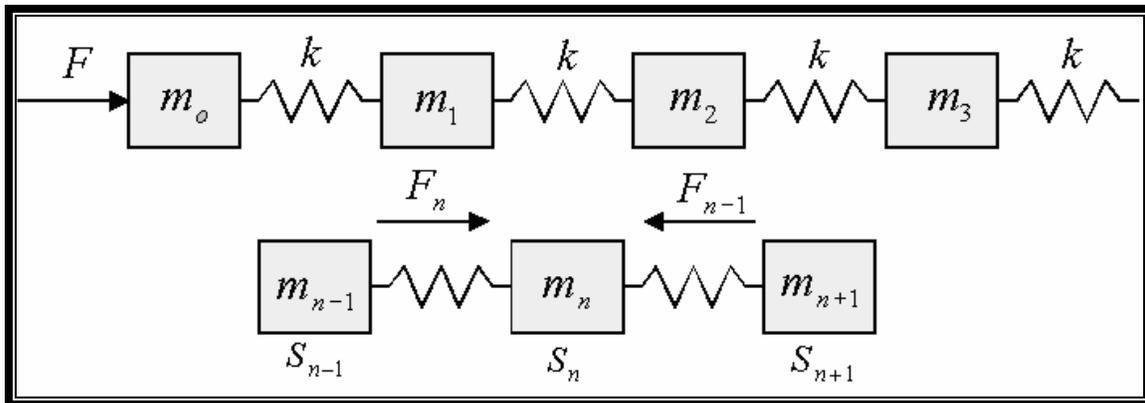


Figura 2.34 Sistema de masas y resortes.
Fuente: Autor.

La fuerza resultante del sistema ante la excitación de la fuerza externa se puede calcular de la siguiente forma

$$\sum F_{m_n} = m_n a_n, \tag{2.100}$$

donde la $\sum F_{m_n}$ indica la suma de las fuerzas que actúan en la masa m_n , estas fuerzas son



$$\left. \begin{aligned} F_n &= k(S_{n-1} - S_n) \\ F_{n-1} &= -k(S_n - S_{n+1}) \end{aligned} \right\} m_n. \quad (2.101)$$

Por otra parte, la aceleración denotada por a_n , en la ecuación (2.100), puede ser escrita como la segunda derivada del desplazamiento con respecto al tiempo,

$$a_n = \frac{\partial^2 S_n}{\partial t^2}, \quad (2.102)$$

por lo tanto, sustituyendo las expresiones (2.101) y (2.102) en la ecuación (2.100) se tiene

$$k(S_{n-1} - S_n) - k(S_n - S_{n+1}) = m_n \frac{\partial^2 S_n}{\partial t^2}. \quad (2.103)$$

Simplificando,

$$kS_{n-1} - kS_n - kS_n + kS_{n+1} = m_n \frac{\partial^2 S_n}{\partial t^2}. \quad (2.104)$$

Reduciendo términos semejantes y factorizando, se obtiene la siguiente expresión

$$k(S_{n-1} - 2S_n + S_{n+1}) = m_n \frac{\partial^2 S_n}{\partial t^2}, \quad (2.105)$$

el término entre paréntesis equivale a la segunda derivada del desplazamiento con respecto a la coordenada x , la cual tiene la siguiente forma

$$\frac{\partial^2 S_n}{\partial x^2} = \frac{S_{n-1} - 2S_n + S_{n+1}}{(\Delta x)^2}, \quad (2.106)$$



en la ecuación (2.106) se considera la variación de S_n con respecto a la posición x .

Multiplicando la ecuación (2.106) por $(\Delta x)^2$

$$(\Delta x)^2 \frac{\partial^2 S_n}{\partial x^2} = S_{n-1} - 2S_n + S_{n+1}, \quad (2.107)$$

sustituyendo (2.107) en (2.105)

$$k(\Delta x)^2 \frac{\partial^2 S_n}{\partial x^2} = m_n \frac{\partial^2 S_n}{\partial t^2}, \quad (2.108)$$

Multiplicando la ecuación (2.108) por $\frac{1}{k(\Delta x)^2}$, se obtiene

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{\left(\frac{k(\Delta x)^2}{m}\right)} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}, \quad (2.109)$$

calculando el límite de la ecuación anterior cuando Δx tiende a cero, tenemos

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}, \quad (2.110)$$

donde α representa la velocidad de propagación de las ondas compresionales, también llamadas ondas P . La ecuación anterior gobierna la propagación de ondas P en una dimensión, una función de onda debe ser tal que las segundas derivadas con respecto al tiempo y desplazamiento sean proporcionales.



2.9.3 Derivación de la ecuación de onda para el caso SH

Se considera una barra delgada y uniforme, a la cual se le aplica un torque como se muestra en la Figura 2.35. Considerando que el eje x corresponde al eje de la barra, el ángulo de torsión en cualquier longitud dx de la barra provocado por el torque T es

$$d\theta = \frac{Tdx}{I_p\mu}. \quad (2.111)$$

En donde, $I_p\mu$ es la rigidez torsional, dada por el producto del momento polar de inercia I_p de la sección transversal y el módulo de elasticidad de cortante μ . El torque en las dos caras del elemento es T y $T + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx$, como se muestra en la Figura 2.35; el torque neto es

$$\frac{\partial T}{\partial x} dx = I_p\mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx. \quad (2.112)$$

Igualando este torque al producto del momento de inercia $\rho I_p dx$ del elemento, por la aceleración angular $\partial^2 \theta / \partial t^2$, en donde ρ es la densidad de la barra, se tiene

$$\rho I_p dx \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} dx = I_p\mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx, \quad (2.113)$$

simplificando términos se obtiene

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}. \quad (2.114)$$



La ecuación (2.114) es una ecuación diferencial parcial de segundo orden, y se conoce como ecuación de onda unidimensional para las ondas torsionales (ondas S); la velocidad con la que se propaga las ondas a lo largo de la barra es

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \tag{2.115}$$

Las ondas torsionales son un ejemplo de ondas de corte. Como se mencionó anteriormente, estas ondas se observan en los registros sísmicos. Sustituyendo la ecuación (2.115) en la ecuación (2.114), se obtiene

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}. \tag{2.116}$$

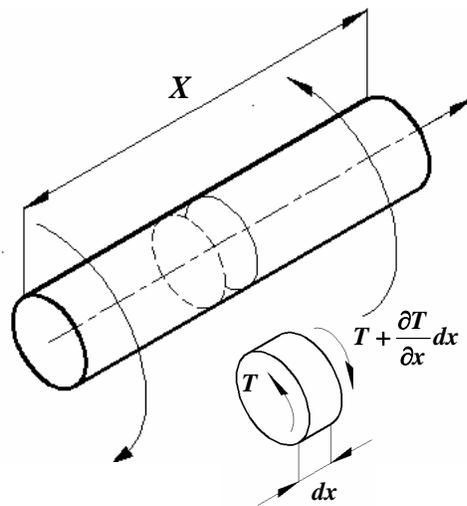


Figura 2.35 Torsión aplicada a una barra uniforme y de material elástico.
Fuente: Autor.



2.9.4 Solución de la ecuación de ondas *SH*.

Para resolver la ecuación de onda denotada por la expresión (2.116), se utiliza el método de separación de variables. En este caso, se considera que la coordenada espacial es z , y que el desplazamiento puede definirse de la siguiente forma $S = Z(z)T(t)$; la velocidad de la onda *SH* es β ; por lo tanto, la ecuación (2.116) se puede expresar como

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} T = \frac{1}{\beta^2} Z \frac{d^2 T}{dt^2}, \quad (2.117)$$

se procede a dividir ambos miembros de la ecuación anterior entre el producto ZT , obteniendo la siguiente expresión

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2}, \quad (2.118)$$

debido a que la ecuación (2.117) representa una igualdad entre dos funciones de diferentes variables, ambas funciones se pueden igualar a una constante

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = -k^2; \quad (2.119)$$

siendo $k = \frac{\omega}{\beta}$; donde ω es la frecuencia radial. A partir de la ecuación anterior, podemos establecer dos ecuaciones diferenciales ordinarias, como se ilustra a continuación

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k^2; \quad (2.120)$$



$$\frac{1}{\beta^2} \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dz^2} = -k^2; \quad (2.121)$$

reordenando los términos de la ecuación (2.120)

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 Z = 0. \quad (2.122)$$

Posteriormente, se construye el polinomio característico, haciendo $\frac{d^2 Z}{dz^2} = m^2$; como consecuencia

$$m^2 = -k^2, \quad (2.123)$$

de la ecuación anterior se tiene dos raíces imaginarias, como se muestra a continuación

$$m_1 = -ik, \quad (2.124)$$

$$m_2 = ik. \quad (2.125)$$

De igual forma, se resuelve la ecuación (2.121), obteniendo así

$$m_3 = -ik\beta; \quad (2.126)$$

$$m_4 = ik\beta. \quad (2.127)$$

Por lo tanto, la solución general de la ecuación (2.117) es

$$S = \left[C_1 e^{i\omega\left(t+\frac{z}{\beta}\right)} + C_2 e^{i\omega\left(t-\frac{z}{\beta}\right)} \right]. \quad (2.128)$$

La ecuación (2.128) representa la solución de la ecuación de onda, y está expresada en función de exponenciales; las constantes C_1 y C_2 se obtienen evaluando



condiciones de frontera. En la ecuación (2.128), el primer término representa a una onda que se desplaza en la dirección negativa del eje z ; el segundo término representa a una onda que viaja en la dirección positiva del eje z esto se ilustra en la Figura 2.36. Estas dos ondas existen simultáneamente.

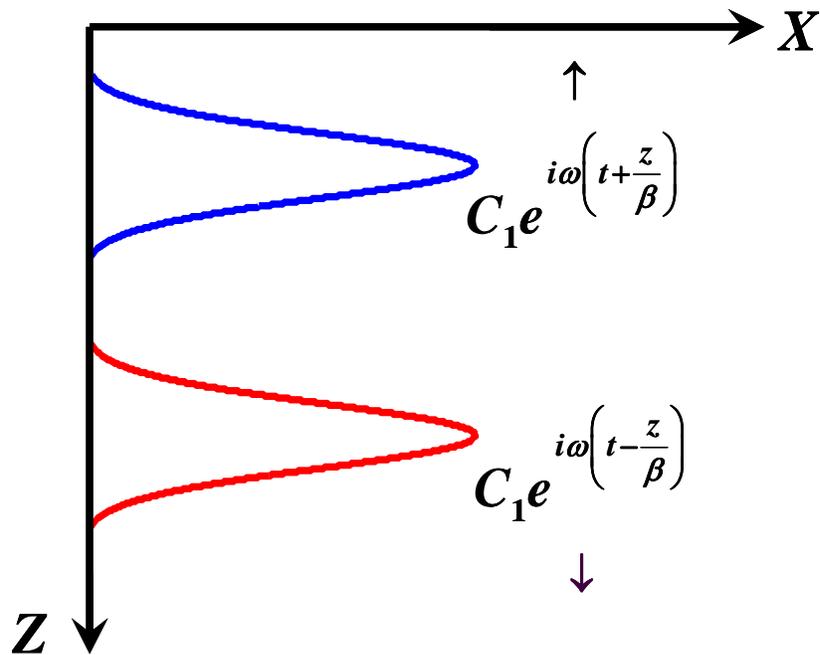


Figura 2.36 Representación de los términos de la solución general de la ecuación unidimensional para ondas SH.

Fuente: Autor.

2.10 Modelo unidimensional edificio-semiespacio.

El modelo que se utiliza en esta investigación se compone de dos medios que se consideran elásticos, homogéneos e isótropos. Los medios definen capas horizontales; la primera representa a un edificio y la segunda a un semiespacio. La base del edificio se encuentra en contacto con el semiespacio, dicho contacto define una frontera elástica en la que los desplazamientos y los esfuerzos son continuos. La parte superior del edificio (techo), se considera una frontera libre de esfuerzos como se muestra en la Figura 2.37.

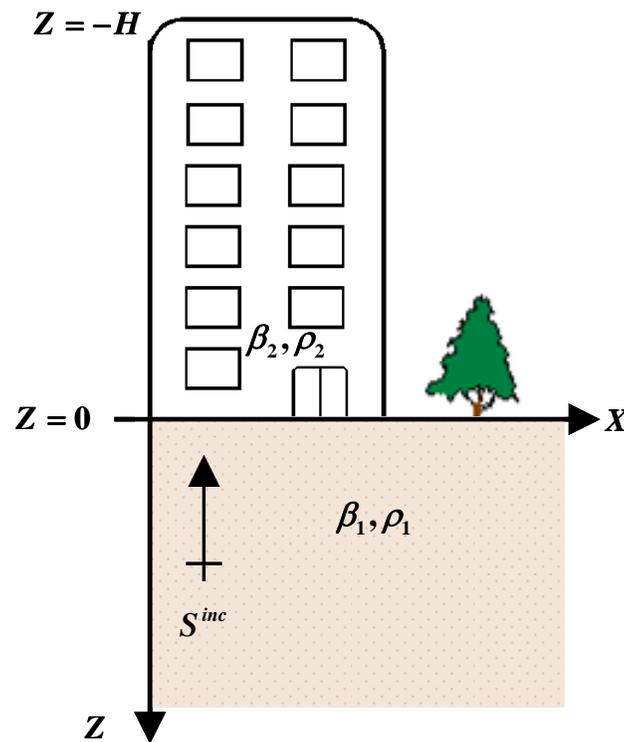


Figura 2.37 Modelo unidimensional edificio-semiespacio.
Fuente: Autor.

El modelo anterior considera únicamente, la propagación de ondas SH a lo largo del eje z , estas ondas generan un movimiento de partícula perpendicular al plano xz .



La velocidad de las ondas y la densidad de los medios se definen como β y ρ , respectivamente. Los subíndices 1 y 2 definen al semiespacio y al edificio, respectivamente; la onda incidente es reflejada y transmitida por la frontera localizada en $z = 0$. Para construir los campos de desplazamientos en la estructura y en el semiespacio, se utiliza la solución de la ecuación de onda (2.128), la cual define las ondas transmitidas y reflejadas por las fronteras del modelo.

El campo de desplazamientos para el edificio queda expresado de la siguiente forma

$$u_2(z, \omega) = C_2 e^{i\omega \left(t + \frac{z+H}{\beta_2} \right)} + C_3 e^{i\omega \left(t - \frac{z+H}{\beta_2} \right)}, \quad (2.129)$$

donde $i = \sqrt{-1}$, ω corresponde a la frecuencia radial y las constantes que se desconocen son C_2 y C_3 , mismas que se obtienen evaluando condiciones de frontera.

En la frontera $z = -H$ (techo del edificio) se tiene que los esfuerzos son iguales a cero, como lo indica la siguiente expresión

$$\left. \frac{\partial u_2(z, \omega)}{\partial z} \right|_{z=-H} = 0. \quad (2.130)$$

Aplicando la condición (2.130), se obtiene que las constantes C_2 y C_3 son iguales; por lo tanto, la ecuación (2.129) queda en función de la constante C_2 .

Por otro lado, en $z = 0$ (base del edificio), los esfuerzos y desplazamientos son continuos. Aplicando estas condiciones de frontera obtenemos dos ecuaciones con dos incógnitas, resolviendo este sistema de ecuaciones se tiene la solución para la constante C_2 . Como consecuencia, se obtiene la función de transferencia del edificio.



$$u_2(z, \omega) = \left(\frac{2 \cos\left(\omega \frac{z+H}{\beta_2}\right)}{\cos\left(\frac{\omega H}{\beta_2}\right) + i \left(\frac{\rho_2 \beta_2}{\rho_1 \beta_1}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\omega H}{\beta_2}\right)} \right) S_o e^{i\omega t}. \quad (2.131)$$

Como lo indica la ecuación (2.131), el campo de desplazamientos u_2 está expresado en el dominio de la frecuencia.

Si se considera que el semiespacio es rígido ($\beta_1 \rightarrow \infty$), y se evalúa el desplazamiento en $z = -H$, la ecuación (2.131) se reduce a la siguiente expresión

$$\frac{|u_2(-H, \omega)|}{|S_o|} = \frac{2}{\left| \cos\left(\frac{\omega H}{\beta_2}\right) \right|}, \quad (2.132)$$

donde $|S_o|$ representa el valor absoluto de la cantidad " S_o ",

La ecuación (2.132) es comúnmente utilizada en ingeniería civil para la determinación de las frecuencias características o los periodos de suelos y edificios.

De la ecuación anterior se puede deducir que

$$T = \frac{4H}{\beta_2}, \quad (2.133)$$

donde $T = \frac{1}{f}$ (f es la frecuencia y está medida en Hertz).

De la ecuación (2.133), se puede establecer que el periodo característico del edificio es directamente proporcional a la altura del edificio e inversamente proporcional a la velocidad de propagación. En otras palabras, frecuencias características bajas corresponden a edificios altos. De esta ecuación, podemos concluir que el periodo característico de una estructura desplantada en un suelo rígido se puede obtener a



partir de la velocidad de propagación de ondas SH y de la altura del edificio. Esta ecuación permite estimar la velocidad de manera robusta.

2.11 Modelo edificio-semiespacio en función del número de onda.

El modelo descrito en la sección anterior no considera la atenuación, para incorporar este factor se utiliza al número de onda k , el cual se define como: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, y representa el número de longitudes de onda λ que hay en una distancia 2π . La longitud de onda λ es el periodo espacial de una onda. El número de onda k también puede ser expresado como

$$k = \frac{\omega}{\beta}. \quad (2.134)$$

Incorporando la ecuación (2.134) en la función de transferencia (2.131), se deduce que

$$u_2(z, \omega) = \left(\frac{2 \cos((H+z)k_2) \mu_1 k_1}{\cos(Hk_2) k_1 \mu_1 + i \sin(Hk_2) k_2 \mu_2} \right) S_o e^{i\omega t}. \quad (2.135)$$

Como lo indica la ecuación (2.135), el campo de desplazamientos u_2 está expresado en el dominio de la frecuencia. El edificio puede modelarse como un medio dispersivo; esto se logra incorporando la atenuación debida al edificio en el número de onda.



2.12 Relación entre registros sísmicos detectados a diferentes alturas

Los registros deconvolucionados con respecto al movimiento de la base y aquellos deconvolucionados con respecto a la aceleración del techo están relacionados mediante una función de transferencia.

Para obtener dicha función, primero se evalúa la ecuación (2.131) en $z=0$. Posteriormente, se procede a deconvolucionar la ecuación (2.131) con respecto a la ecuación correspondiente al caso $z=0$; a esta división se le denota $B(z, \omega)$, de este modo:

$$B(z, \omega) = \frac{u_2(z, \omega)}{u_2(0, \omega)} = \frac{\cos\left(\omega \frac{z+H}{\beta_2}\right)}{c \cos\left(\frac{\omega H}{\beta_2}\right)}. \quad (2.136)$$

Posteriormente, se divide a $u_2(z, \omega)$ entre $u_2(-H, \omega)$ obteniendo lo siguiente

$$T(z, \omega) = \frac{u_2(z, \omega)}{u_2(-H, \omega)} = \cos\left(\omega \frac{z+H}{\beta_2}\right). \quad (2.137)$$

En la ecuación (2.136), el numerador representa la deconvolución con respecto al movimiento del techo, la cual está denotada por la ecuación (2.137). Por lo tanto, sustituyendo $T(z, \omega)$ en la ecuación (2.136), se obtiene

$$\frac{B(z, \omega)}{T(z, \omega)} = \left(\frac{1}{c \cos\left(\frac{\omega H}{\beta_2}\right)} \right). \quad (2.138)$$

Simplificando la ecuación (2.138), resulta



$$\frac{u_2(-H, \omega)}{u_2(0, \omega)} = \left(\frac{1}{c \cos(k_2 H)} \right). \quad (2.139)$$

La ecuación (2.139) indica que la función de transferencia puede ser obtenida deconvolucionando el evento registrado en el techo con respecto al evento registrado en la base del edificio. La función entre paréntesis puede interpretarse como una versión normalizada de la ecuación (2.132), la cual es muy utilizada en el estudio de la respuesta sísmica de suelos. A partir de ésta, se estiman frecuencias características y parámetros para el diseño de estructuras, con la finalidad de evitar la resonancia de edificios. La ecuación (2.139) se puede interpretar como la función de transferencia de un edificio, que se encuentra localizado sobre un semiespacio rígido. Con ella se pueden estimar parámetros como la velocidad de propagación y la atenuación en edificios.

2.13 Atenuación de las ondas sísmicas.

La hipótesis esencial de la elasticidad es que las deformaciones son reversibles. La ley de Hooke implica que para un esfuerzo existe una deformación única; tal que, si el esfuerzo es retirado la deformación total es cero. En general, esta hipótesis es correcta para deformaciones mínimas. En cuanto a las ondas elásticas, la atenuación se refiere a la disipación de la energía durante la propagación. Esta disipación resulta de la reducción de la amplitud de la onda conforme a la distancia; la disminución de la amplitud puede estar controlada por una ley exponencial $e^{-\frac{\omega}{\beta} \gamma x}$, donde γ es el factor atenuante (Aki y Richards, 2002), éste se puede definir como $\gamma = 1/2Q$.

El factor de calidad Q es la cantidad que define la pérdida de energía elástica durante la propagación de ondas. Este parámetro es definido como



$$Q \approx \frac{\text{Energía almacenada}}{\text{Pérdidas}}. \quad (2.140)$$

Para incluir la atenuación en la función de transferencia definida por la ecuación (2.139), se usa el modelo de Kelvin, el cual establece que

$$k = \frac{\omega}{\beta_2} \left(1 - \frac{i}{2Q} \right). \quad (2.141)$$

Cabe mencionar que en este modelo, el número de onda es un número complejo, y que éste está en función del factor de calidad Q . Como consecuencia

$$\frac{u_2(-H, \omega)}{u_2(0, \omega)} = \left(\frac{1}{\cos \left(\frac{\omega H}{\beta_2} \left(1 - \frac{i}{2Q} \right) \right)} \right). \quad (2.142)$$

Cabe resaltar que en la ecuación anterior, el parámetro Q se considera independiente de la frecuencia (Aki y Richards, 2002).

2.14 Filtrado de señales

2.14.1 El efecto del ruido

La relación señal-ruido es el factor más importante en la determinación de la calidad de los datos sísmicos. La señal son los datos a estudiar y el ruido es la parte no requerida. Esta definición de señal y ruido es subjetiva porque ésta depende del rango de frecuencias que se quiera estudiar: por ejemplo, en el caso de la exploración sísmica, las frecuencias menores a 10 Hz están asociadas al ruido, y por lo tanto son filtradas; por el contrario, en la sismología pasiva, éste rango de frecuencias corresponde a la señal de interés.



Los datos sísmicos usados en este trabajo contienen arribos asociados a diversos tipos de ondas; como por ejemplo, ondas *P*, *SH* y superficiales, estos arribos se ven perturbados de manera importante por el ruido.

Un filtrado adecuado del ruido es fundamental para realizar la deconvolución con una relación señal-ruido favorable; es decir, que permita mostrar arribos bien definidos. Para lograrlo, se analizan las distintas propiedades de los datos sísmicos, ante las cuales la señal sísmica y el ruido presentan un comportamiento diferente. En la presente investigación, la propiedad que se utiliza para mejorar la información de los registros sísmicos, es el contenido de frecuencias que presentan los datos sísmicos.

2.14.2 Filtros

El término filtro se utiliza comúnmente para describir un dispositivo que discrimina aquello que pasa a través de él. Así, por ejemplo, un filtro de aire permite que sólo pase aire a través de él, evitando que lo atraviesen las partículas de polvo presentes en el aire. Un filtro digital es un sistema lineal e invariable en el tiempo que modifica el espectro de amplitudes de la señal de entrada, según la respuesta que tenga en frecuencia (conocida como función de transferencia), para dar lugar a una señal de salida. Puede decirse que actúa como una función de ponderación o función de conformación espectral, para las diferentes componentes frecuenciales de la señal de entrada. En esta sección, se analizan de manera general los filtros digitales más comunes y sus propiedades.



2.14.3 Tipo de filtros

Los filtros son selectores de frecuencias que permiten el paso, con mínima distorsión, de los componentes espectrales comprendidos en la o las bandas de paso, anulando completamente las componentes ubicadas fuera de ellos. Básicamente, se dividen en: pasa bajas, pasa altas, pasa banda y rechazo de banda, los cuales se explican brevemente a continuación.

2.14.3.1 Filtro pasa bajas

Un filtro pasa bajas deja pasar las frecuencias que van desde la frecuencia cero (f_0) hasta una frecuencia de corte determinada (f_c), a este rango se le llama banda de paso. Después de la frecuencia de corte, todas las frecuencias siguientes serán rechazadas (banda de rechazo). El comportamiento de un filtro pasa bajas ideal se ilustra en la Figura 2.38. Donde se puede apreciar la banda de paso y la banda de rechazo. Esta gráfica muestra una frecuencia de corte ideal; termina exactamente donde la frecuencia de corte (f_c) es deseada.

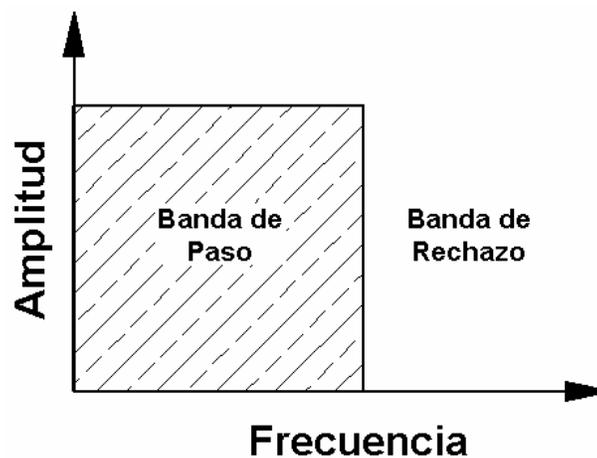


Figura 2.38 Filtro pasa bajas ideal.
Fuente: Autor.



2.14.3.2 Filtro pasa altas

El filtro pasa altas trabaja de manera inversa al filtro pasa bajas previamente descrito. Las frecuencias que van desde cero hasta una frecuencia de corte f_c son rechazadas (banda de rechazo). De ahí en adelante todas las frecuencias siguientes se dejan pasar (banda de paso). Esto se ilustra en la Figura 2.39.

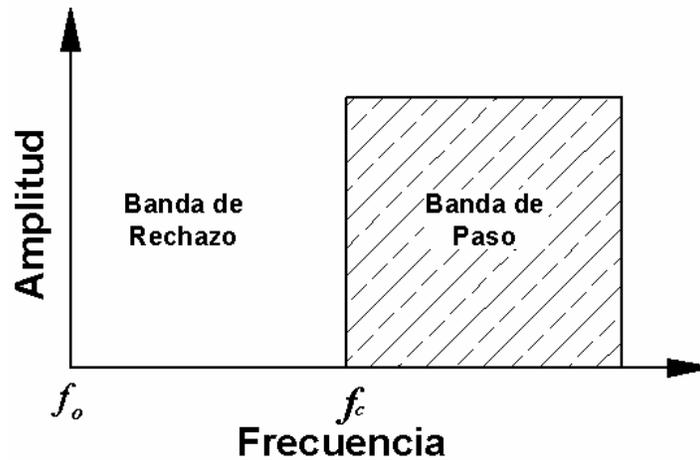


Figura 2.39 Filtro pasa altas ideal.
Fuente: Autor.

2.14.3.3 Filtro pasa banda

El filtro pasa banda consta de dos frecuencias de corte las cuales se designan como f_{cB} y f_{cA} frecuencias baja y alta, respectivamente. Este filtro no deja pasar las frecuencias bajas que van desde una frecuencia cero (f_o) hasta la frecuencia de corte baja (f_{cB}) (banda de rechazo). A partir de esta frecuencia se dejan pasar todas las frecuencias hasta llegar a la frecuencia de corte alta (f_{cA}). Después de la segunda frecuencia de corte se rechazarán todas las frecuencias siguientes. La gráfica de este filtro se muestra en la Figura 2.40.

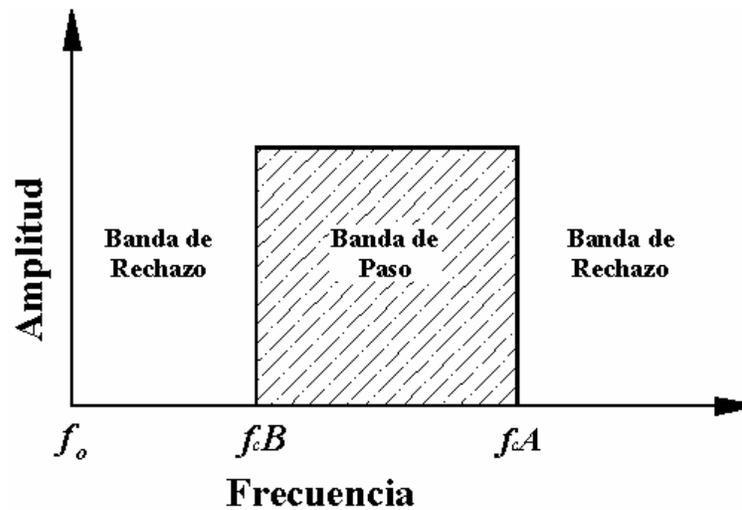


Figura 2.40 Filtro pasa banda ideal.
Fuente: Autor.

2.14.3.4 Filtro rechaza banda

El filtro rechaza banda al igual que el filtro pasa banda tienen dos frecuencias de corte, designadas como f_{cB} y f_{cA} , frecuencias baja y alta, respectivamente. Este filtro deja pasar desde una frecuencia cero (f_o), hasta una frecuencia de corte baja (f_{cB}). Después de esta frecuencia no deja pasar las siguientes, hasta llegar a la frecuencia de corte alta (f_{cA}). Después de esta frecuencia se dejan pasar todas las que le siguen. Este filtro se ilustra en la Figura 2.41.

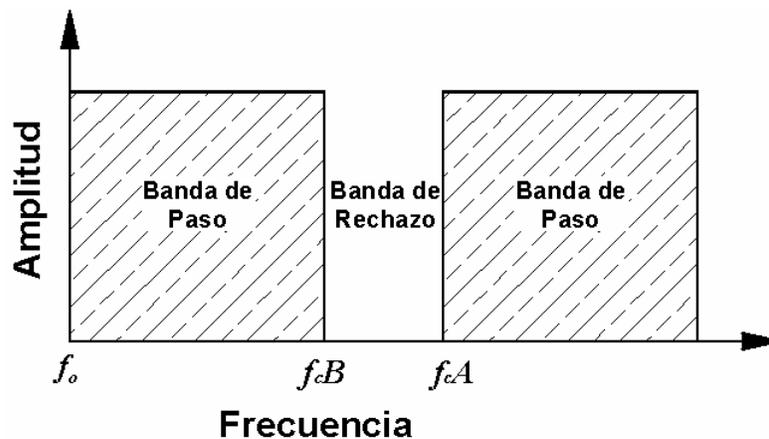


Figura 2.41 Filtro rechaza banda ideal.
Fuente: Autor.



2.14.4 Filtro butterworth

Actualmente, el filtro Butterworth es uno de los más usados, ya que tiene mucha similitud con un filtro ideal. En este tipo de filtro, no se afectan las amplitudes en la banda de paso. Antes de llegar a la frecuencia de corte (f_c), la magnitud empieza a disminuir. Este tipo de filtro funciona muy bien en la banda de paso pero en la banda de rechazo tiene una caída lenta, es decir, no termina exactamente en la frecuencia de corte (f_c). En la Figura 2.42, se muestra la forma en que se comporta el filtro Butterworth para un filtro pasa bajas.

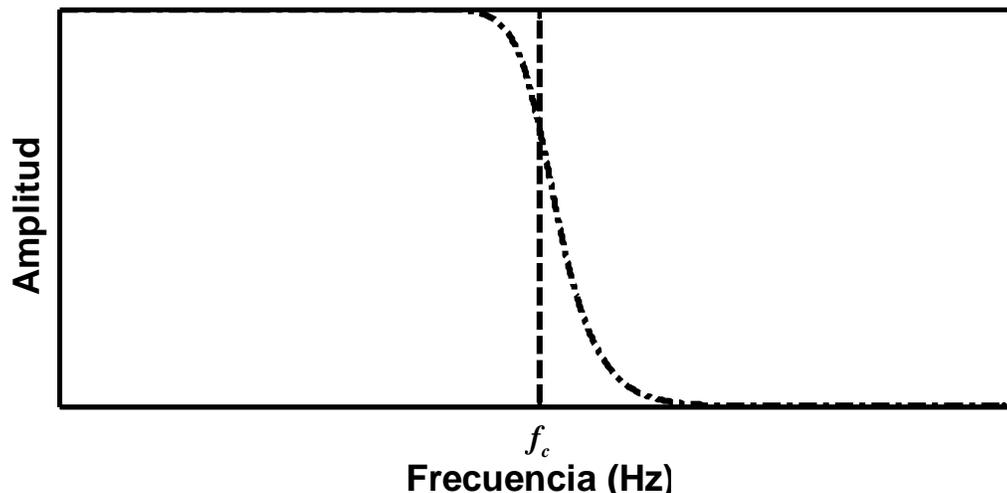


Figura 2.42 Filtro Butterworth tipo pasa bajas.
Fuente: Autor.

La magnitud del filtro se define a continuación

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{f_c}\right)^{2n}}, \quad (2.143)$$

donde

n = orden del filtro

f_c = frecuencia de corte

ω = frecuencia radial.



A la ecuación (2.143), se le conoce como función de Butterworth, la cual tiene diversas propiedades. En la Figura 2.43 se muestra la respuesta en frecuencia de varios filtros Butterworth pasa bajas.

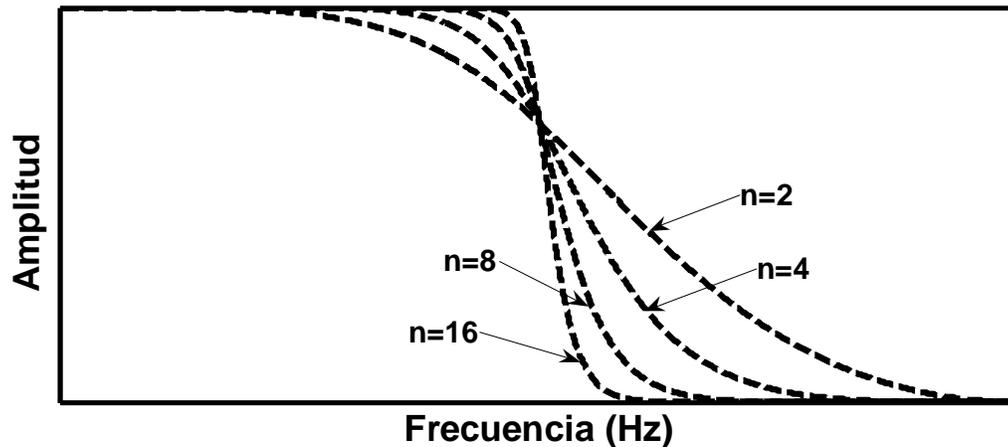


Figura 2.43 Respuesta en frecuencia de filtros Butterworth pasa bajas de orden 2, 4, 8 y 16.
Fuente: Autor.

En la Figura 2.43, se puede observar que a medida que el orden (n) aumenta, la caída del filtro Butterworth se hace más pronunciada.

2.14.5 Pendientes de los filtros

La pendiente de un filtro define el comportamiento de éste en el dominio del tiempo. Mientras más pronunciadas sean las pendientes, más oscilaciones se presentan en el dominio del tiempo.

En la Figura 2.44, se muestran los efectos en el dominio del tiempo del filtro tipo caja y trapecio (Figura 2.45), donde se observan oscilaciones debidas a la pendiente de los filtros. Como se puede observar, en la respuesta en tiempo del filtro tipo caja se presentan mayores oscilaciones; a este fenómeno también se le conoce como resonancia (Figura 2.44b).

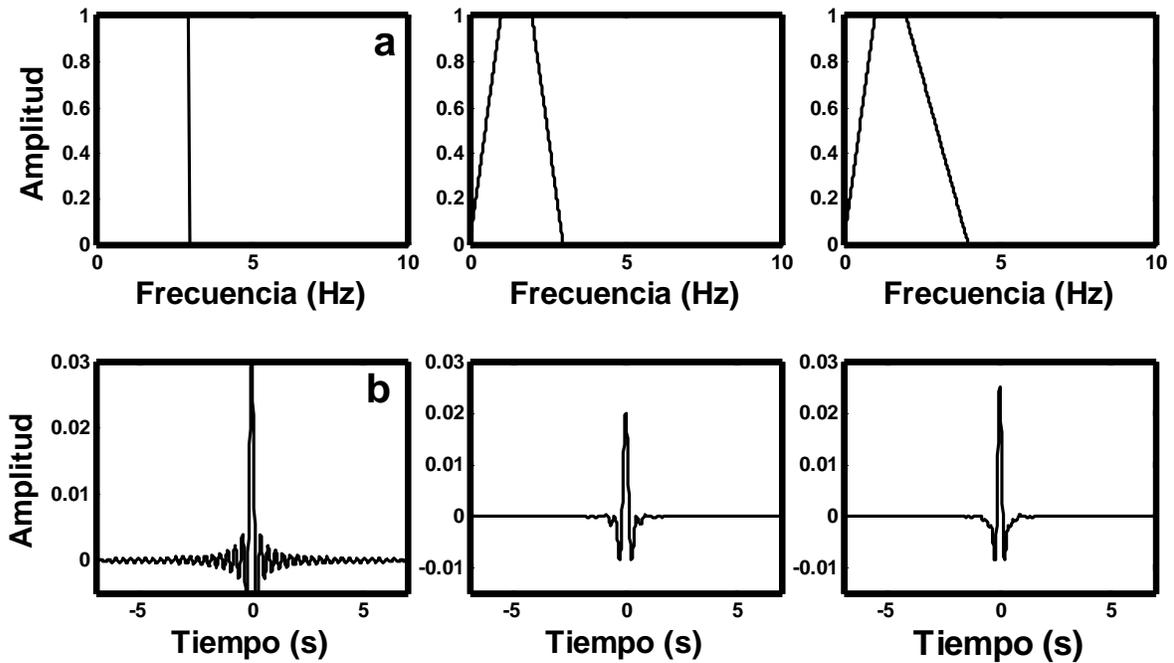


Figura 2.44 Filtros y sus respectivas equivalencias en el dominio del tiempo.

Fuente: Autor.

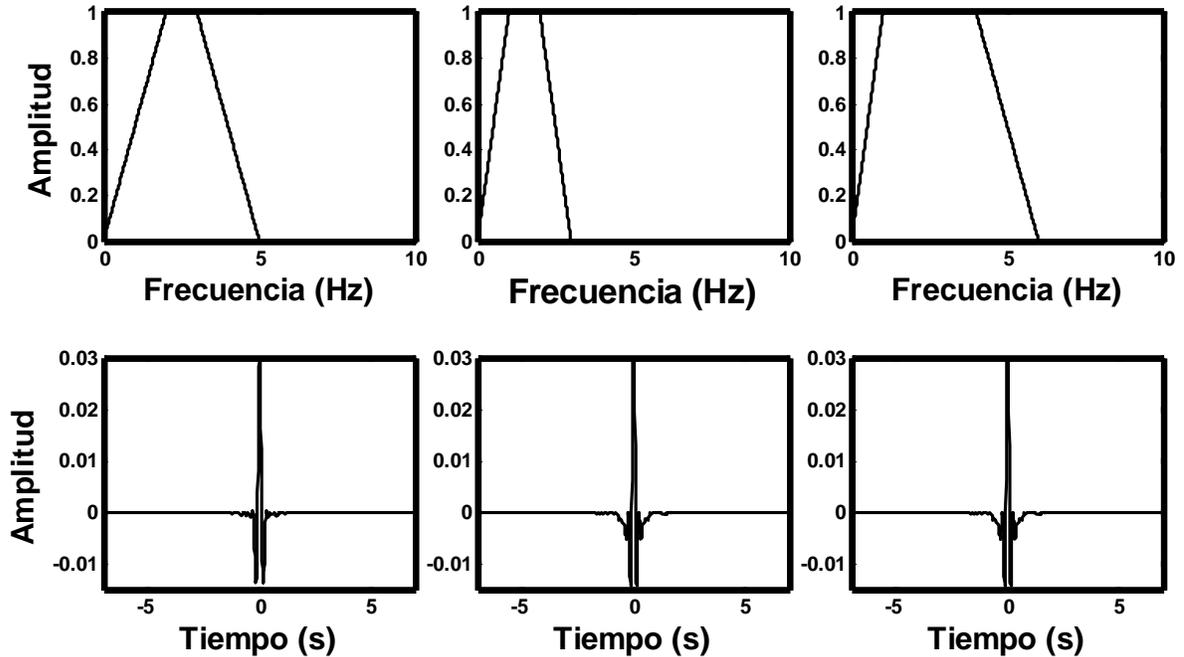


Figura 2.45 Filtro tipo trapecio y sus respuestas en el dominio del tiempo.

Fuente: Autor.

Idealmente, el espectro de amplitudes de un filtro tipo pasa bandas, debe verse como se muestra en las Figura 2.44a.

2.14.6 Comportamiento espectral de los registros sísmicos.

Para tener una idea sobre la relación señal-ruido de los registros sísmicos usados en este trabajo, se analiza un evento sísmico registrado en el edificio “Lara Sosa” del Instituto Mexicano del Petróleo (Figura 2.46).

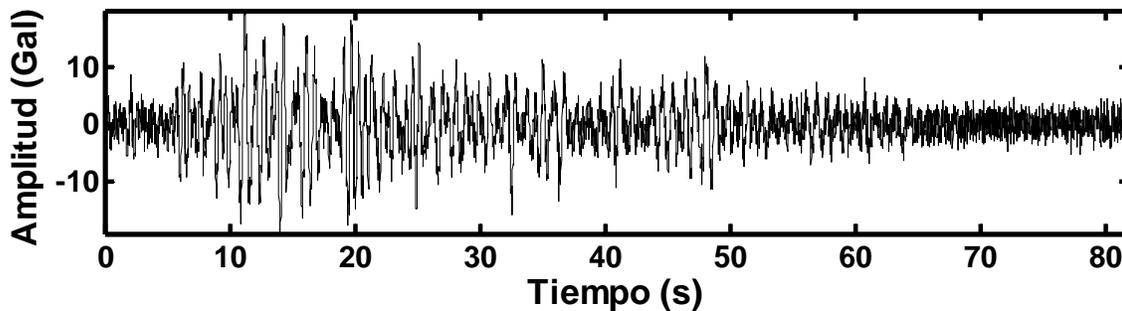


Figura 2.46 Evento sísmico registrado en el edificio “Lara Sosa” del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP).

En este sismograma, se observan las ondas *P*, *S* y superficiales. Este registro tiene un intervalo de muestreo de 0.01 segundos, una duración de 81.92 segundos y 8192 muestras.

A continuación se realiza el análisis espectral del registro mostrado en la Figura 2.46. Para realizar este análisis se calcula el espectro de amplitudes del registro de la Figura 2.46, utilizando la FFT. La frecuencia de Nyquist queda establecida en 50 Hz.

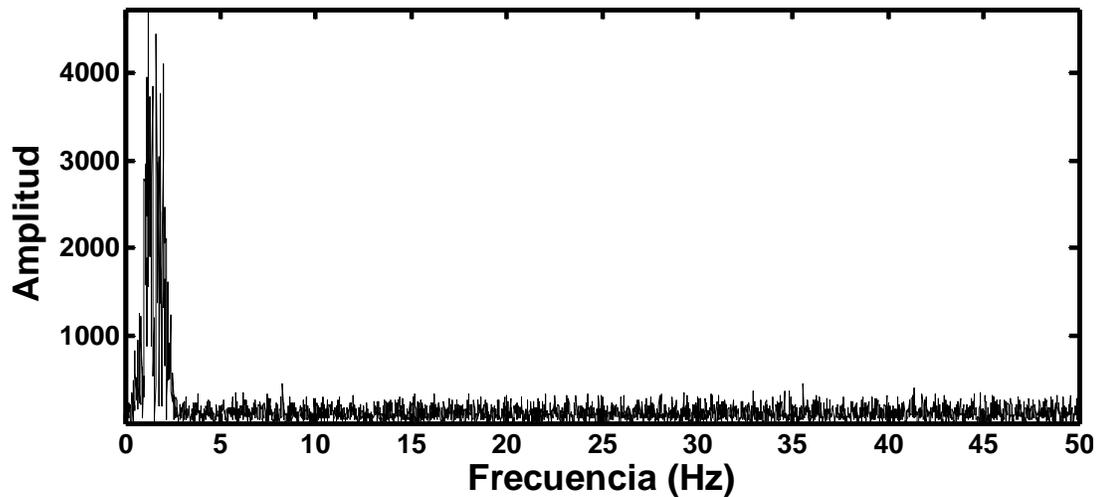


Figura 2.47 Espectros de Amplitudes del registro de la Figura 2.46.
Fuente: Autor.

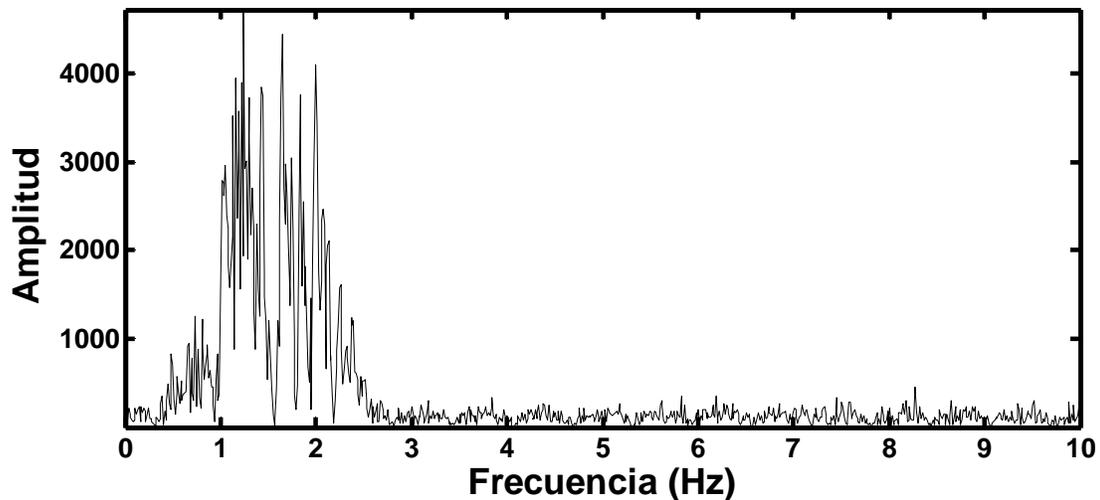


Figura 2.48 Ampliación del espectro de amplitudes de la Figura 2.47.
Fuente: Autor.

En la Figura 2.48, se observa que las frecuencias de las ondas sísmicas se presentan en la banda de las frecuencias bajas; entre 0.1 y 5 Hz. A partir de los 2 Hz se produce una caída brusca de la banda principal, en el espectro no aparece energía significativa. Por lo tanto, se puede establecer que el ruido en el registro sísmico se encuentra localizado en las frecuencias altas y la información relevante en las frecuencias bajas, como se observa en la Figura 2.48. Por lo que, para poder atenuar o eliminar el ruido es necesario aplicar un filtro tipo pasa bajas.



2.14.7 Filtrado de registros sísmicos

A partir del análisis espectral realizado al registro sísmico de la Figura 2.46, se determinó que el filtro más adecuado para atenuar o eliminar el ruido de una manera más eficiente es el tipo pasa-bajas, con frecuencia de corte igual a 5 Hz. A continuación, se ilustra el proceso de filtrado aplicando los filtros caja, trapecio y Butterworth; con frecuencia de corte de 5 Hz. Esto con la finalidad de comparar la efectividad de estos filtros. Primero, se aplicó el filtro tipo caja, como se muestra en la Figura 2.49.

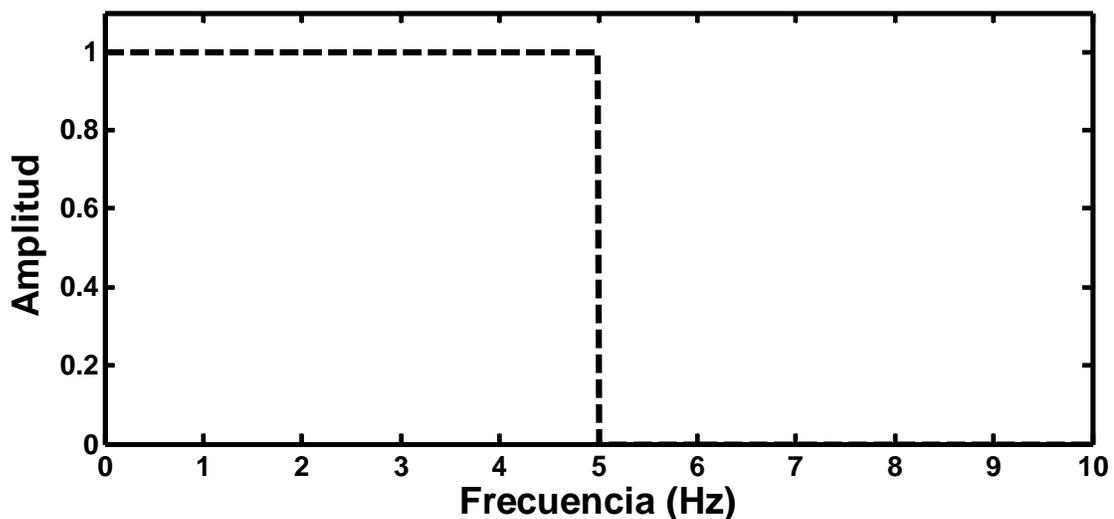


Figura 2.49 Filtro tipo caja.
Fuente: Autor.

La Figura 2.50 muestra el espectro del registro sísmico (Figura 2.46), ya filtrado. Después de 5 Hz se han eliminado todas las frecuencias.

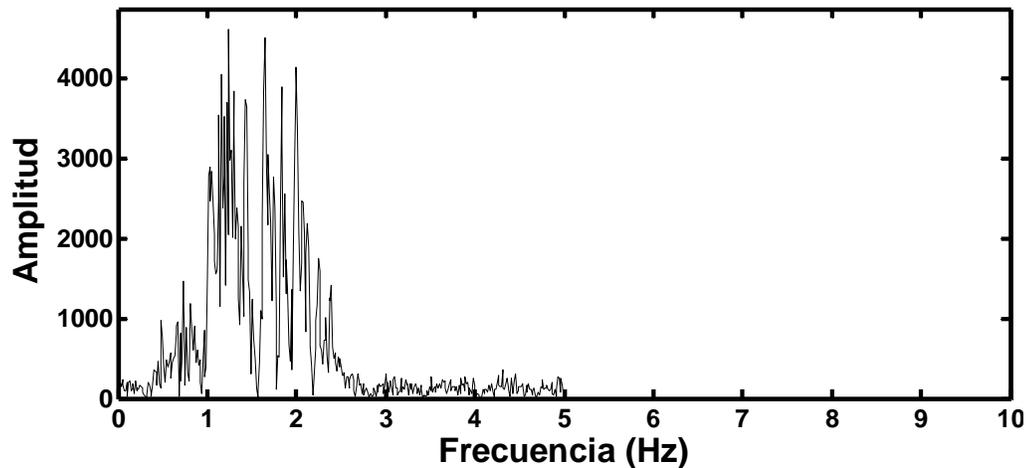


Figura 2.50 Espectro de amplitudes después de aplicar el filtro tipo caja.
Fuente: Autor.

Después de aplicar el filtro tipo caja se regresa al dominio del tiempo, observando que el registro sísmico ya no presenta ruido; sin embargo, debido al corte abrupto en 5 Hz es posible que el registro ya filtrado presente oscilaciones “espúreas” (Figura 2.51).

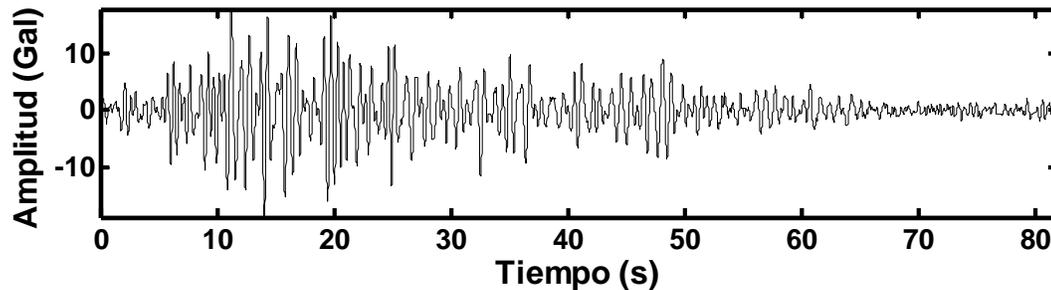


Figura 2.51 Registro sísmico después de aplicar el filtro tipo caja.

Posteriormente, se aplica el filtro tipo trapecio que tiene la característica de tener pendientes menos pronunciadas. El espectro de este filtro, se presenta en la Figura 2.52. En esta figura, se puede observar que las pendientes del filtro no son pronunciadas, ya que se trata de mitigar la resonancia asociada a las pendientes del filtro. El espectro del registro después de aplicar el filtro trapecio se presenta en la



Figura 2.53; a diferencia del caso anterior, se observa una disminución drástica en las amplitudes. Esto debido a las pendientes muy pronunciadas del filtro.

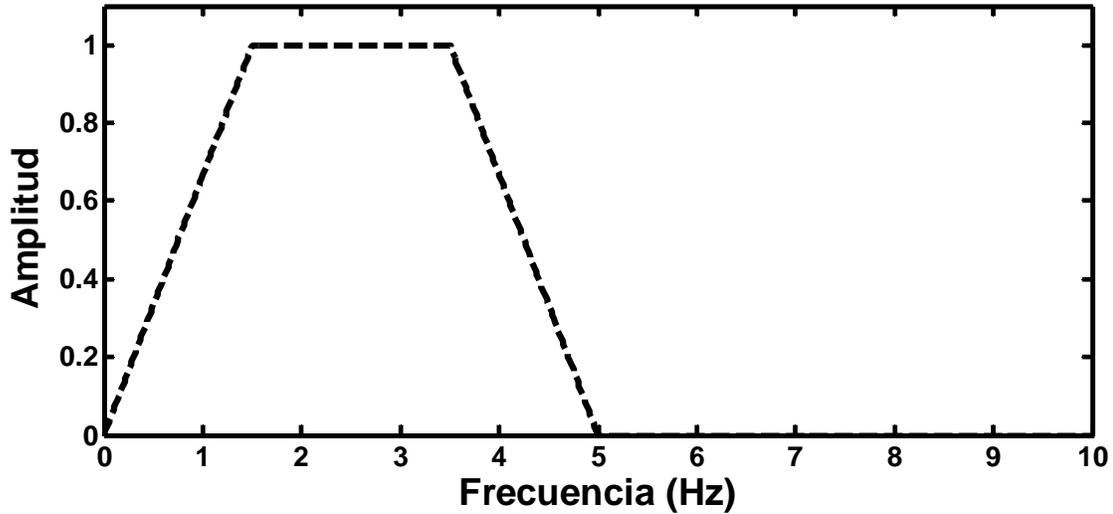


Figura 2.52 Filtro tipo trapecio.
Fuente: Autor.

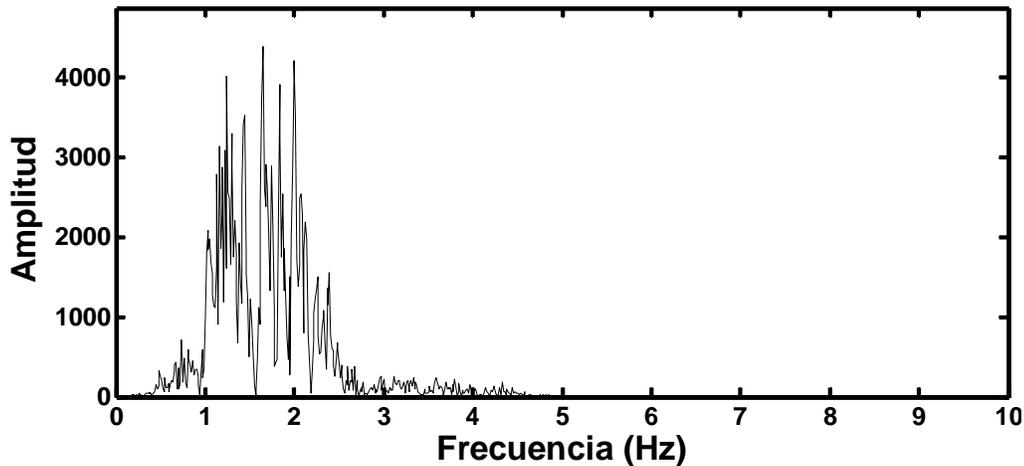


Figura 2.53 Espectro de amplitudes después de aplicar el filtro tipo trapecio.
Fuente: Autor.

En la Figura 2.54, se observa el registro después de la aplicación del filtro trapecio. A diferencia del caso anterior, éste se presenta más suavizado; sin embargo, debido a la geometría del filtro, se observa una disminución en algunas amplitudes. En particular, en aquellas asociadas con frecuencias bajas.

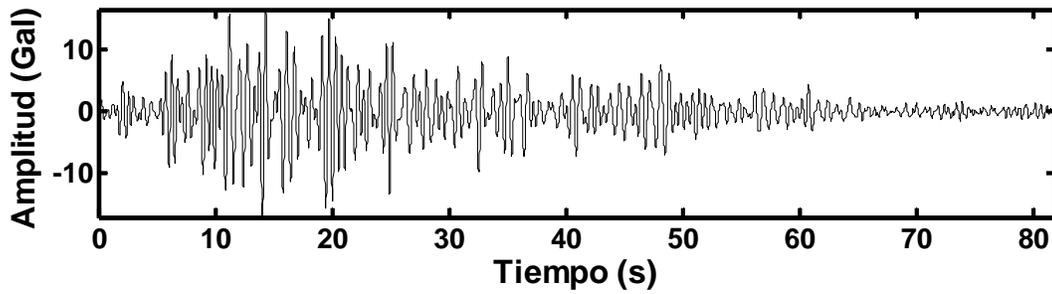


Figura 2.54 Registro sísmico después de aplicar el filtro tipo trapecio.

Por último, se realiza el filtrado usando el filtro Butterworth con una frecuencia de corte de 5 Hz y un orden de 10 (Figura 2.55). Por las características de este filtro, las amplitudes después de la frecuencia de corte se atenúan de forma exponencial (Figura 2.56).

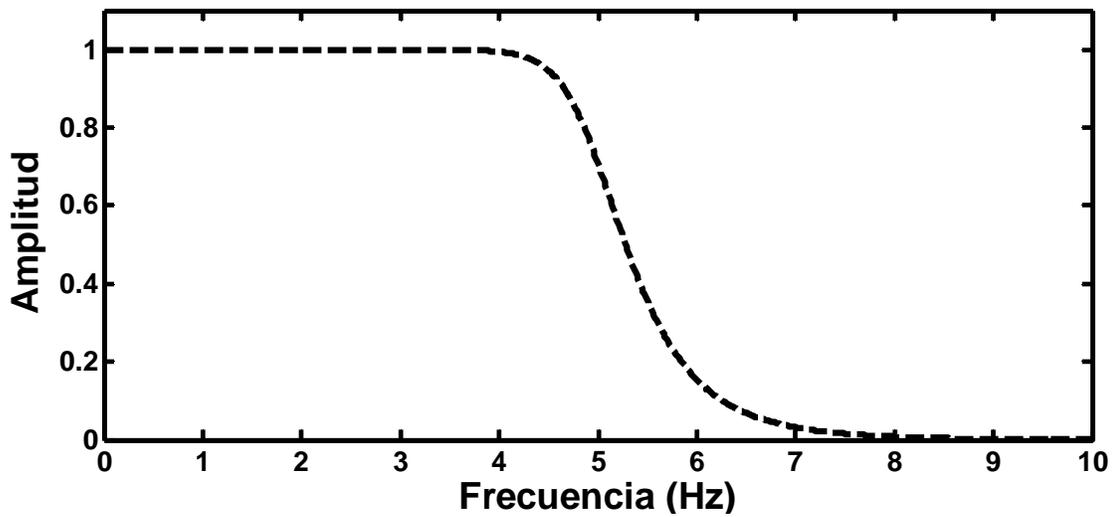


Figura 2.55 Filtro Butterworth.
Fuente: Autor.

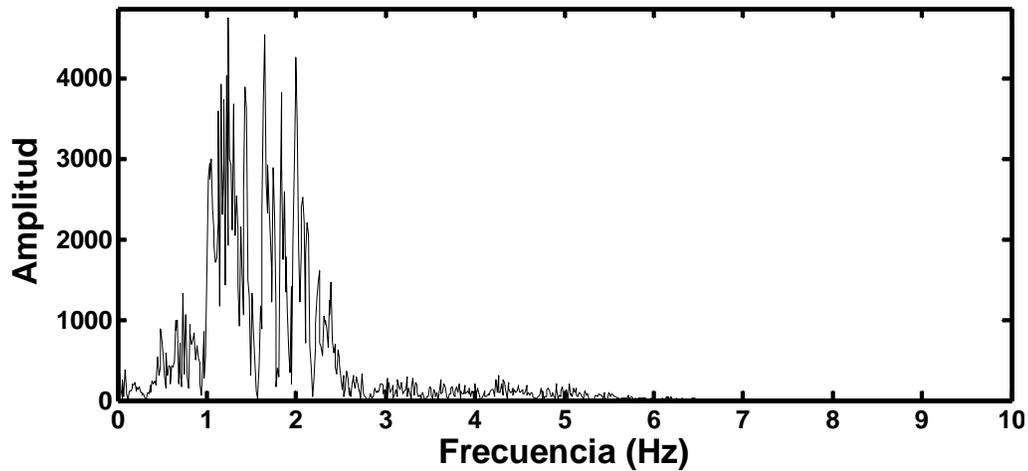


Figura 2.56 Espectro de amplitudes después de aplicar el filtro tipo Butterworth.

Después de aplicar la transformada inversa de Fourier, se observa un registro sísmico más suavizado (Figura 2.57), y prácticamente sin ruido; además, las amplitudes asociadas con frecuencias bajas no presentan alteración. Por lo que, el filtro Butterworth es el más indicado para ser utilizado en el filtrado de los registros deconvolucionados.

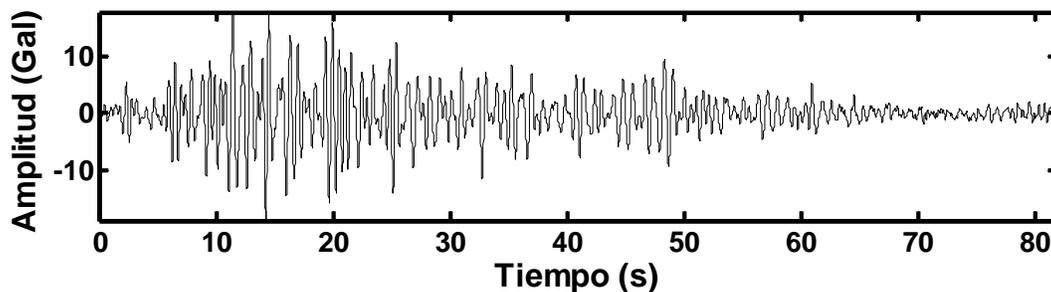


Figura 2.57 Registro sísmico después de aplicar el filtro tipo Butterworth.



CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA

El procedimiento seguido en la presente investigación para la comprobación de la hipótesis consistió de tres etapas, como se muestra en la Figura 3.1. En la primera se obtuvieron registros sísmicos sintéticos, los cuales se generaron a partir de la ecuación (2.131) obtenida en la sección 2.10. En la segunda etapa se aplicó la deconvolución a los registros sintéticos utilizando la ecuación (2.90), esto se realizó en el dominio de la frecuencia. Las deconvoluciones se efectuaron con respecto a los registros de la base y del techo del edificio. En la tercera etapa, se aplicó la deconvolución a registros sísmicos reales siguiendo el mismo desarrollo de la etapa anterior. Para el procesamiento de los registros sísmicos se utilizó la plataforma de Matlab[®].

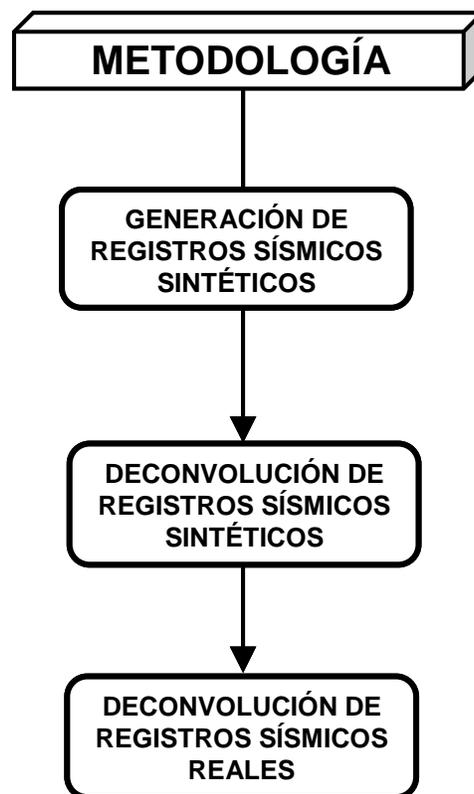


Figura 3.1 Etapas de la metodología.
Fuente: Autor.



3.1 Generación de registros sísmicos sintéticos.

Los registros sísmicos sintéticos se generaron a partir de la convolución de la función de transferencia (2.131) con una función que representa la excitación; posteriormente, a los registros sintéticos se les agregó ruido como lo establece el modelo convolucional (Figura 3.2).

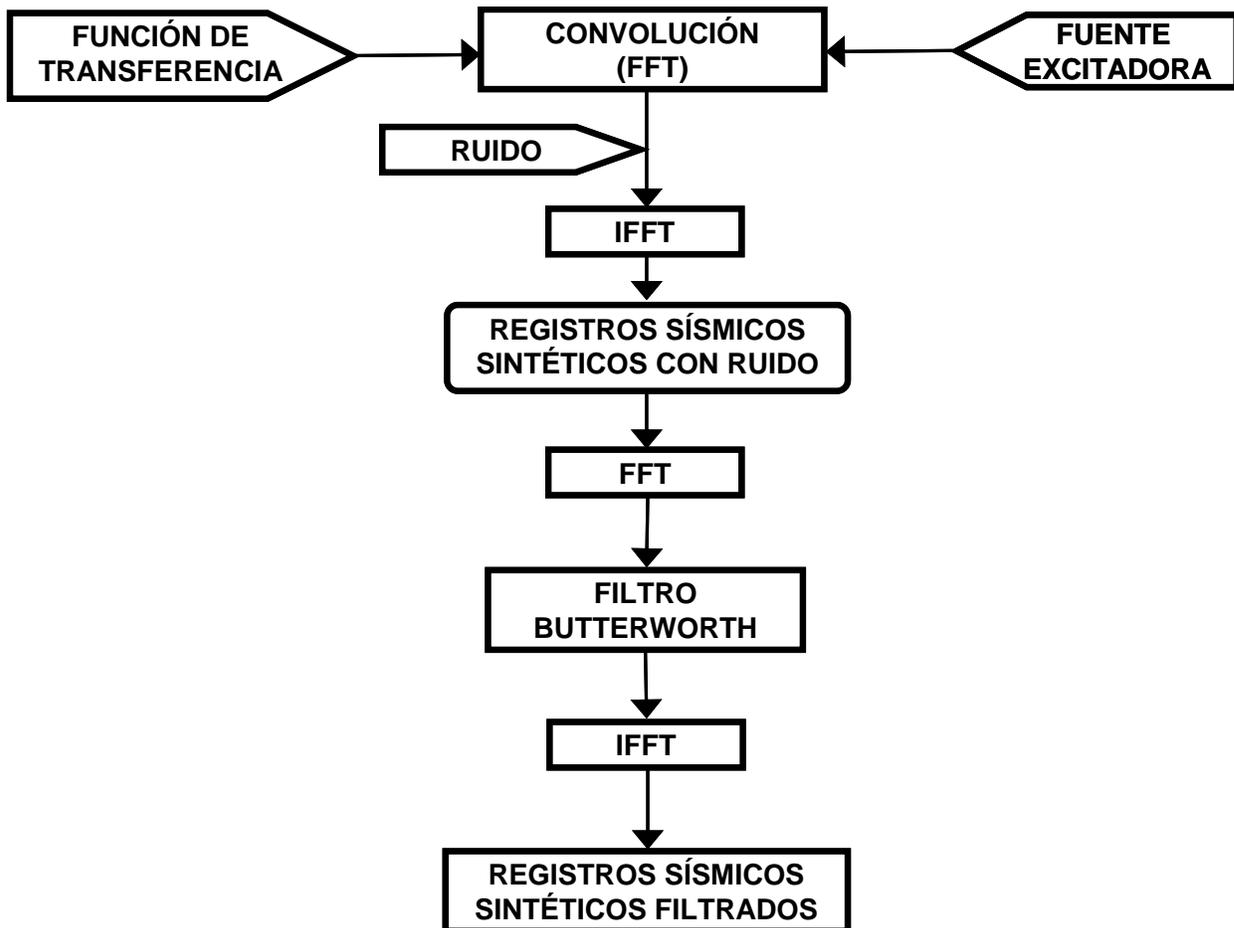


Figura 3.2 Procedimiento para generar registros sísmicos sintéticos.
Fuente: Autor.

Para aplicar la convolución se sustituyeron en la función de transferencia (2.131), los parámetros del edificio $\beta_2=0.2 \text{ km/s}$ y $\rho_2=2400 \text{ gr/m}^3$ (Gallego y Sarria, 2006), y del semiespacio $\beta_1=1.0 \text{ km/s}$ y $\rho_1=2200 \text{ gr/m}^3$ (Meli, 2000). El edificio modelado consta



de 5 niveles; cada nivel con una altura de entre piso de 4 m, la altura de la construcción es de 20 m. Se ubica un receptor por cada nivel del edificio, como se ilustra en la Figura 3.3. Las letras **B** y **T** denotan a la base y al techo del edificio, respectivamente, y los números 1, 2, 3 y 4 definen los niveles del edificio.

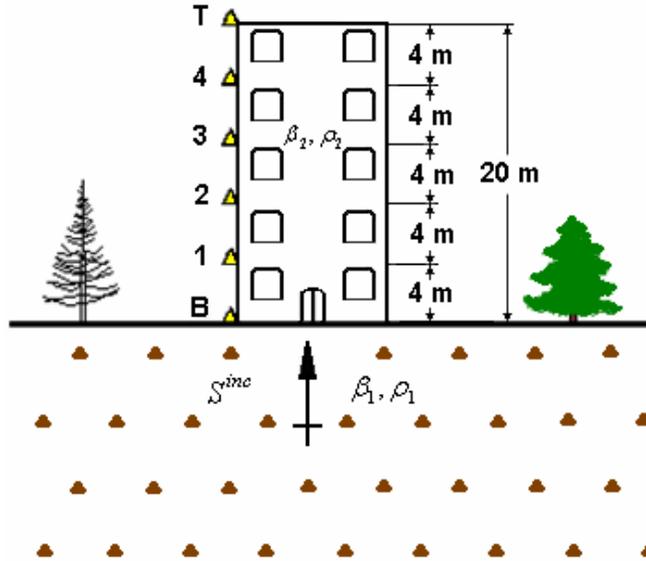


Figura 3.3 Ubicación de los receptores.
Fuente: Autor.

La función que denota a la excitación sísmica empleada en este trabajo corresponde a un acelerograma; se eligió la componente horizontal NW del evento sísmico del 23 de mayo de 1994, con una magnitud de 5.6 (Mc) (Figura 3.4), el cual fue registrado en la base del edificio “Lara Sosa” del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP).

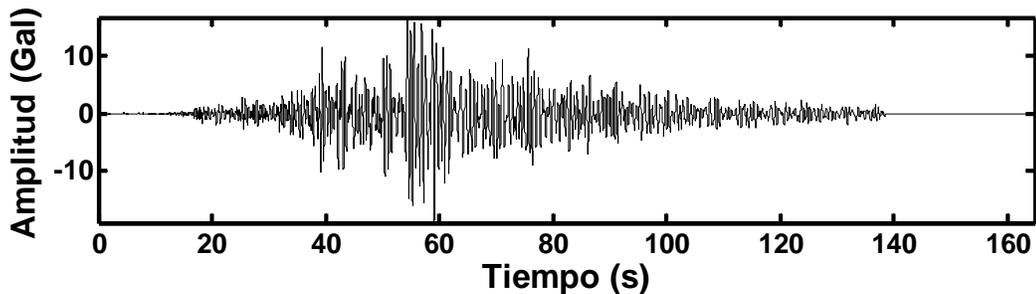


Figura 3.4 Registro de aceleraciones.



La convolución se realizó en el dominio de la frecuencia, en éste la convolución es equivalente a la multiplicación de las transformadas de Fourier de las señales a convolucionar. Como la función de transferencia se encuentra en el dominio de la frecuencia, únicamente se transformó el acelerograma a éste, usando la FFT. En los registros, se incluyó ruido. Una vez realizada la convolución se aplicó la IFFT, para convertir los registros sísmicos sintéticos al dominio del tiempo. Los acelerogramas generados se muestran en la Figura 3.5. Los registros presentan varios arribos de ondas.

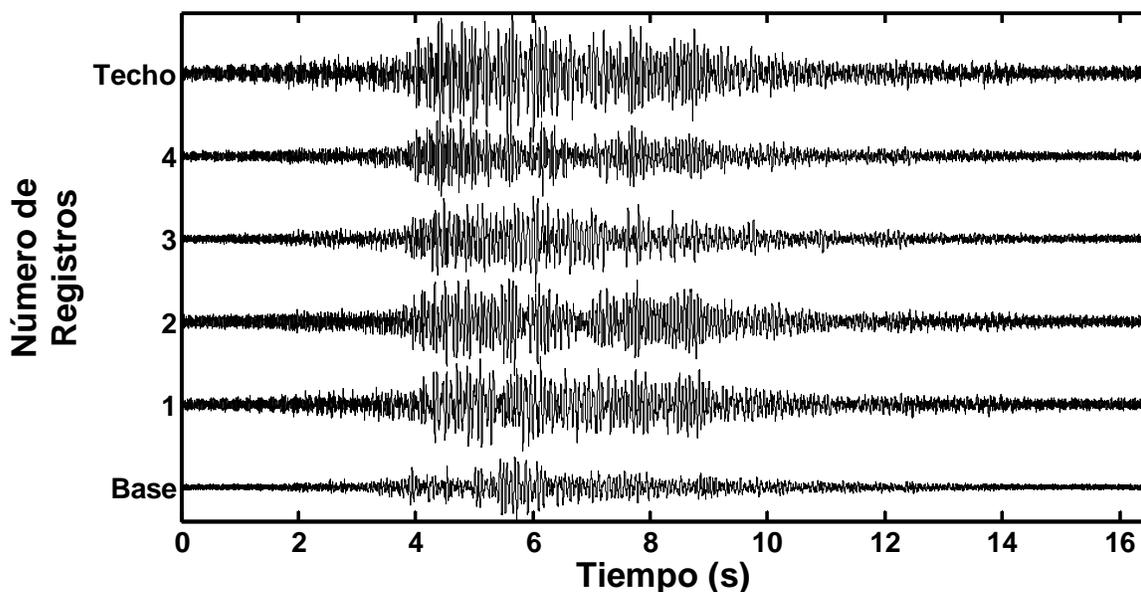


Figura 3.5 Registros sísmicos sintéticos con ruido. La gráfica muestra la base y el techo del edificio, y los números 1, 2, 3 y 4 se refieren a los niveles.

Fuente: Autor.

Los registros generados representan los movimientos detectados en los diferentes niveles del edificio. Para eliminar el ruido, se analizó el contenido de frecuencias de los registros; básicamente, se removió el ruido asociado con frecuencias altas. Para filtrar los registros, se utilizó el filtro Butterworth tipo pasa-bajas, descrito en la sección 2.14.4.

Para realizar el filtrado, se transformaron los registros sintéticos (Figura 3.5) al dominio de la frecuencia utilizando la FFT. En este dominio, se convolucionaron con



el filtro Butterworth; en este caso, se usó una frecuencia de corte de 25 Hz y un filtro de orden 10. Una vez realizado el filtrado se retornó al dominio del tiempo, usando la IFFT. Los registros ya filtrados se muestran en la Figura 3.6.

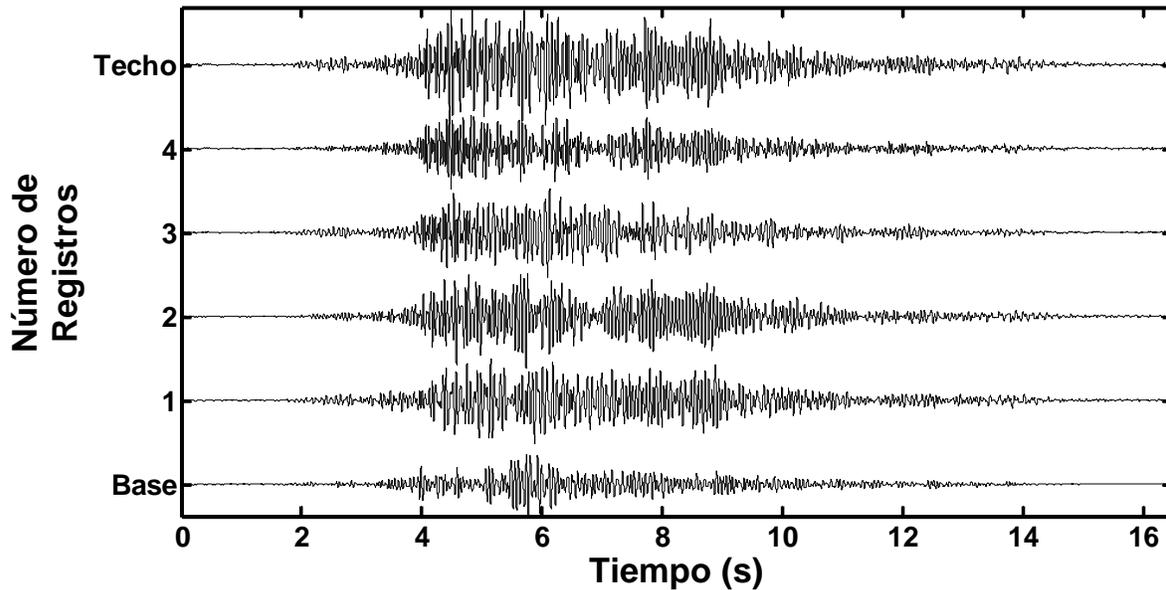


Figura 3.6 Registros sísmicos sintéticos después del filtrado. Los números 1, 2, 3 y 4 se refieren a los niveles del edificio.

Fuente: Autor.

En la Figura 3.6, se encuentran los registros sísmicos sintéticos después de filtrarlos; claramente, en estos, se observan diversos arribos muy semejantes a los registros sísmicos reales. Estos registros tienen una duración de 16.384 segundos, con un intervalo de muestreo de 0.001 segundos.



3.2 Deconvolución de registros sísmicos sintéticos.

Para deconvolucionar los registros sísmicos sintéticos (Figura 3.6), se sigue el procedimiento mostrado en la Figura 3.7. Primero, se transformaron los registros al dominio de la frecuencia por medio de la transformada de Fourier (FFT).

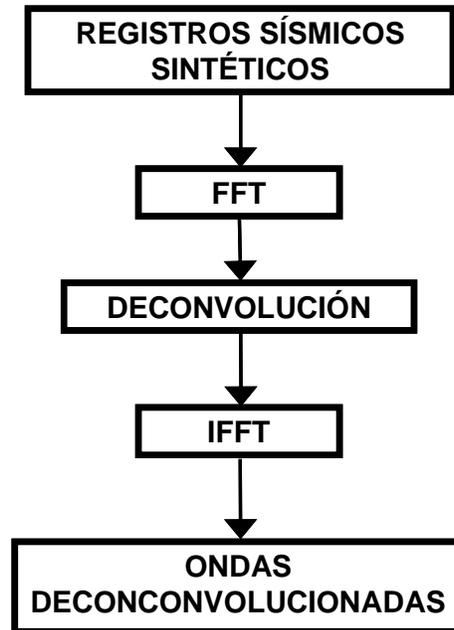


Figura 3.7 Pasos para realizar la deconvolución de registros sintéticos.

Fuente: Autor.

Para efectuar la deconvolución, se utilizó la ecuación (2.90). Primero, se realizó la deconvolución de todos los registros con respecto al registro de la base. En cuanto al valor del parámetro ε (epsilon), éste se consideró menor al 10% del promedio espectral correspondiente al registro de la base, como lo recomienda Snieder (2006a). Una vez realizada la deconvolución, se aplicó la IFFT para regresar al dominio del tiempo.

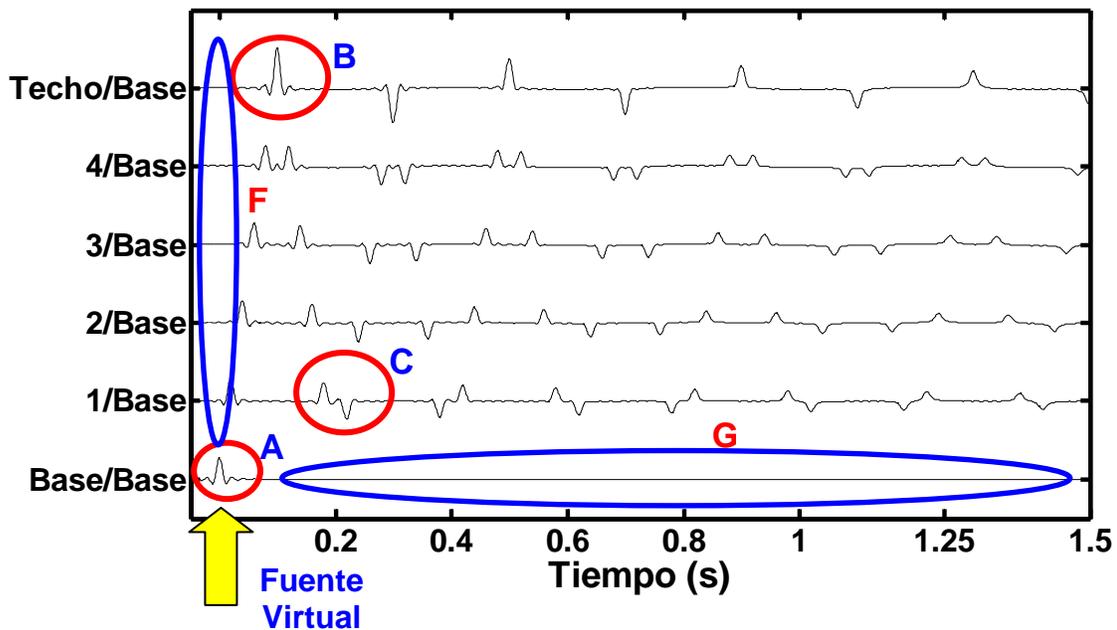


Figura 3.8 Ondas deconvolucionadas con respecto al registro de la base.
Fuente: Autor.

El resultado de la deconvolución de todos los registros con respecto al registro de la base se muestra en la Figura 3.8, en esta figura, se observan las reflexiones de las ondas sísmicas asociadas con el edificio. En otras palabras, la deconvolución cancela el efecto de la fuente sísmica y el efecto del suelo.

Los campos de ondas deconvolucionados se pueden interpretar como si hubieran sido generados en la base del edificio por una fuente virtual; por lo que, en la base sólo se presenta un “spike” (impulso unitario), producto de la deconvolución del registro de la base consigo mismo. Los registros deconvolucionados referentes a los otros niveles del edificio presentan una superposición de ondas ascendentes y descendentes en el caso de los primeros arribos. En los arribos tardíos el movimiento es dominado por resonancia monocromática. El “spike” observado en el registro de la base del edificio se propaga con la velocidad de las ondas SH . En el tiempo $t = 0$, el campo de ondas es diferente de cero únicamente en la base del edificio, lo cual significa que en ese momento el campo de ondas ha colapsado en un pulso (Calvert *et al.*, 2004).



El “spike” se propaga a través del edificio; en el techo, se genera una interacción constructiva entre el pulso que sube y el reflejado, como se observa en el círculo B de la Figura 3.8. A partir de la reflexión en el techo, la onda empieza a descender por el edificio hasta llegar a la base, donde sólo aparece un “spike” en $t = 0$. En el nivel 1, se observa un cambio de polaridad, entre la onda que descende y la que asciende (círculo C de la Figura 3.8); debido a ese cambio de polaridad, la amplitud de la onda reflejada es igual a cero en la base. Los campos deconvolucionados mostrados en la Figura 3.8 difieren de los campos de desplazamiento o de aceleración; en particular, la diferencia estriba en las condiciones de frontera a las que estos campos están sujetos. Esto se ilustra en la Figura 3.8, donde las interacciones destructivas observadas en la base del edificio denotan una frontera rígida; por el contrario, los arribos que se presentan en los registros originales denotan una frontera elástica en la base del edificio.

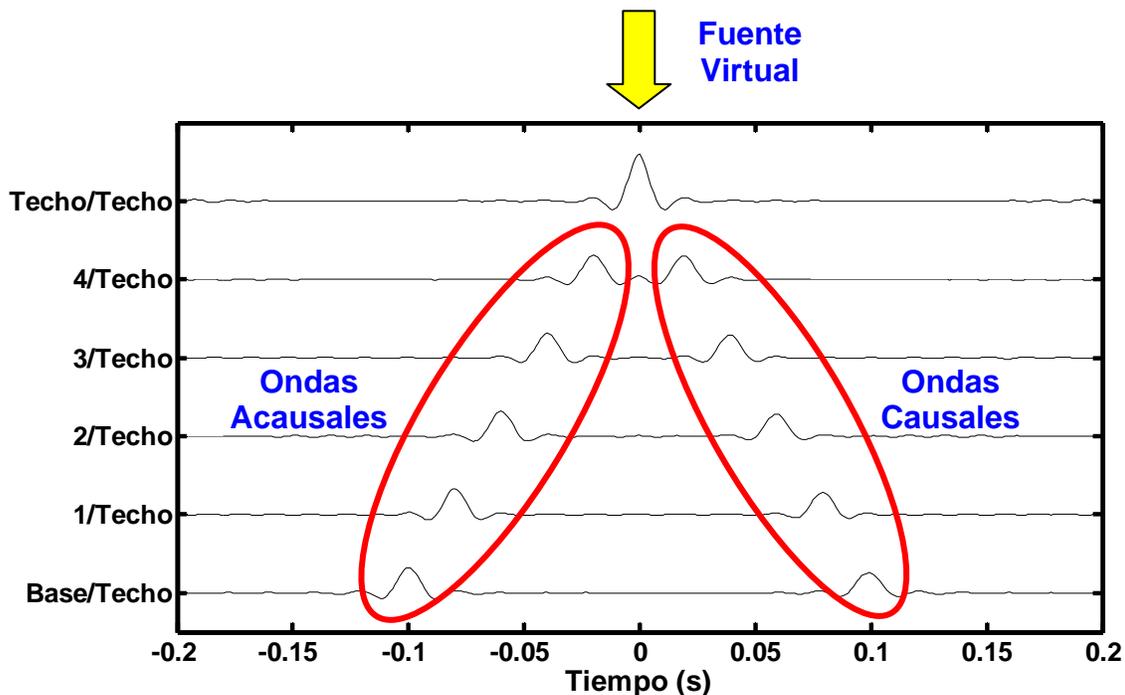


Figura 3.9 Deconvolución con respecto a la azotea.

Fuente: Autor.

El resultado de la deconvolución de todos los registros con respecto al registro del techo, se muestra en la Figura 3.9, donde se observan dos ondas; la primera es



acausal (tiempos negativos) y la segunda es causal (tiempos positivos). Esto se puede interpretar como si los campos de ondas deconvolucionados hubieran sido generados por una fuente virtual, ubicada en el techo del edificio, como lo ilustra la flecha amarilla en la Figura 3.9. Dicha deconvolución cumple con todas las propiedades descritas anteriormente. Este campo de ondas presenta arribos claros y simples, en contraste con el campo de ondas obtenido por la deconvolución con respecto al movimiento de la base del edificio. A partir de estos arribos se puede estimar la velocidad de propagación de ondas *SH* en el edificio.

3.3 Registros analizados

Se analizaron 13 eventos sísmicos, los cuales fueron seleccionados de la Base Mexicana de Sismos Fuertes. Los acelerogramas elegidos corresponden a eventos detectados en la base y el techo del edificio “Lara Sosa” ubicado en el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP); la estructura tiene una altura de 19.9 metros, como se ilustra en la Figura 3.10. Cada registro contiene tres componentes (NW, NE y Vertical); en este trabajo, únicamente, se analizó la componente horizontal NW.

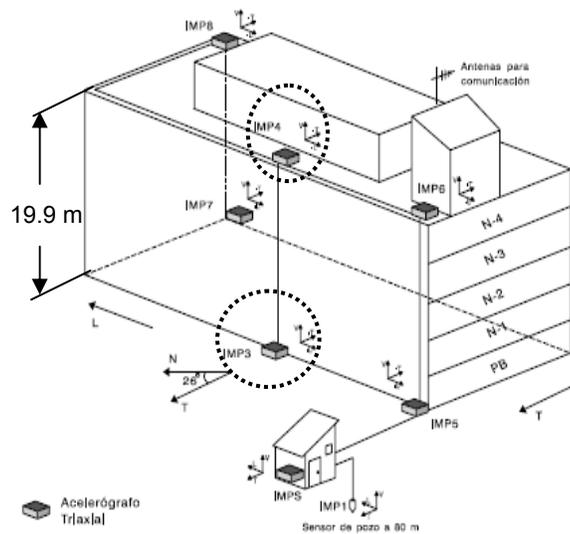


Figura 3.10 Instrumentación del edificio “Lara Sosa”.

Fuente: CENAPRED



Características generales de los registros

Los acelerogramas fueron seleccionados de la Base Mexicana de Sismos Fuertes (BMDSF, 2000), se encuentran en el formato denominado BMDSF-2. Este formato presenta una cabecera con información útil para el tratamiento posterior de los registros (Figura 3.11); por ejemplo, este formato contiene el intervalo de muestreo y el número total de muestras. Se utilizó la plataforma Matlab[®] para el procesamiento de los registros reales. Cabe mencionar que se adicionaron ceros en algunos registros para cumplir con la regla de 2^n muestras, y así poder aplicar la transformada rápida de Fourier (FFT). Cabe señalar que los 13 acelerogramas analizados fueron el resultado de un proceso de selección en el que se consideró la calidad de los mismos y la relación señal-ruido; de estos, se eligió el registro del 23 de mayo de 1994 para ejemplificar la aplicación de la deconvolución. En la Tabla 4, se presenta la magnitud, fecha y número de muestras de los sismos seleccionados.

Tabla 4 Eventos sísmicos detectados en el edificio "Lara Sosa".

No	Fecha del sismo	Magnitud	Número de muestras
1	15-Jun-99	$M_b = 6.4 / M_s = 6.5$	18048
2	30-May-99	$M_b = 4.4 / M_c = 4.6$	14976
3	03-Feb-98	$M_b = 6.0 / M_s = 6.2 / M_c = 6.4$	12885
4	11-Ene-97	$M_b = 6.5 / M_s = 5.9$	18304
5	15-Jul-96	$M_b = 5.7 / M_s = 6.5 / M_c = 6.0$	15488
6	30-Oct-95	$M_s = 5.0 / M_b = 4.9 / M_c = 5.3$	7082
7	09-Oct-95	$M_s = 6.5 / M_b = 7.3 / M_c = 7.5$	17322
8	10-Dic-94	$M_c = 6.3$	16213
9	04-Jul-94	$M_c = 5.9$	7594
10	23-May-94	$M_c = 5.6$	13909
11	29-Jul-93	$M_c = 4.55$	7851



12	07-Jul-92	$M_c = 4.9$	3968
13	01-Abril-91	$M_c = 4.9$	6613

```

*****
CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES (CENAPRED)
Coordinación de Instrumentación Sísmica
Av. Delfin Madrigal No. 665, Col. Santo Domingo, C.P. 04360, México, D.F.
Tels.: 606-8837, 606-9156, 606-9942, 606-7956, 606-9837. FAX: 606-1608
*****
ARCHIVO ESTANDAR DE ACELERACION:
VERSION DEL FORMATO : 2.0
NOMBRE DEL ARCHIVO : IMP49412.101
FECHA Y HORA DE CREACION : 18 de Enero de 1996/13:45:12
REF. CATALOGO ACELEROGRAMAS, SMIS 1995 : NUM. REG. /PAG.
-----
DATOS DE LA ESTACION:
NOMBRE DE LA ESTACION : ESTACION No.15, IMP, azotea Edif.
CLAVE DE LA ESTACION : IMP4
LOCALIZACION DE LA ESTACION : Av. 100 Metros, Esq. Pte. 134,
: Edif. "LARA SOSA" interior del IMP,
: Del. Azcapotzalco, Mexico, D.F.
COORDENADAS DE LA ESTACION : 19.4885 LAT. N
: 99.1489 LONG. W
ALTITUD (msnm) : 2230
TIPO DE SUELO : Edificio
INSTITUCION RESPONSABLE : CENAPRED
-----
DATOS DEL ACELEROGRAFO:
MODELO DEL ACELEROGRAFO : SMAC-MD
NUMERO DE SERIE DEL ACELEROGRAFO : 30024
NUMERO DE CANALES : 3
ORIENTACION C1-C6 (rumbo;orientacion) : /N26W;-T/N64E;-L/V;+V
ORIENTACION C7-C12 (rumbo;orientacion) :
VEL. DE MUESTREO, C1-C6 (muestras/s) : /100/100/100
VEL. DE MUESTREO, C7-C12 (muestras/s) :
ESC. COMPLETA DE SENSORES, C1-C6, (g) : /1/1/1
ESC. COMPLETA DE SENSORES, C7-C12, (g) :
FREC. NAT. DE SENSORES, C1-C6, (Hz) : /30/30/30
FREC. NAT. DE SENSORES, C7-C12, (Hz) :
AMORTIGUAMIENTO DE SENSORES, C1-C6 : /0.7/0.7/0.7
AMORTIGUAMIENTO DE SENSORES, C7-C12 :
INTERVALO DE MUESTREO, C1-C6, (s) : /0.01/0.01/0.01
INTERVALO DE MUESTREO, C7-C12, (s) :
UMBRAL DE DISPARO, C1-C6, (Gal) : /4/4/4
UMBRAL DE DISPARO, C7-C12, (Gal) :
MEMORIA DE PREEVENTO (s) : 30
TIEMPO DE POSEVENTO (s) : 60
-----
DATOS DEL SISMO:
FECHA DEL SISMO (GMT) : 10 de diciembre, 1994
HORA EPICENTRO (GMT) : 16:17:40.9
MAGNITUD(ES) : /Mc=6.3
COORDENADAS DEL EPICENTRO : 18.02 LAT. N;101.56 LONG. W
PROFUNDIDAD FOCAL (km) : 20
FUENTE DE LOS DATOS EPICENTRALES : SSN
: Instituto de Geofisica, UNAM
-----
DATOS DE ESTE REGISTRO:
HORA DE LA PRIMER MUESTRA (GMT) : 16:18:06.5
EXACTITUD DEL TIEMPO (s) : 0.1
DURACION DEL REGISTRO (s), C1-C6 : /162.13/162.13/162.13
DURACION DEL REGISTRO (s), C7-C12 :
NUM. TOTAL DE MUESTRAS, C1-C6 : /16213/16213/16213
NUM. TOTAL DE MUESTRAS, C7-C12 :
ACEL. MAX. (Gal), C1-C6 : /-14.04/-44.16/-2.78
ACEL. MAX., C1-C6, EN LA MUESTRA : /7186/7326/3730
ACEL. MAX. (Gal), C7-C12 :
ACEL. MAX., C7-C12, EN LA MUESTRA :
UNIDADES DE LOS DATOS : Gal (cm/s/s)
FACTOR DE DECIMACION : 1
FORMATO DATOS (FORTRAN,10 campos/dato) : 3F10.2
-----
CALIDAD DEL ACELEROGRAMA:
Registro digital completo. Tiempo absoluto correcto.

```

Figura 3.11 Encabezado de un registro; el formato de los acelerogramas es BMDSF-2.



3.4 Deconvolución de un evento sísmico real; caso IMP.

La deconvolución de registros sísmicos reales se realizó siguiendo el procedimiento aplicado a los registros sísmicos sintéticos (aunque en el caso de los registros reales, el ruido es un factor importante); éste procedimiento se ilustra en la Figura 3.12.

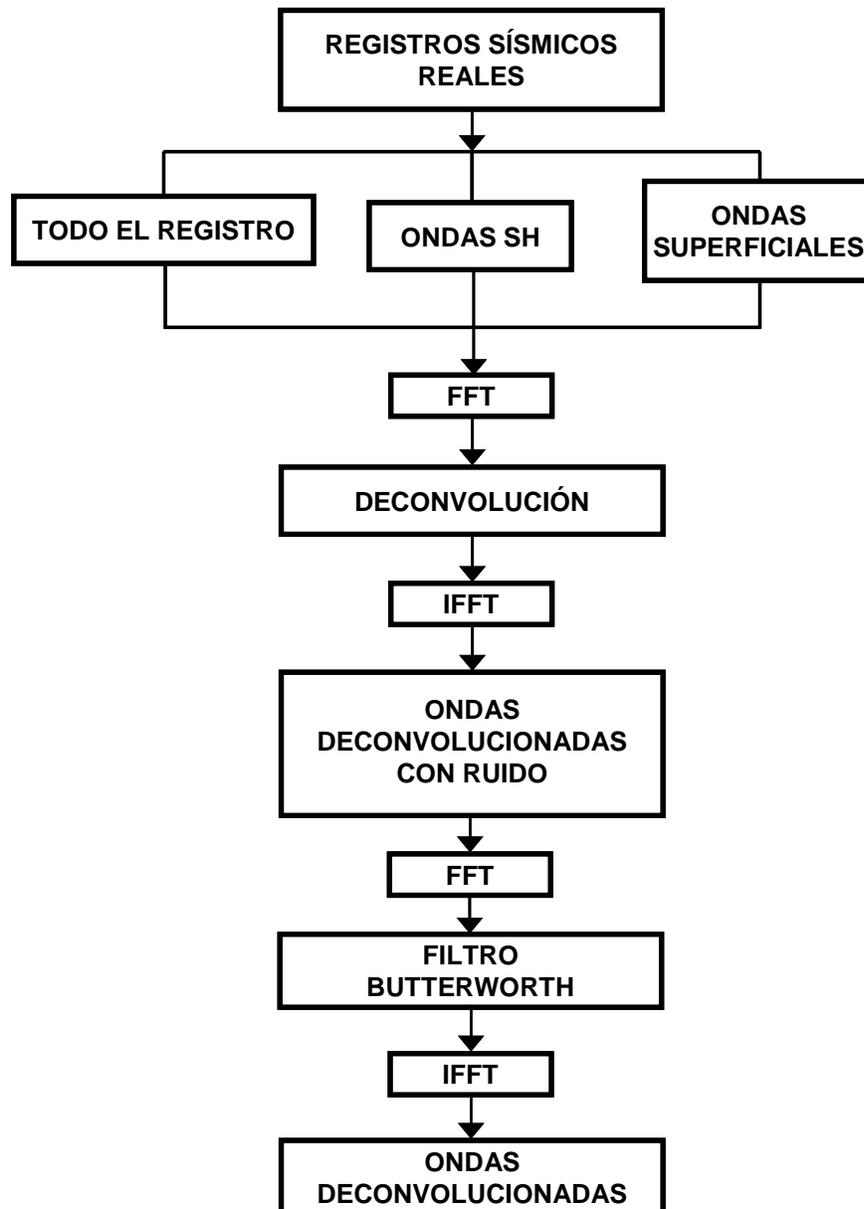


Figura 3.12 Procedimiento para deconvolucionar registros sísmicos reales.
Fuente: Autor.



Se seleccionó el registro correspondiente al evento sísmico del 23 de mayo de 1994, con una magnitud de 5.6 (M_c). Este evento fue registrado en el techo y en la base del edificio “Lara Sosa”; en la Figura 3.13, se muestran las aceleraciones registradas en la base y el techo de este edificio. Los registros tienen un intervalo de muestreo de 0.01 segundos, con 13909 muestras. Para aplicar la transformada de Fourier (FFT), se agregaron ceros a los registros con la finalidad de cumplir la regla de 2^n muestras; como consecuencia, el número total de muestras después de incluir ceros en los registros es de 16384.

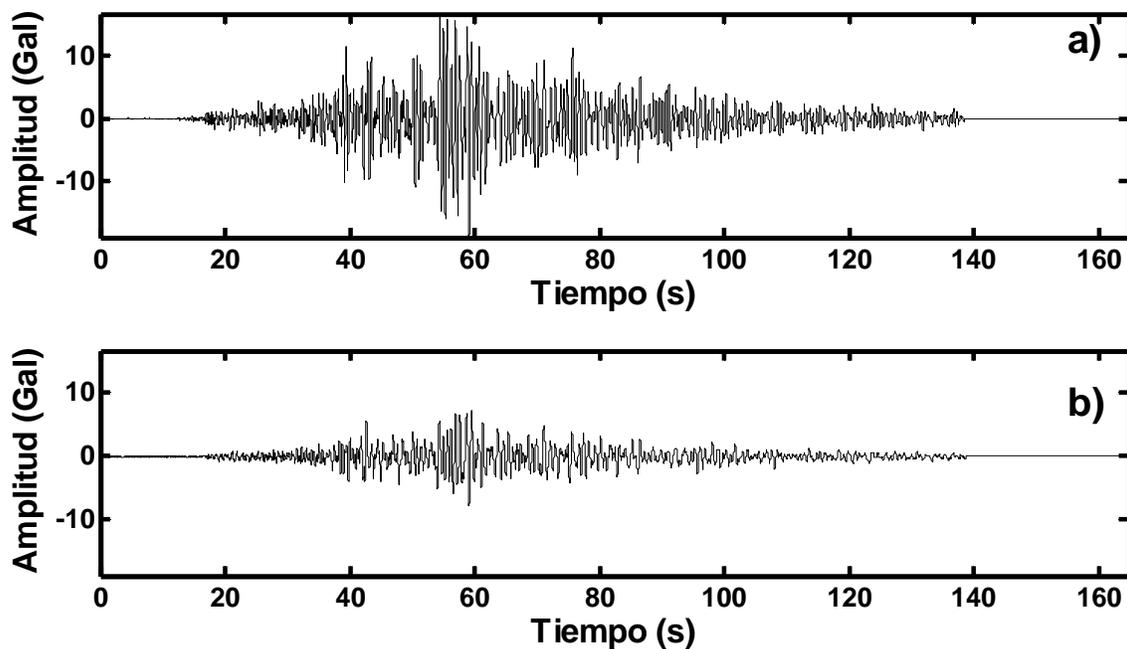


Figura 3.13 Aceleraciones registradas en el edificio “Lara Sosa”; componente NW; a) acelerograma techo y b) acelerograma base.

Considerando todas las muestras, se realizó la deconvolución con respecto al movimiento de la base, utilizando la ecuación (2.90). En cuanto al valor del parámetro ε , este se consideró menor al 10% del promedio espectral del registro de la base (Snieder, 2006a). Una vez realizada la deconvolución, se aplicó la IFFT para retornar al dominio del tiempo, el resultado de esta operación se muestra en la Figura 3.14.

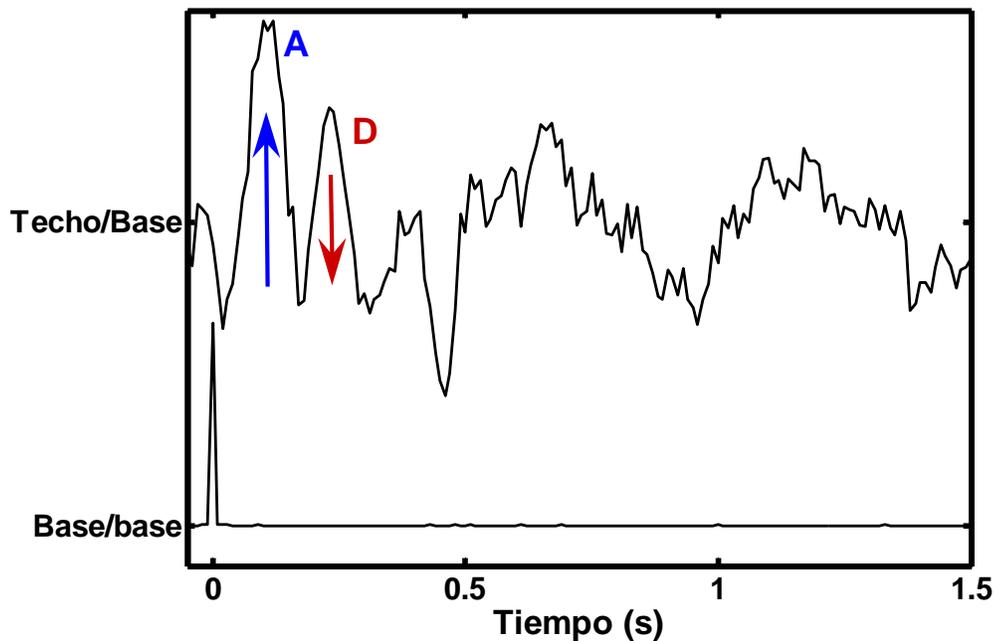


Figura 3.14 Deconvolución de los registros mostrados en la Figura 3.13 con respecto al registro de la base. La onda ascendente está denotada por la letra A y la onda descendente por la letra D.

Fuente: Autor.

Al igual que en la deconvolución de registros sintéticos (Figura 3.8), se observa como la deconvolución del registro de la base consigo mismo genera un “spike”. En la traza deconvolucionada correspondiente al techo, se ubican dos arribos claramente definidos, que pueden interpretarse como una onda ascendente y una onda descendente; el resto de los arribos son el resultado de resonancia monocromática, esto se ilustra en la Figura 3.14. Estos resultados muestran que efectivamente la deconvolución cancela la respuesta del suelo, el efecto de la excitación y la respuesta del instrumento de grabación; además, enfatizan el hecho de que la deconvolución de un registro consigo mismo genera una fuente virtual. Cabe resaltar que el edificio “Lara Sosa” está desplantado sobre un suelo extremadamente complejo, donde se han observado efectos de sitio muy importantes.

Para eliminar el ruido asociado con frecuencias altas, y que se puede observar en la (Figura 3.15), se aplicó un filtro tipo Butterworth de orden 10; para este caso, se eligió una frecuencia de corte igual a 13 Hz. Estos parámetros se determinaron analizando el contenido de frecuencias de los registros sísmicos.

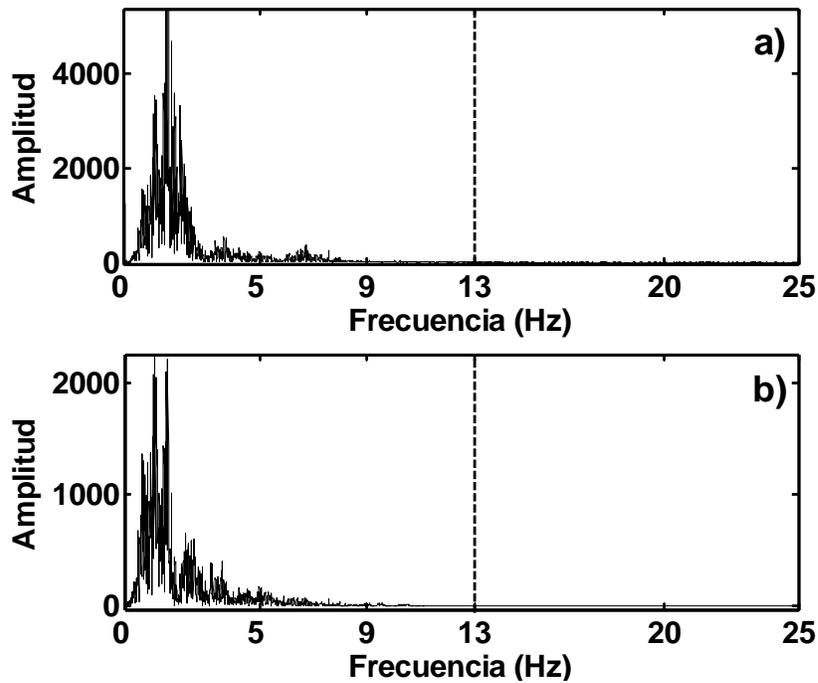


Figura 3.15 Espectros de amplitudes de los registros sísmicos mostrados en la Figura 3.13;
a) espectro del registro del techo y b) espectro del registro de base.

Fuente: Autor.

Después de aplicar el filtro a los registros sísmicos, deconvolucionamos en el dominio de la frecuencia. En la Figura 3.16, se observan los campos deconvolucionados ya filtrados.

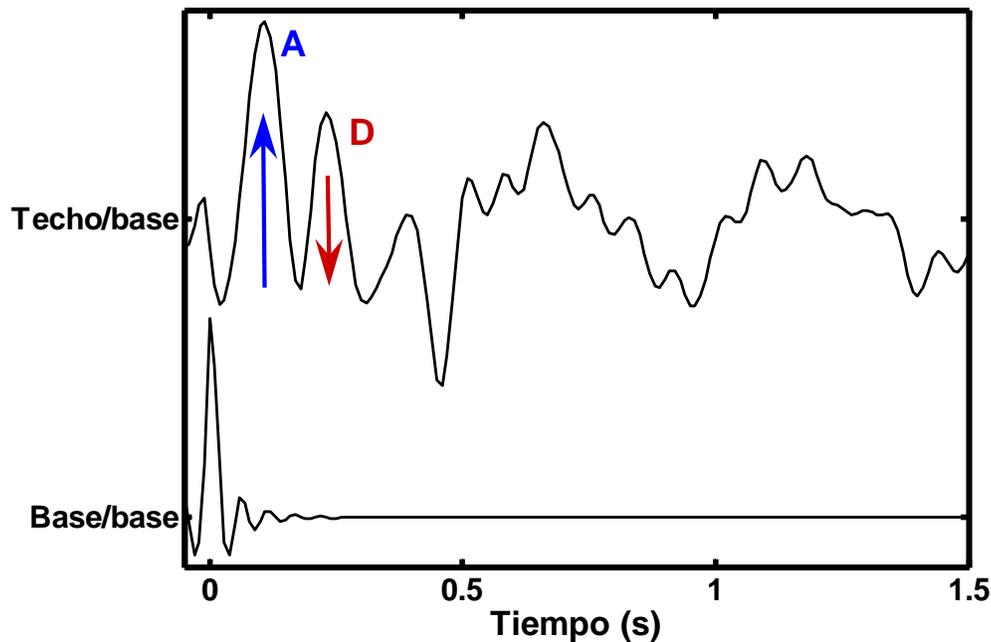


Figura 3.16 Ondas deconvolucionadas con respecto al registro de la base; en este caso, se aplicó un filtro Butterworth a los acelerogramas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente.

Fuente: Autor.

Posteriormente, se realizó la deconvolución con respecto al registro del techo siguiendo el procedimiento descrito en el ejemplo anterior, sólo que en esta deconvolución el valor del parámetro ε se consideró menor al 10% del promedio espectral correspondiente al registro del techo (Snieder, 2006a).

En la Figura 3.17, se muestra el resultado de la deconvolución; al igual que en el caso de los registros sísmicos sintéticos se presentan dos ondas: una ascendente y otra descendente. En el caso de los registros reales, estas ondas se observan claramente en la traza deconvolucionada correspondiente a la base, mientras que en el techo sólo se presenta un “*spike*” (función delta). Con esto, se corrobora que la deconvolución permite cancelar el efecto del suelo, la excitación sísmica y la respuesta del instrumento de grabación. En las trazas deconvolucionadas, se puede observar ruido asociado con altas frecuencias.

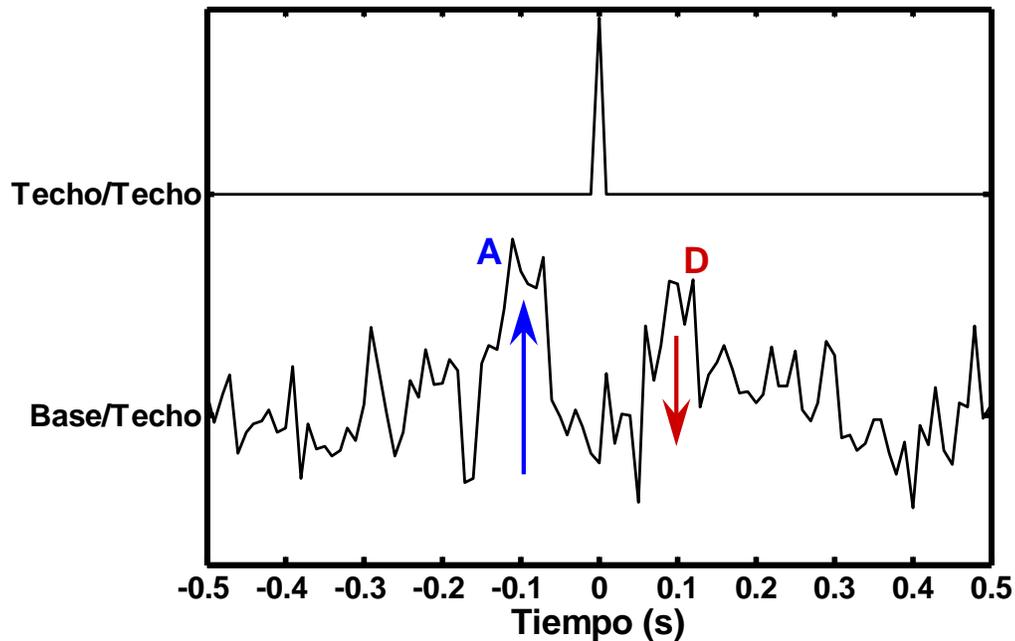


Figura 3.17 Deconvolución de los registros mostrados en la Figura 3.13 con respecto al registro del techo. La **A** denota la onda ascendente y **D** la onda descendente.

Fuente: Autor.

Para eliminar el ruido en las trazas deconvolucionadas, se aplicó el filtro Butterworth descrito en el ejemplo anterior. Las trazas ya filtradas se muestran en la Figura 3.18, en donde se observan los arribos mejor definidos; la onda ascendente presenta mayor amplitud que la descendente, esto denota atenuación o disipación de energía sísmica durante la propagación. La onda ascendente tiene un tiempo de arribo de 0.09 segundos y la descendente de 0.1 segundos.

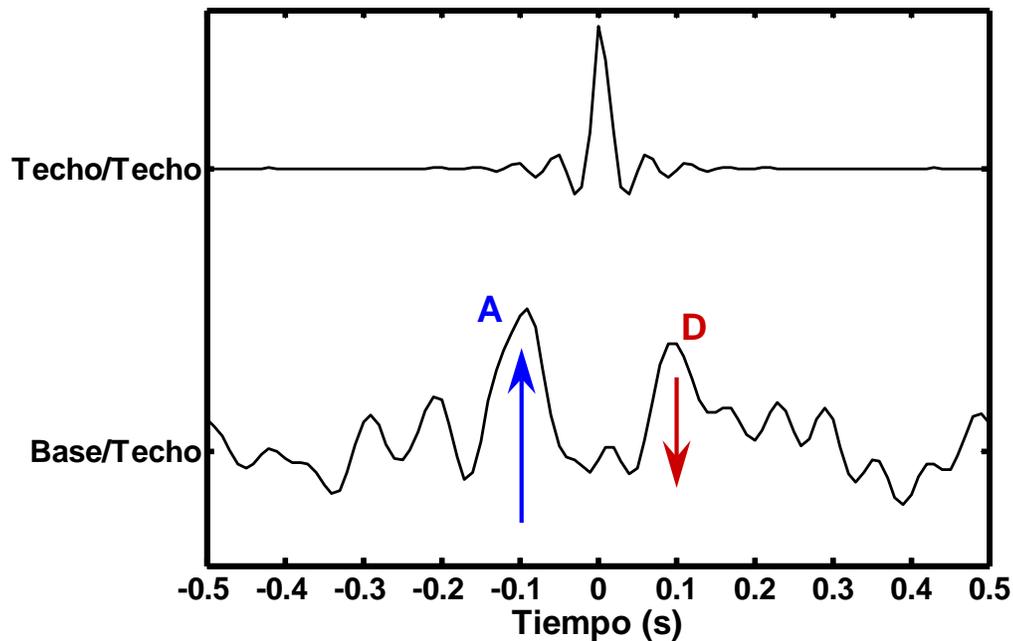


Figura 3.18 Trazas deconvolucionadas ya filtradas; se aplicó un filtro Butterworth. La onda ascendente está denotada por la letra **A** y la onda descendente por la letra **D**.

Fuente: Autor.

3.4.1 Deconvolución de ondas SH y superficiales.

De igual forma como se efectuó la deconvolución con respecto al movimiento del techo, considerando todo el contenido de los registros sísmicos, se realizó la deconvolución utilizando las ventanas correspondientes a las ondas SH y superficiales. En esta parte, sólo se presenta la deconvolución con respecto al registro del techo porque es la que proporciona arribos mejor definidos. Primero, se seleccionó del registro de la Figura 3.13 el intervalo de las ondas SH, el cual fue seleccionado observando la diferencia de amplitudes con respecto a las ondas P y superficiales; esta ventana inicia en 33 segundos, y tiene una duración de 40.96 segundos. El intervalo se ilustra en la Figura 3.19.

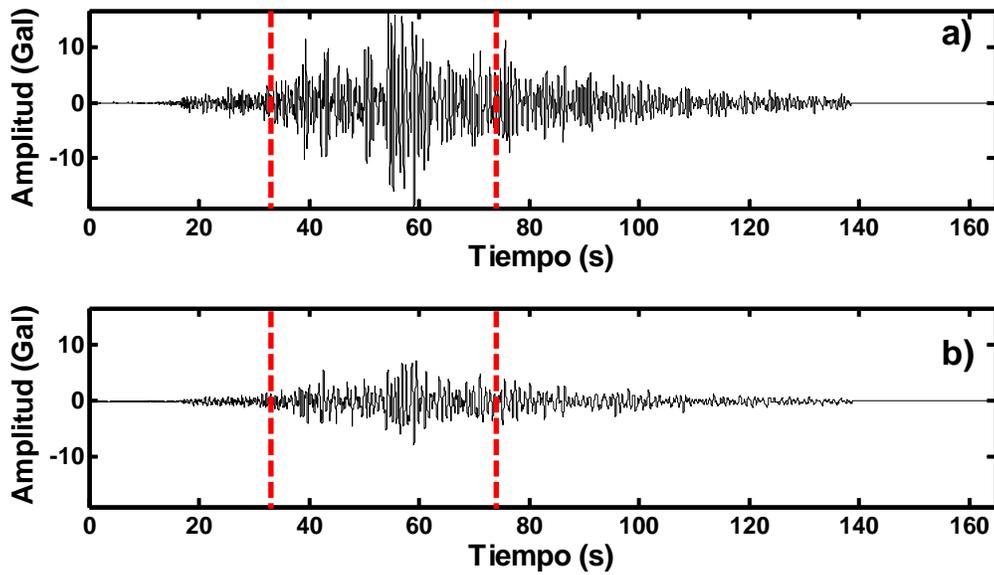


Figura 3.19 Intervalo de la onda SH; a) registro del techo y b) registro de la base.

Posteriormente, se realizó la deconvolución de las ondas SH con respecto a las aceleraciones producidas por ondas de corte en el techo; el resultado de la deconvolución se muestra en la Figura 3.20.

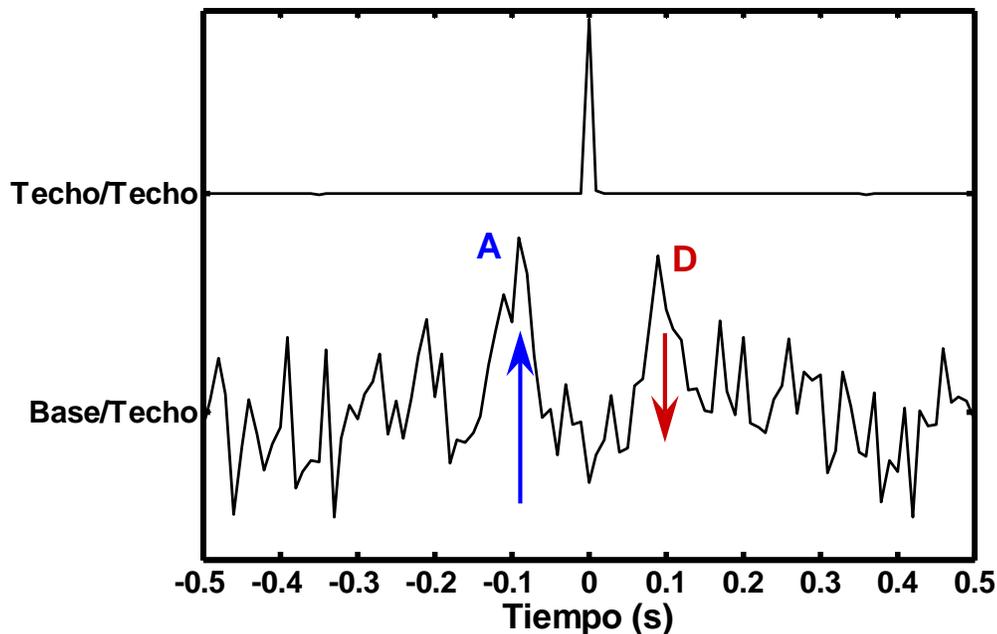


Figura 3.20 Deconvolución de las ondas SH con respecto al movimiento del techo. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente.

Fuente: Autor.

A partir de la deconvolución de las ondas SH, se obtuvieron dos ondas: una ascendente y otra descendente, como se ilustra en la Figura 3.20. Para eliminar el

ruido en los registros, se aplicó el filtro tipo Butterworth descrito en la sección anterior. Los registros deconvolucionados ya filtrados, se presentan en la Figura 3.21.

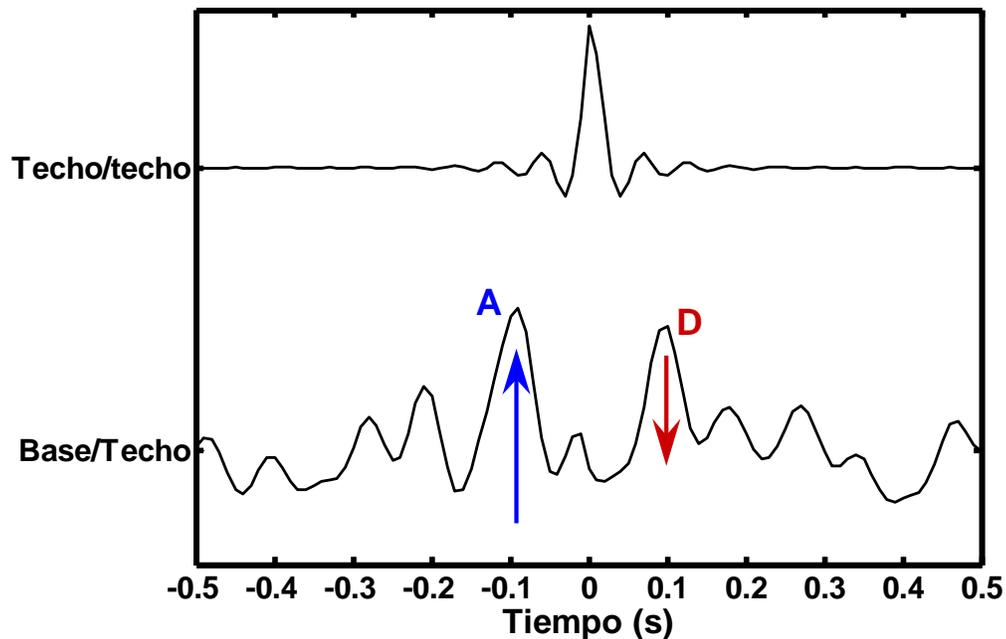


Figura 3.21 Ondas *SH* deconvolucionadas y filtradas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la descendente.
Fuente: Autor.

La deconvolución de las ondas *SH* con respecto al movimiento del techo genera una onda ascendente y otra descendente.

Para la deconvolución de las ondas superficiales, se siguió el procedimiento descrito en el ejemplo anterior. El intervalo de las ondas superficiales inicia en 80 segundos, y tiene una duración de 81.92 segundos; este intervalo, se muestra en la Figura 3.22. La deconvolución con respecto al movimiento producido por ondas superficiales en el techo se presenta en la Figura 3.23; en la Figura 3.24 se muestran las trazas deconvolucionadas ya filtradas; cabe mencionar que se usó un filtro tipo Butterworth de orden 10; se eligió una frecuencia de corte igual a 7 Hz.

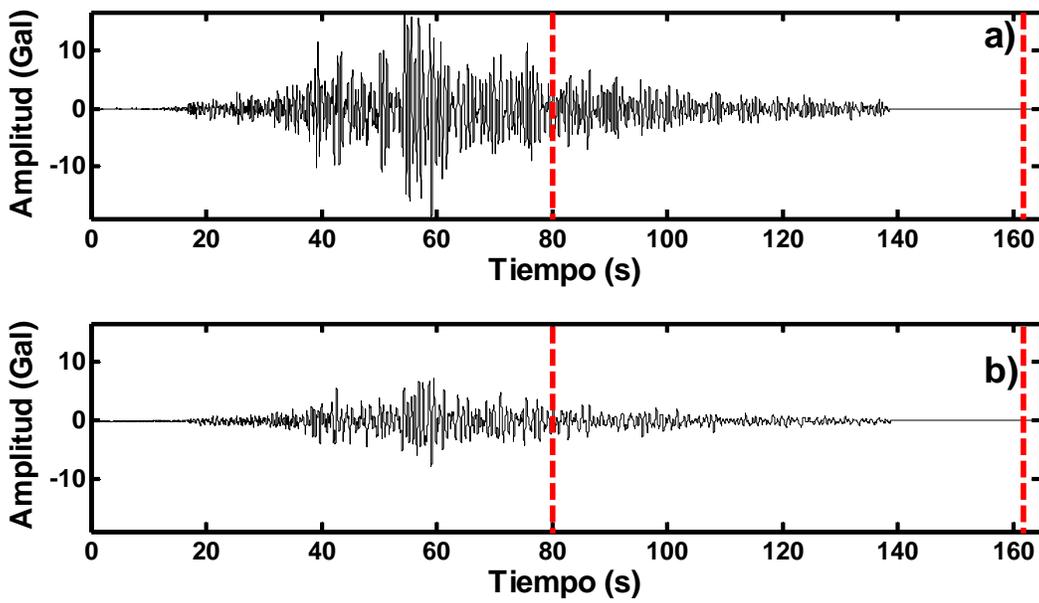


Figura 3.22 Intervalo de las ondas superficiales; a) registro del techo y b) registro de la base.
 Fuente: Autor.

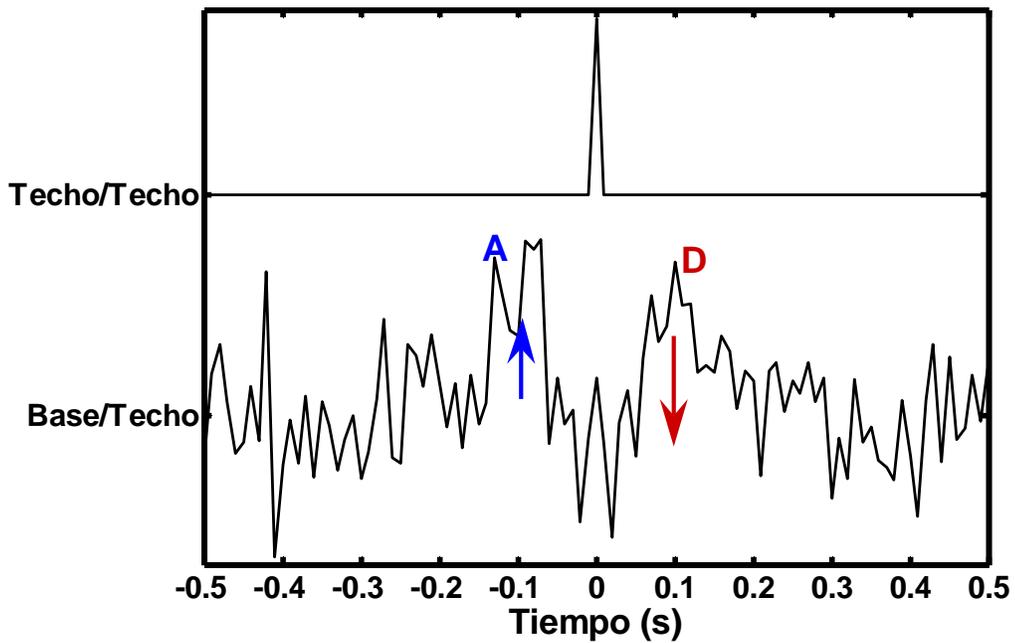


Figura 3.23 Ondas superficiales deconvolucionadas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente.
 Fuente: Autor.

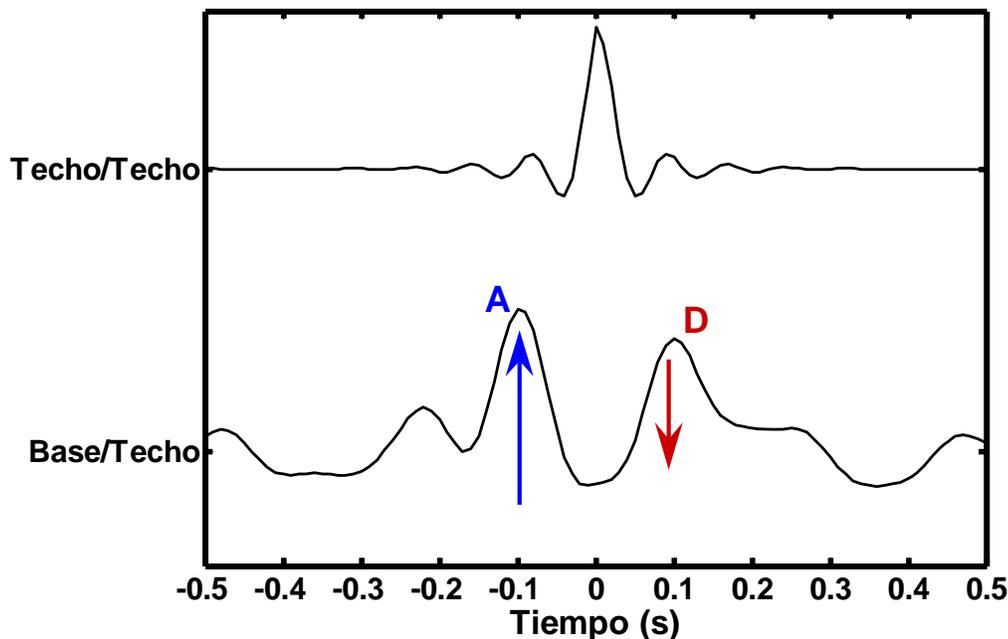


Figura 3.24 Ondas superficiales deconvolucionadas y filtradas. La **A** denota a la onda ascendente y la **D** a la onda descendente.

Fuente: Autor.

Al igual que en el caso de las ondas SH , en las trazas deconvolucionadas correspondientes a las ondas superficiales, la onda ascendente tiene mayor amplitud. Lo que denota disipación de la energía sísmica durante la propagación.

A partir de los tiempos de arribo de las ondas, se obtuvieron las velocidades de propagación de las ondas SH y superficiales.

3.6 Estimación del factor de calidad.

A continuación se describe el procedimiento para estimar el factor de calidad:

1. Se selecciona de los registros sísmicos, de la base y del techo, el intervalo correspondiente a las ondas SH .
2. Se deconvolucionan los intervalos seleccionados con respecto a las aceleraciones generadas por ondas SH en la base del edificio, utilizando la ecuación (2.90).



3. Se obtiene el espectro de amplitudes del cociente espectral descrito en el punto anterior.
4. Se calcula el valor absoluto de la función de transferencia dada por la ecuación (2.142). Los datos que se introducen en la ecuación (2.142) son: la velocidad de las ondas SH (obtenida a partir de la deconvolución de ondas), la altura de edificio y un valor inicial para el factor de calidad Q .
5. Se compara el espectro de amplitudes correspondiente al punto 3 con el valor absoluto de la función de transferencia, y se minimiza la diferencia que se pueda detectar en los valores, real y modelado, de la frecuencia característica.
6. Posteriormente, se empata la amplitud del pico correspondiente a la frecuencia característica, variando el valor de Q (factor de calidad).

CAPÍTULO 4 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4.1 Estimación de la velocidad de propagación.

La deconvolución con respecto al registro del techo genera una superposición de ondas; una ascendente y otra descendente, claramente separadas y definidas (Figura 4.1). La deconvolución con respecto al registro de la base del edificio da lugar a resonancia monocromática. Las ondas deconvolucionadas son independientes de la respuesta del instrumento de grabación, de la excitación sísmica y de la respuesta del suelo. En la Figura 4.1, se ilustra la deconvolución con respecto al movimiento del techo del edificio. En dicha figura, se muestran las deconvoluciones de las ondas *SH*, superficiales, así como también, la deconvolución de los registros completos. Cabe resaltar que para los tres intervalos deconvolucionados, las ondas presentaron tiempos de arribo similares, lo cual indica que para la magnitud del sismo analizado el edificio responde linealmente.

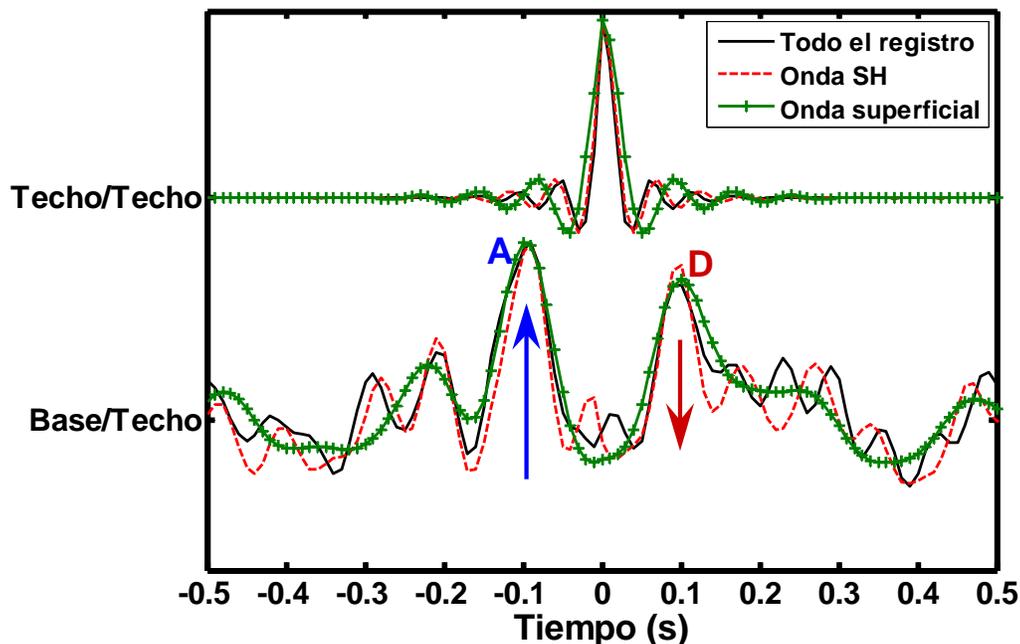


Figura 4.1 Deconvoluciones con respecto al registro del techo para los intervalos correspondientes a las ondas *SH*, superficiales y todo el registro. Se usó el evento sísmico del 23 de mayo de 1994, el cual fue registrado en el edificio "Lara Sosa".

Fuente: Autor.



En la Figura 4.1, se observa que la amplitud de la onda que asciende es mayor. Esto se debe a la presencia de un medio atenuante, que en este caso es el edificio.

El tiempo de arribo de las ondas deconvolucionadas se calculó a partir de la máxima amplitud de éstas. Los tiempos de arribo se muestran en la Figura 4.1. Se utilizaron tiempos de arribo promedio para calcular velocidades de propagación de ondas *SH* y Rayleigh.

Para estimar velocidades de propagación, se seleccionaron los 13 eventos sísmicos registrados en el edificio “Lara Sosa” (Tabla 4). Estos se deconvolucionaron con respecto al movimiento del techo, considerando todo el contenido de los registros, el intervalo de las ondas *SH* y el de las ondas superficiales. Las velocidades estimadas para los tres intervalos se presentan en la Tabla 5.



Tabla 5 Velocidades de propagación y tiempos de arribo para diferentes sismos registrados en el edificio "Lara Sosa".

Fecha	Deconvolución con respecto al movimiento del techo, utilizando todo el contenido del acelerograma		Deconvolución con respecto a las aceleraciones producidas por ondas SH en el techo.		Deconvolución con respecto a las aceleraciones producidas por ondas superficiales en el techo.	
	Velocidad (m/s)	Tiempo de arribo (s)	Velocidad (m/s)	Tiempo de arribo (s)	Velocidad (m/s)	Tiempo de arribo (s)
15-Jun-99	199	0.100	173.04	0.115	180.9	0.110
30-May-99	180.9	0.110	180.9	0.110	180.9	0.110
03-Feb-98	180.9	0.110	180.9	0.110		
11-Ene-97	189.52	0.105	180.9	0.110	173.04	0.115
15-Jul-96	173.04	0.115	180.9	0.110	180.9	0.110
30-Oct-95	173.04	0.115	173.04	0.115	173.04	0.115
09-Oct-95	180.9	0.110	189.52	0.105	189.52	0.105
10-Dic-94	180.9	0.110	189.52	0.105	180.9	0.110
04-Jul-94	189.52	0.105	180.9	0.110	199	0.100
23-May-94	199	0.100	189.52	0.105	199	0.100
29-Jul-93	189.52	0.105	189.52	0.105	180.9	0.110
07-Jul-92	199	0.100				
01-Abr-91	199	0.100	189.52	0.105	165.83	0.12
Promedio	<u>187.25</u>	<u>0.1065</u>	<u>183.18</u>	<u>0.1088</u>	<u>182.18</u>	<u>0.1095</u>
Desviación estándar	<u>9.7162</u>	<u>0.0055</u>	<u>6.2712</u>	<u>0.0037</u>	<u>10.3068</u>	<u>0.0061</u>

A partir de los datos presentados en la Tabla 5, se concluye que las tres velocidades promedio son muy similares, lo mismo sucede con los tiempos de arribo. Si se hubiera observado una diferencia importante entre las velocidades de propagación correspondientes a los tres intervalos, el comportamiento sísmico del edificio se hubiera considerado no lineal (Todorovska, 2001). Para un sólido de *Poisson*, la



velocidad de propagación de las ondas SH es siempre mayor a la velocidad de las ondas superficiales. Lo que denota, también, linealidad.

También, se estimaron velocidades de propagación usando la deconvolución con respecto a las aceleraciones de la base; se usaron los tiempos de arribo de la primera onda que se observa en las trazas deconvolucionadas, como se ilustra en la Figura 4.2. En este caso, el tiempo de arribo es de 0.11 segundos.

En la Tabla 6, se muestran las velocidades y tiempos de arribo de las ondas deconvolucionadas con respecto al movimiento de la base. Las velocidades promedio son 179.75 m/s y 175.7 m/s para las ondas SH y superficiales. La velocidad promedio utilizando los registros completos es 180.27 m/s.

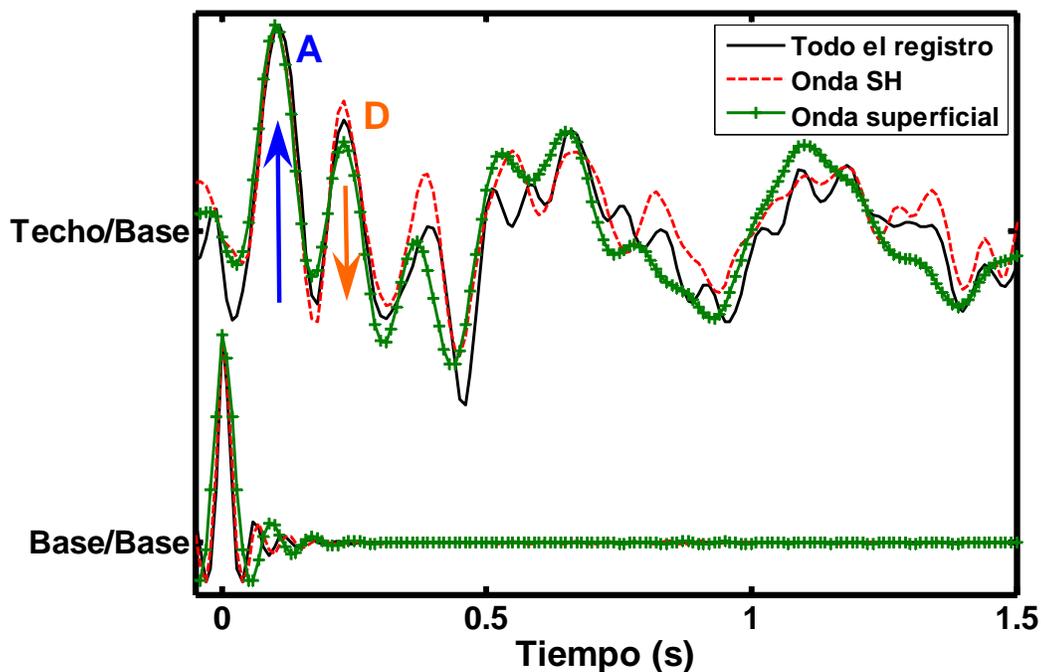


Figura 4.2 Ondas deconvolucionadas con respecto al registro de la base del edificio "Lara Sosa", usando los intervalos de las ondas SH y superficiales; también se consideró la deconvolución de los registros completos.

Fuente: Autor.



Tabla 6 Velocidades de propagación y tiempos de arribo para diferentes sismos registrados en el edificio "Lara Sosa". Parámetros calculados a partir de la deconvolución con respecto al registro de la base.

Fecha	Deconvolución con respecto al movimiento de la base del edificio, utilizando todo el contenido del acelerograma		Deconvolución con respecto a las aceleraciones producidas por ondas SH en la base del edificio		Deconvolución con respecto a las aceleraciones producidas por ondas superficiales en la base del edificio	
	Velocidad (m/s)	Tiempo de arribo (s)	Velocidad (m/s)	Tiempo de arribo (s)	Velocidad (m/s)	Tiempo de arribo (s)
15-Jun-99	199	0.100	180	0.11	165.83	0.1100.12
30-May-99	173.04	0.115	180.9	0.110	180.9	0.110
03-Feb-98	180.9	0.110	180.9	0.110		
11-Ene-97	180.9	0.11	199.01	0.1	165.83	0.12
15-Jul-96	165.83	0.12	180.9	0.110	165.83	0.12
30-Oct-95	165.83	0.12	180.9	0.11	165.83	0.12
09-Oct-95	165.83	0.12	165.83	0.12	165.83	0.12
10-Dic-94	180.9	0.110	165	0.12	180.9	0.110
04-Jul-94	189.52	0.105	180.9	0.110	199	0.100
23-May-94	180.9	0.11	180.9	0.11	180.9	0.11
29-Jul-93	180.9	0.11	180.9	0.11	180.9	0.110
07-Jul-92	199	0.100				
01-Abr-91	180.9	0.11	180.9	0.11	180.9	0.11
Promedio	<u>180.27</u>	<u>0.1108</u>	<u>179.75</u>	<u>0.1108</u>	<u>175.7</u>	<u>0.113</u>
Desviación estándar	<u>11.06</u>	<u>0.0067</u>	<u>8.49</u>	<u>0.0051</u>	<u>10.79</u>	<u>0.0067</u>

Comparando las Tablas 5 y 6, se observa una diferencia del orden de 1.87% en las velocidades promedio estimadas tomando en cuenta el intervalo de las ondas SH, y una diferencia de 3.55% si se considera el intervalo de las ondas superficiales. La



diferencia entre las velocidades estimadas considerando los registros completos es de 3.72%. Estas diferencias se deben a diversos factores; en las trazas deconvolucionadas con respecto al registro de la base (Figura 4.2), las ondas pueden estar contaminadas con ruido; por el contrario, en el caso de la deconvolución con respecto al registro del techo (Figura 4.1), las ondas deconvolucionadas son más claras y simples.

Por otra parte, el campo de ondas deconvolucionado con respecto al registro del techo (Figura 4.1) indica que el comportamiento del edificio ante el evento analizado es esencialmente unidimensional.

La suposición más crítica en la estimación de las velocidades de propagación y del factor de calidad Q es que el modelo es unidimensional; para el caso del edificio "Lara Sosa", la propagación de ondas es primordialmente en la dirección vertical debido a los siguientes factores:

- La longitud de onda predominante es más grande que la mayor dimensión horizontal del edificio
- Las velocidades de propagación correspondientes al subsuelo de la Ciudad de México son relativamente bajas; por ejemplo, en algunos sitios se han medido velocidades de propagación de ondas SH de 30 m/s (Jongmans, 1996).

Cabe mencionar que el campo de ondas de la Figura 4.1 indica que no se presentan reflexiones debidas a los entrepisos. La longitud de la onda dominante es mayor que la máxima dimensión horizontal del edificio, lo que suprime las reflexiones generadas por los pisos (Keller and Karal, 1966). Cabe resaltar que los campos deconvolucionados satisfacen condiciones de frontera que difieren de las condiciones de frontera del sistema en estudio. A continuación se discuten las propiedades de los campos deconvolucionados, y se enuncian las razones por las cuales la deconvolución genera cambios en las condiciones de frontera.



Propiedades de los campos de ondas deconvolucionados.

La deconvolución del movimiento $u(z, \omega)$ registrado en z , con el registrado en z_0 está definido por la siguiente expresión:

$$D(z, z_0, \omega) = \frac{u(z, \omega)}{u(z_0, \omega)}. \quad (4.1)$$

La relación entre las ondas deconvolucionadas y las ondas generadas por la fuente virtual depende del principio de causalidad (Snieder, 2006b), el cual establece que las ondas no pueden propagarse con una velocidad mayor que la velocidad máxima β_2 del medio, y de la linealidad del sistema invariante en el tiempo.

Para que los campos deconvolucionados cumplan con el principio de causalidad, $D(z, z_0, \omega)$ debe satisfacer la ecuación de onda al igual $u(z, \omega)$:

$$L(z, \omega)u(z, \omega) = 0, \quad (4.2)$$

donde L es un operador diferencial lineal y está representado por la siguiente expresión

$$L = \left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{\beta_2} \right). \quad (4.3)$$

La ecuación (4.2) es igual a cero debido a la ausencia de fuentes. Aplicando el operador L a la ecuación (4.1), se obtiene

$$LD(z, z_0, \omega) = 0. \quad (4.4)$$

Sustituyendo las expresiones (4.3) y (4.1) en la ecuación (4.4), se tiene que



$$\left(\nabla^2 + \omega^2 / \beta_2 \right) \left(\frac{u(z, \omega)}{u(z_0, \omega)} \right) = 0. \quad (4.5)$$

Simplificando la ecuación (4.5), resulta

$$\left(\nabla^2 \frac{u(z, \omega)}{u(z_0, \omega)} + \left(\omega^2 / \beta_2 \right) \frac{u(z, \omega)}{u(z_0, \omega)} \right) = 0. \quad (4.6)$$

Asumiendo que la propagación es unidimensional

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{u(z, \omega)}{u(z_0, \omega)} + \left(\omega^2 / \beta_2 \right) \frac{u(z, \omega)}{u(z_0, \omega)} = 0. \quad (4.7)$$

Las expresiones (4.6) y (4.7) demuestran que $D(z, z_0, \omega)$ satisface la ecuación (4.2); por consiguiente, $D(z, z_0, \omega)$ también satisface el principio de causalidad.

Con respecto a la derivación de la ecuación (4.6), se puede establecer lo siguiente:

1. La expresión (4.6) considera cualquier número de dimensiones.
2. El campo de ondas $u(z, \omega)$ podría ser un campo vectorial y el operador puede ser una matriz diferencial.
3. El campo deconvolucionado $D(z, z_0, \omega) = u_1(z, \omega) / u_2(z_0, \omega)$ satisface condiciones de frontera, que difieren de las condiciones que cumplen u_1 y u_2 .
4. Como se mencionó anteriormente, la deconvolución $D(z, z_0, \omega)$ no necesariamente satisface las mismas condiciones de frontera de $u(z, \omega)$. Esto puede ser usado para crear fuentes virtuales en un sistema hipotético, con condiciones de frontera que difieren de los sistemas físicos.



5. El razonamiento utilizado para la deconvolución de ondas también aplica para la correlación de ondas, dicha correlación se define en el dominio de la frecuencia como: $C(z, z_0, \omega) = u(z, \omega)u^*(z_0, \omega)$; donde $C(z, z_0, \omega)$ también satisface la ecuación de onda (Snieder, 2006b).

Con respecto a la interpretación de las ondas deconvolucionadas, desde el punto de vista físico, se tiene la siguiente condición de causalidad:

$$D(z, z_0, t = 0) = 0, \quad (4.8)$$

para $z \neq z_0$.

Esta condición indica que la deconvolución entre registros sísmicos, exceptuando el caso $z = z_0$, es igual a cero para el tiempo $t = 0$, ver la Figura 3.8 (círculo F).

De la ecuación (4.1), se puede establecer que para el caso $z = z_0$:

$$D(z_0, z_0, \omega) = \frac{u(z_0, \omega)}{u(z_0, \omega)} = 1, \quad (4.9)$$

de modo que en el dominio del tiempo,

$$d(z_0, z_0, t) = \delta(t). \quad (4.10)$$

Esta propiedad de las ondas deconvolucionadas se ilustra en la Figura 3.8. La deconvolución de un registro consigo mismo da lugar a una función delta (ver Apéndice 1); como se observa en el círculo A.

De la ecuación (4.10), podemos establecer que

$$d(z_0, z_0, t \neq 0) = 0, \quad (4.11)$$



ya que la función $\delta(t)$ es igual a cero para $t \neq 0$ (círculo G , de la Figura 3.8).

La deconvolución de todos lo registros con respecto al registro de la base, se puede interpretar como la creación de una fuente virtual (Figura 3.8). Este campo de ondas está definido por

$$D(z, z_{base}, \omega) = \frac{u(z, \omega)}{u(z_{base}, \omega)}, \quad (4.12)$$

donde z_{base} denota la base del edificio.

El campo de ondas deconvolucionado, mostrado en la Figura 3.8, puede representar el movimiento del edificio ubicado sobre un suelo rígido. En este caso, la frontera definida por el contacto entre el edificio y el semiespacio es rígida; como consecuencia, en esta frontera, los desplazamientos son iguales a cero y los esfuerzos se duplican.

Para ejemplificar el método de la fuente virtual, se realizó la deconvolución de todos los registros con respecto al registro del nivel 3. Esta deconvolución está definida como

$$D(z, z_3, \omega) = \frac{u(z, \omega)}{u(z_3, \omega)}, \quad (4.13)$$

donde $u(z_3, \omega)$ representa el registro del nivel 3.

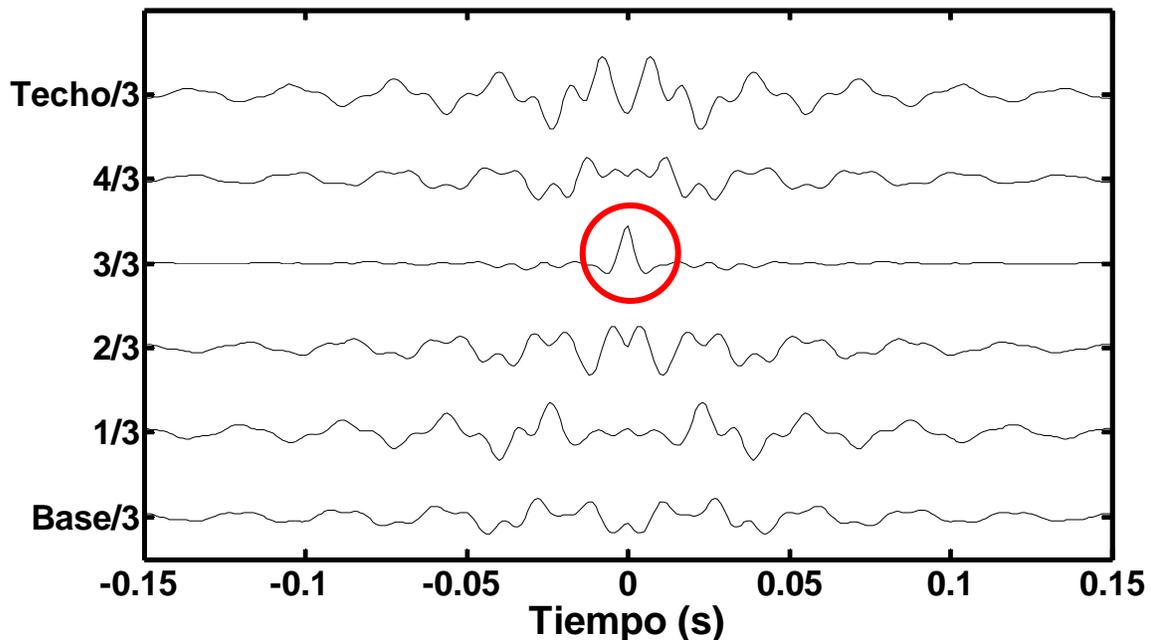


Figura 4.3 Deconvolución de todos los registros con respecto al registro del nivel número 3.
Fuente: Autor.

En la Figura 4.3, se observan ondas que son radiadas a partir del tercer nivel. Las ondas que ascienden y descienden, se colapsan en un impulso unitario en el tiempo $t=0$ en el nivel tres, esto se indica con el círculo rojo en la Figura 4.3. Las ondas deconvolucionadas son acausales para tiempos negativos, porque no hay una fuente real en el tercer nivel. Debido a que al campo deconvolucionado satisface la ecuación de onda, y al hecho de que no hay fuentes reales en el tercer piso, el campo deconvolucionado debe ser diferente de cero para tiempos negativos. Cabe resaltar que los registros deconvolucionados con respecto al movimiento de la base del edificio (Figura 3.8), no presentan arribos acausales.

En el tercer piso no hay una fuente real, mientras que en la base existe un movimiento que puede ser ocasionado por un sismo. El movimiento en la base actúa como una fuente externa, por lo que no se necesitan arribos acausales para generar un impulso unitario en la base del edificio. Las propiedades de causalidad del campo de ondas deconvolucionado están relacionadas con la presencia o ausencia de una fuente real.



Cambio en las condiciones de frontera.

El campo de ondas deconvolucionado asociado con la base del edificio está definido por un impulso unitario, esta deconvolución es igual a cero para el tiempo $t \neq 0$; como se muestra en la expresión (4.10) y en la Figura 3.8. Como se mencionó anteriormente, las ondas deconvolucionadas no siempre satisfacen las condiciones de frontera de los campos de ondas originales.

Retomando la ecuación (4.11), el campo de ondas deconvolucionado correspondiente a la base desaparece para $t \neq 0$. Para que esto suceda, la onda descendente que llega a la base del edificio se debe cancelar con la onda que asciende (Figura 3.8 círculo C). Por lo tanto, el coeficiente de reflexión de la deconvolución difiere del coeficiente de reflexión del edificio.

Un cambio en las condiciones de frontera de la base del edificio, podría cambiar los modos normales correspondientes. Un edificio de altura H , con una velocidad de ondas de corte β_2 y desplantado sobre un suelo rígido, tiene un periodo fundamental dado por la ecuación (2.138); dicho periodo se encontró relacionando las trazas sísmicas deconvolucionadas; este periodo se define como:

$$T = \frac{4H}{\beta_2}. \quad (4.14)$$

El campo de ondas deconvolucionado siempre presenta una frontera rígida ficticia en el nivel designado z_0 ; esto significa que la deconvolución con respecto a la traza del nivel z_0 genera un campo de ondas correspondiente a un edificio ficticio con una base ubicada en z_0 . La siguiente expresión define el periodo fundamental de este edificio (Snieder, 2006b).

$$T_{new} = \frac{4(H - z_0)}{\beta_2}. \quad (4.15)$$



Para ejemplificar como varía el periodo fundamental de un edificio con respecto a su altura, se presenta en la Figura 4.4, la deconvolución del registro del techo del edificio con respecto a los demás registros, esto se define como:

$$f(z, \omega) = \frac{u(H, \omega)}{u(z, \omega)}. \tag{4.16}$$

Este campo de ondas deconvolucionado es diferente al mostrado en la Figura 3.8, porque en aquella se muestra el campo de ondas deconvolucionado con respecto al movimiento de la base; mientras que en la Figura 4.4, se muestra el campo de ondas del nivel del techo deconvolucionado con respecto a los movimientos registrados en los otros niveles.

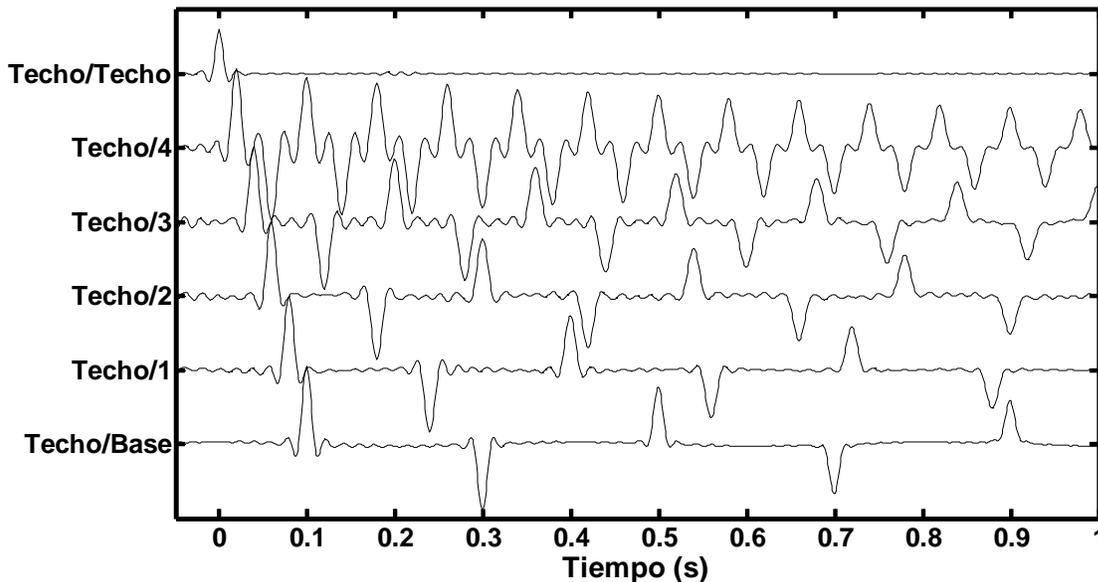


Figura 4.4 Deconvolución del registro del techo con respecto a todos los registros de la Figura 3.6.
Fuente: Autor.

En la Figura 4.4, se observan ondas que son radiadas desde el techo, estas ondas son causales (tiempos positivos). De estos registros, se puede concluir que el periodo aumenta cuando se incrementa la altura del edificio ficticio. Esto se ve

claramente en la Figura 4.5, en donde se muestran los espectros de amplitudes de las ondas deconvolucionadas.

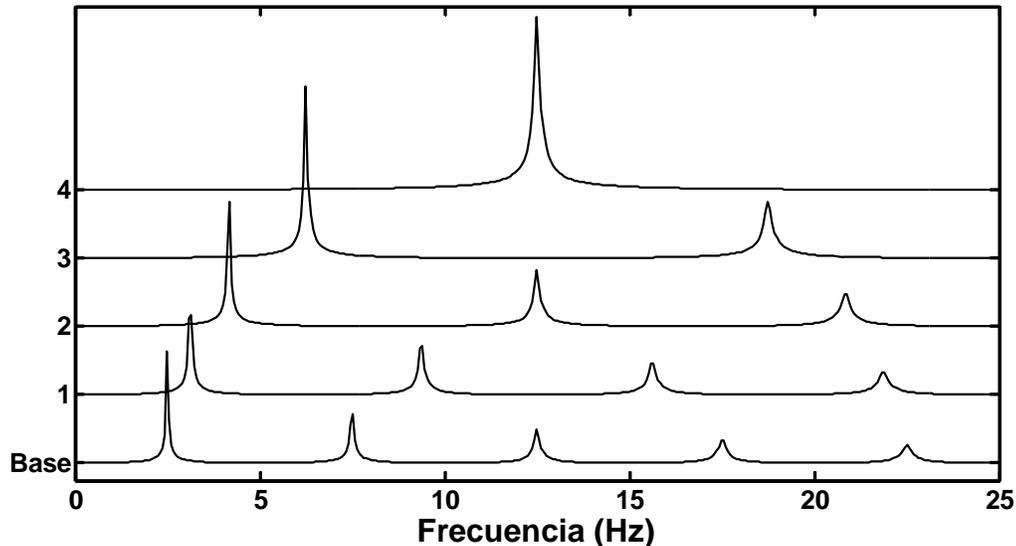


Figura 4.5 Espectro de amplitudes de las ondas deconvolucionadas de la Figura 4.4.
Fuente: Autor.

En la Figura 4.5, se observa como la frecuencia del edificio va variando con respecto a los niveles del edificio ficticio. Esta frecuencia también explica la resonancia del campo de ondas deconvolucionado.

Ante sollicitaciones sísmicas de mayor intensidad, las propiedades dinámicas de un edificio cambian, y por lo tanto la respuesta estructural se modifica. En otras palabras, la rigidez disminuye y el amortiguamiento se incrementa, y como consecuencia la respuesta deja de ser lineal. Obviamente, un edificio de estructura de acero mantendrá un comportamiento lineal a niveles muy altos de esfuerzo, a diferencia de uno de concreto.

Para sismos de baja a moderada intensidad, los elementos no estructurales (recubrimientos y paredes divisorias) influyen de manera importante en las propiedades dinámicas de los edificios.



En general, el comportamiento no lineal se asocia con fallas o fluencia de los materiales. De las curvas esfuerzo-deformación del concreto (Bazán y Meli, 2000; González y Robles, 1995), se observa lo siguiente:

- Comportamiento frágil a diferencia de otro tipo de agregados como son algunos tipos de rocas.
- La relación lineal entre esfuerzo y deformación es reducida.
- Los módulos de elasticidad iniciales dependen de la naturaleza de los agregados.
- Los módulos de elasticidad puede incrementarse ante sollicitaciones sísmicas súbitas.

Uno de los parámetros más importantes en ingeniería civil es el módulo de elasticidad de cortante; éste sirve para caracterizar concretos, y es posible estimarlo a partir de la velocidad de la onda *SH*.

Para estimar los módulos de elasticidad, los ingenieros civiles usan técnicas extremadamente costosas, y en algunos casos se observan diferencias de varios órdenes de magnitud entre los módulos reales y los estimados. En cambio, usando la deconvolución de ondas, es posible obtener una buena estimación de estos módulos.

En la Figura 4.6, se presenta la relación que existe entre la velocidad de propagación de ondas *SH* y el módulo de elasticidad de cortante.

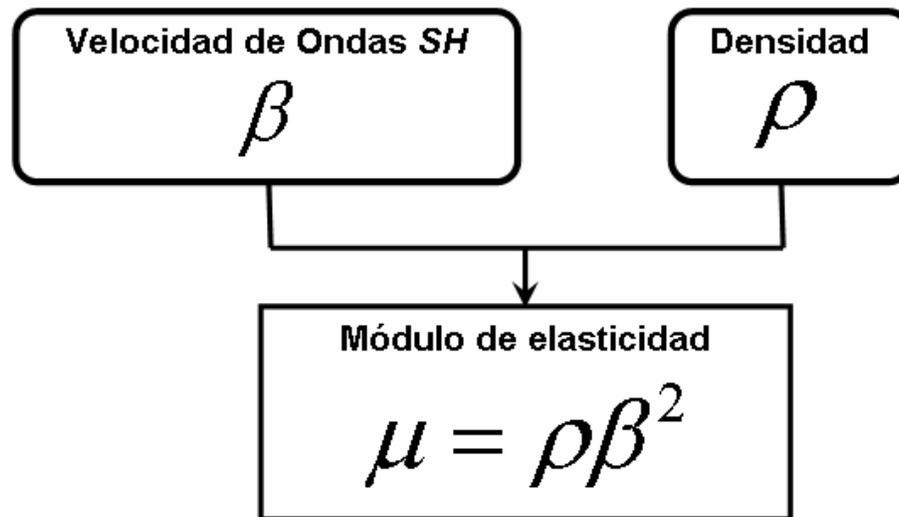


Figura 4.6 Relación entre el módulo de elasticidad de cortante, la densidad y la velocidad de propagación de la onda SH.

Fuente: Autor.

4.2 Estimación de la atenuación.

En la Figura 4.1, se puede observar que la onda que desciende tiene menor amplitud que la ascendente. Sin embargo, el valor absoluto de la amplitud no puede ser comparado con gran exactitud, porque la amplitud absoluta está afectada por diversos factores; por ejemplo, el acoplamiento del receptor. Cabe mencionar que las amplitudes pueden verse modificadas cuando el valor del parámetro ε es mayor al 10% del promedio espectral de la señal contra la cual se deconvoluciona. En la siguiente sección, se analiza la influencia de de este parámetro.

Efecto del parámetro ε en la deconvolución.

En el análisis de las deconvoluciones se observó que el parámetro ε , además de evitar la inestabilidad en los cocientes espectrales, puede modificar las amplitudes; especialmente, cuando ε es mayor al 10% del promedio espectral de la señal que se



encuentra en el denominador (ecuación (2.90)). En este trabajo, se consideró un valor para ε menor a este porcentaje. Este parámetro no se utilizó para filtrar las señales.

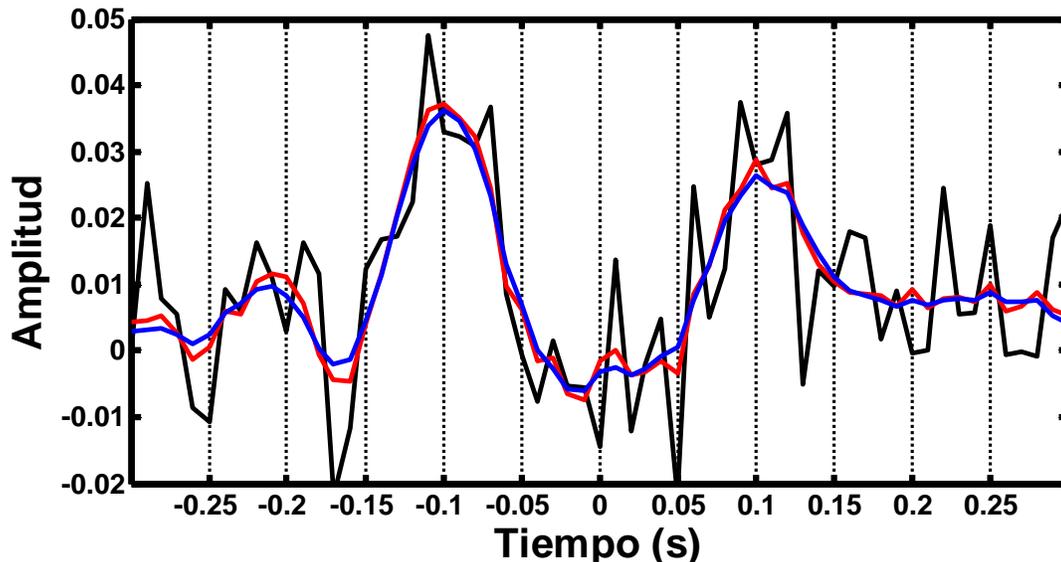


Figura 4.7 Efecto del parámetro ε en las amplitudes de las ondas deconvolucionadas.
Fuente: Autor.

En la Figura 4.7, se observa que al aumentar el valor de ε , las ondas deconvolucionadas se suavizan. La línea negra fue generada con un valor de $\varepsilon = 0$; la línea en roja se generó tomando a $\varepsilon = 10$ y la línea azul con un $\varepsilon = 50$. Con esto, se demuestra que al aumentar este parámetro, se elimina la alta frecuencia; por supuesto, sin control alguno. Este parámetro influye en las amplitudes de las ondas deconvolucionadas.

Cabe mencionar que la interacción suelo-estructura puede alterar significativamente las características de los movimientos registrados en los edificios. La frecuencia dominante en edificios sujetos a este tipo de interacciones es siempre menor que la frecuencia dominante de un edificio cimentado en una base rígida. Por lo que la interacción suelo-estructura influye en la respuesta sísmica de los edificios (Safak, 1995). Por medio de la deconvolución de ondas, se canceló la respuesta del suelo.



Sin embargo, mediante la deconvolución de eventos registrados en edificios y en suelos adyacentes, es posible estimar la respuesta suelo-estructura.

Cabe señalar que para la estimación del factor de calidad Q , sólo se requieren dos eventos sísmicos, los cuales se deben registrar en la base y el techo del edificio, ésta es una diferencia significativa con respecto a otros estudios que se han hecho sobre la estimación de este parámetro; por ejemplo, el presentado por Snieder (2006a), donde se estima la atenuación por medio del análisis logarítmico de la relación de las amplitudes de las ondas ascendentes y descendentes en un edificio de 11 niveles.

Por lo anterior, la metodología propuesta en este trabajo para estimar el factor de calidad será de gran ayuda en el estudio de la respuesta sísmica de edificios. Este factor se obtuvo a partir de la deconvolución del registro del techo con respecto al registro de la base del edificio. El factor de calidad permite caracterizar la disipación de la energía sísmica en las estructuras.

A continuación se analiza e ilustra el procedimiento para obtener el factor de calidad. En este caso, se usó el evento sísmico descrito en el capítulo anterior. Para estimar el factor de calidad correspondiente a las ondas SH en el edificio “Lara Sosa”; primero, se obtuvo el espectro de las trazas deconvolucionadas con respecto al registro de la base. Los intervalos correspondientes a las ondas SH se muestran en la Figura 4.8.

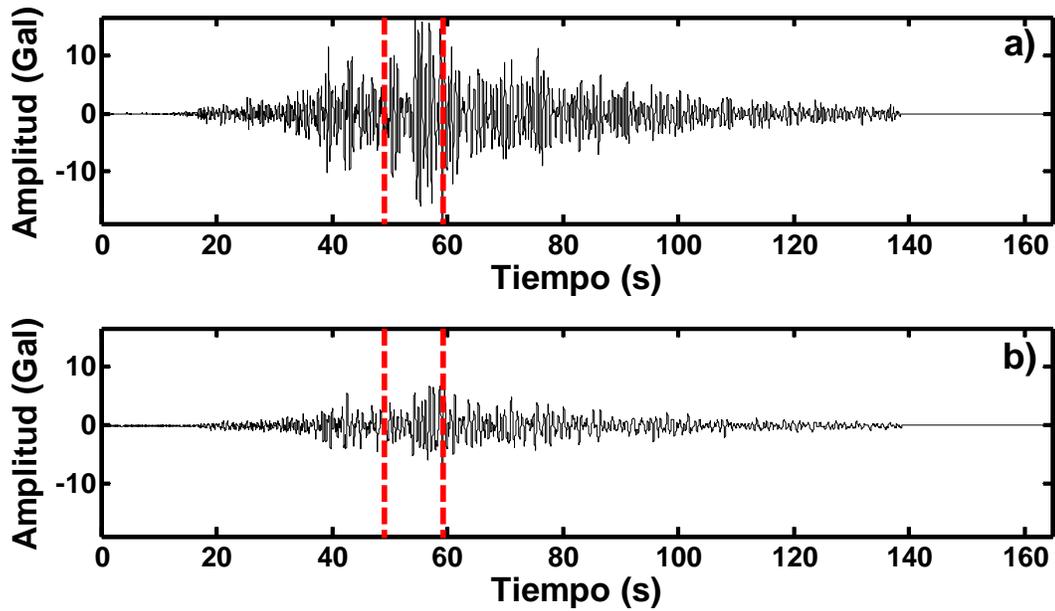


Figura 4.8 Intervalo de las ondas SH con una duración de 10.24 segundos, tomado a partir de 49 segundos; a) registro techo y b) registro base.

El espectro de las ondas SH deconvolucionadas, se muestra en la Figura 4.9, en esta figura, se observa una frecuencia característica de 1.953 Hz y, por consiguiente, un periodo característico de 0.5120 segundos.

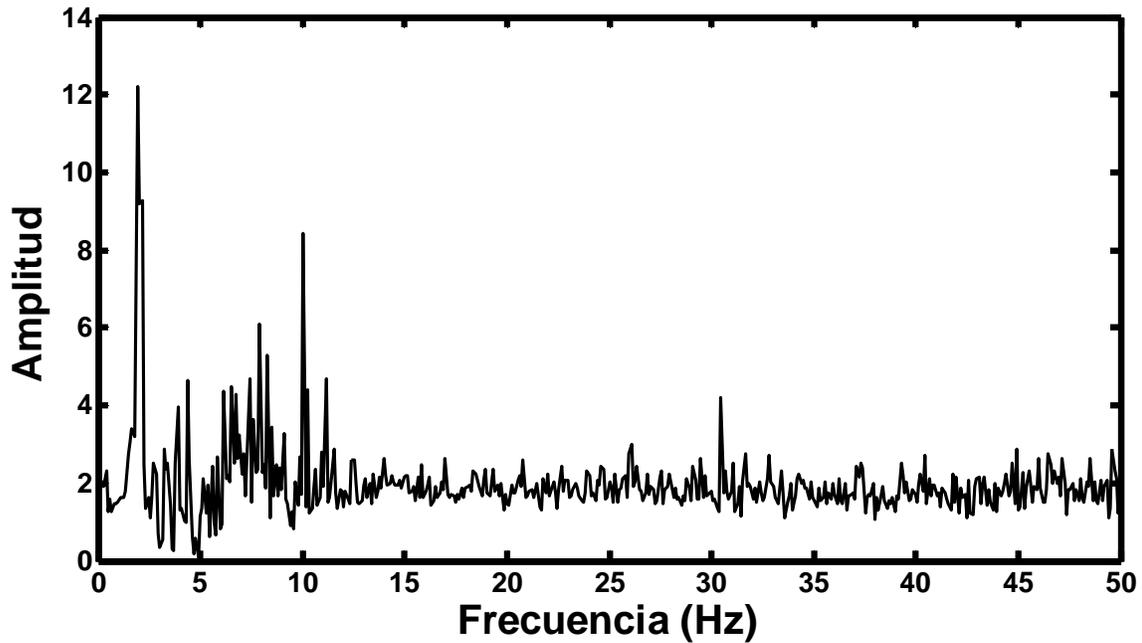


Figura 4.9 Espectro de amplitudes de las ondas SH deconvolucionadas.
Fuente: Autor.



Por otro lado, se calculó el valor absoluto de la función de transferencia (2.142) considerando la altura del edificio “Lara Sosa” de 19.9 metros, y una velocidad de propagación estimada por medio de la deconvolución de 189 m/seg. En esta ecuación, se introdujo un valor preliminar para el factor de calidad Q . Este espectro se muestra en la Figura 4.10.

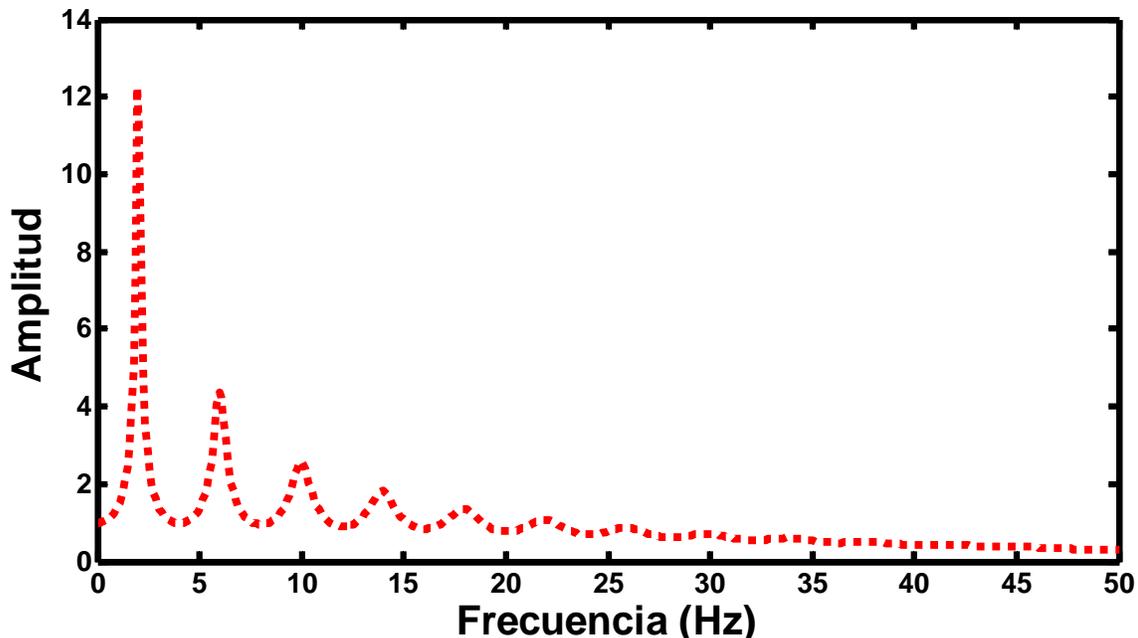


Figura 4.10 Espectro de la función de transferencia.
Fuente: Autor.

Para determinar el factor de calidad Q , se superpusieron los espectros de las Figura 4.9 y Figura 4.10; mismos que se empataron ajustando la velocidad de propagación. El mejor ajuste, para este evento, se obtuvo cuando la velocidad de propagación es 159 m/s (Figura 4.11).

En la Figura 4.11, se presenta el espectro obtenido usando datos reales en línea negra, y el valor absoluto de la función de transferencia (ecuación (2.142)) en línea punteada roja. Observando que para la primera frecuencia característica el ajuste es bueno. A partir de esto se estimó un factor de calidad $Q = 10.41$.

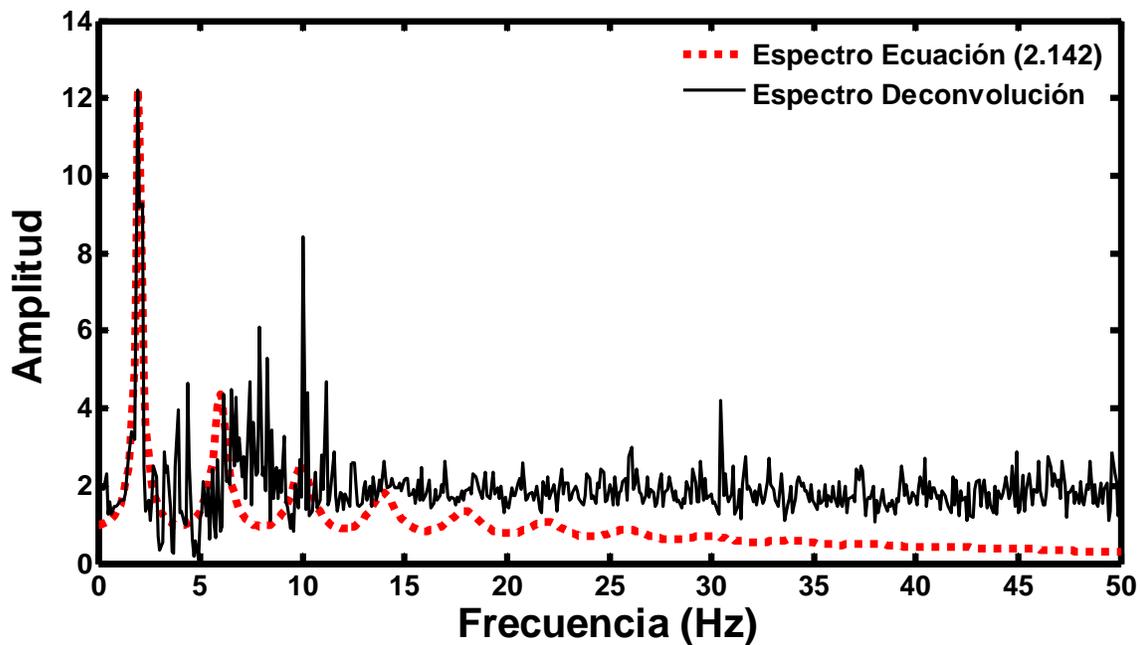


Figura 4.11 Comparación de los espectros mostrados en las Figuras 4.9 y 4.10.

Fuente: Autor.

En la actualidad, el amortiguamiento en edificios se ha modelado por medio de sistemas de varios grados de libertad o como un sistema de un grado de libertad equivalente; este último tiene amortiguamiento y masa similar. Se hizo una comparación de los espectros mostrados en la Figura 4.11 y el espectro correspondiente al sistema de un grado de libertad (Figura 4.12). El acuerdo para la primera frecuencia dominante es bueno.

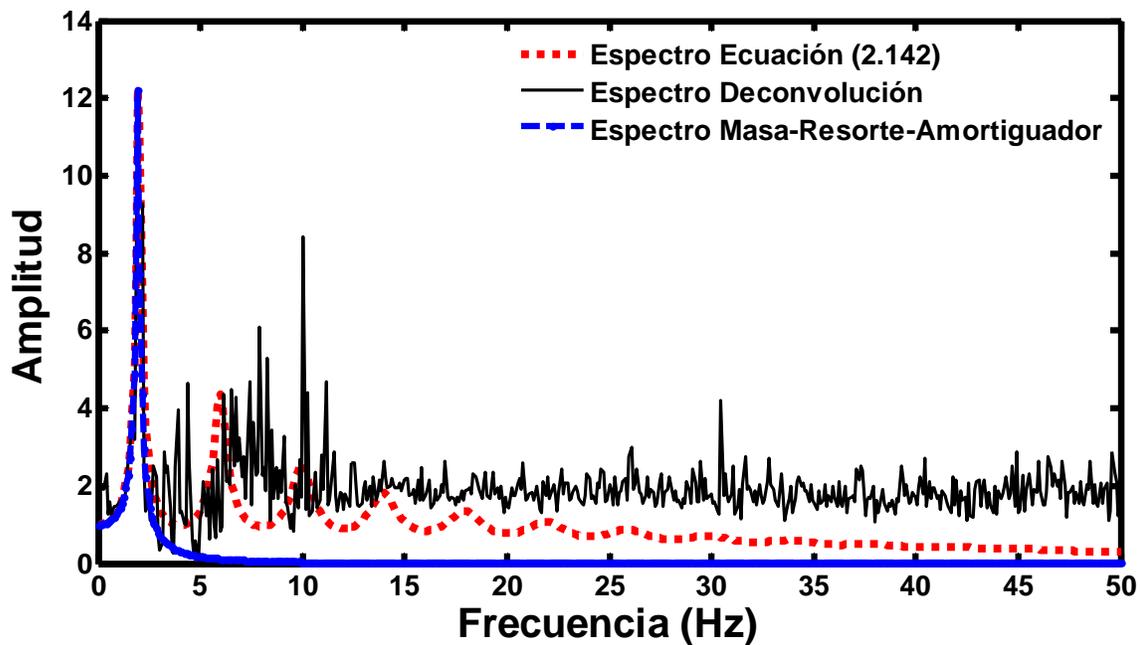


Figura 4.12 Comparación de espectros. Espectro de las ondas deconvolucionadas (línea negra), espectro de la función de transferencia (línea roja) y espectro del sistema de un grado de libertad (línea azul).

Fuente: Autor.

A partir de la relación $\gamma = 1/2Q$, se estimó el factor de atenuación en el edificio; con un factor de calidad $Q = 10.41$, se obtuvo un factor de atenuación $\gamma = 0.048$ (4.8%). La comparación de éste con el amortiguamiento viscoso, que es igual a 0.04, (4%), denota que es posible obtener una buena estimación de la atenuación con la metodología propuesta. Cabe mencionar que el factor de calidad permite caracterizar la disipación de la energía sísmica en la estructura. Las diferencias entre el amortiguamiento y el factor de atenuación se deben a la naturaleza de ambos; el factor de atenuación caracteriza la disipación de la energía sísmica asociada a la propagación de ondas, y el amortiguamiento viscoso caracteriza la disipación de la energía de un sistema mecánico (masa-resorte-amortiguador), esto se ilustra en la Figura 4.13.

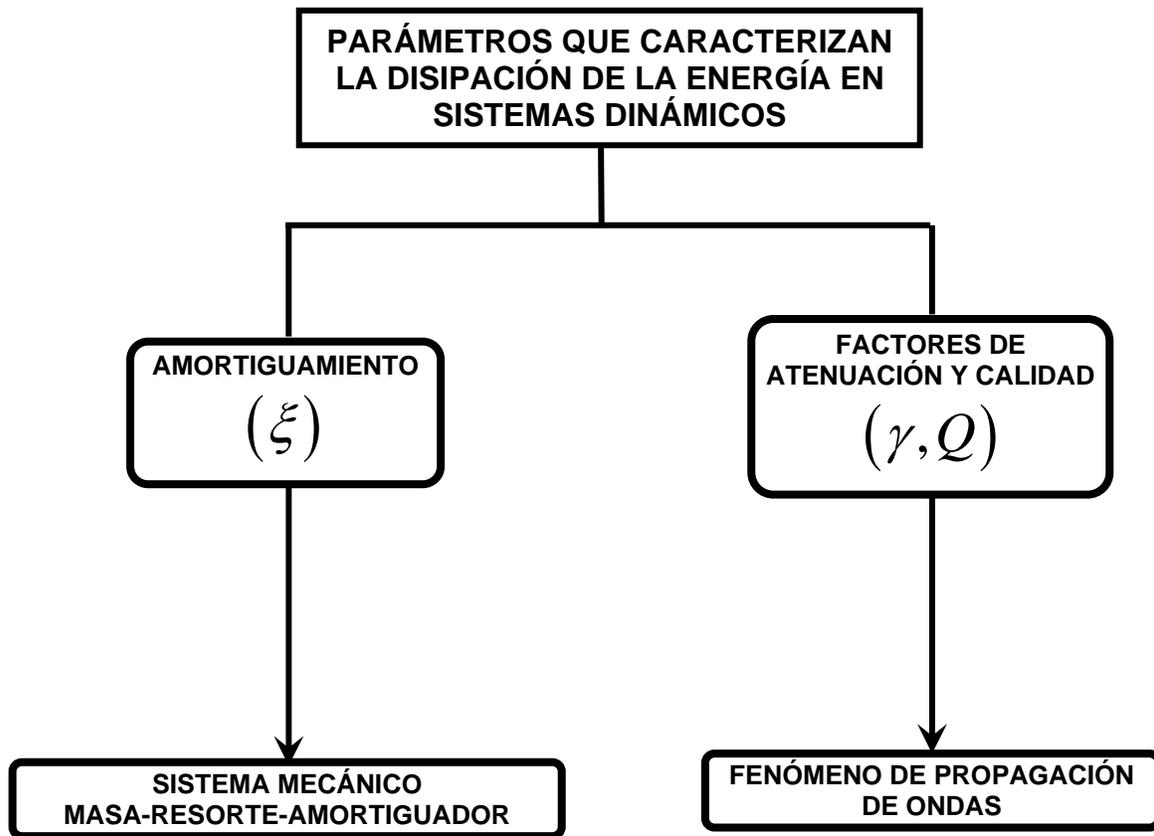


Figura 4.13 Parámetros que caracterizan la disipación de la energía.
Fuente: Autor.

Para validar la estimación del factor de atenuación, éste se calculó para los sismos mostrados en la Tabla 4. Se utilizaron los intervalos de las ondas *SH*; por cada sismo se seleccionaron 5 intervalos con diferentes tamaños, en todos los casos, las ventanas elegidas incluyeron los arribos de la onda *SH*. Para todos los eventos seleccionados, en el intervalo de mayor duración se incluyeron arribos de ondas *SH*, superficiales y convertidas. Las ventanas de menor y mayor duración correspondieron a 512 y 1024 muestras, respectivamente. Con este análisis se trató de determinar el rango de validez de las estimaciones.

En la Figura 4.14, se muestran los factores de calidad estimados, para cada intervalo seleccionado, en función de la velocidad de propagación de las ondas *SH* ajustada. Se observa una gran dispersión; los valores promedio de estos parámetros para los sismos analizados se presentan en la Tabla 7, y se ilustran en la Figura 4.15.

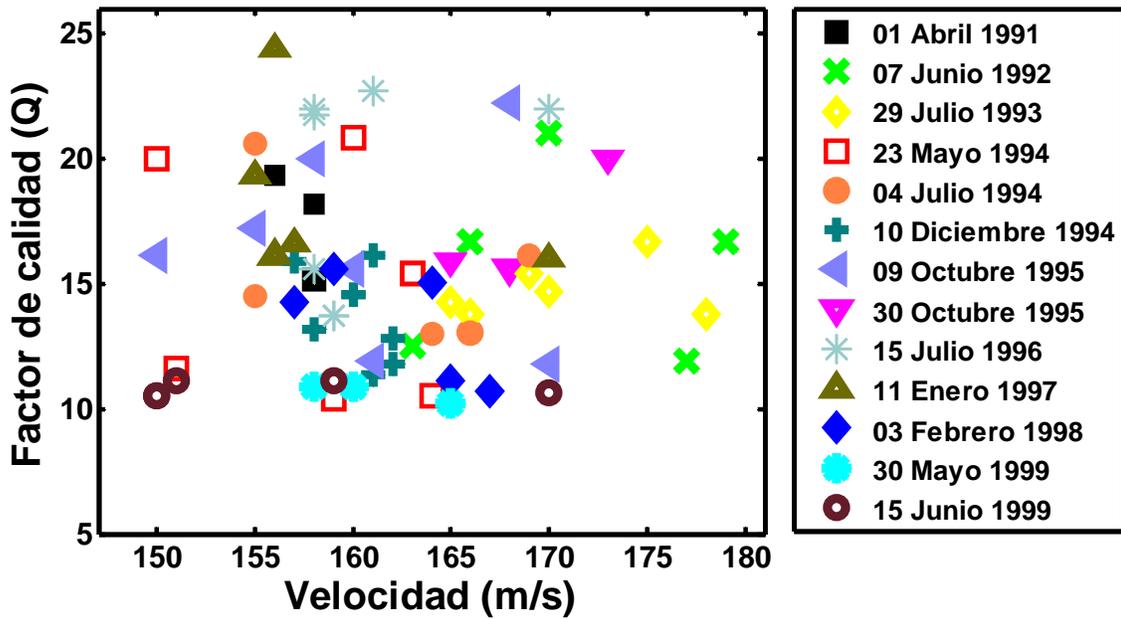


Figura 4.14 Factor de calidad en función de la velocidad de propagación para los eventos mostrados en la Tabla 4.
Fuente: Autor.

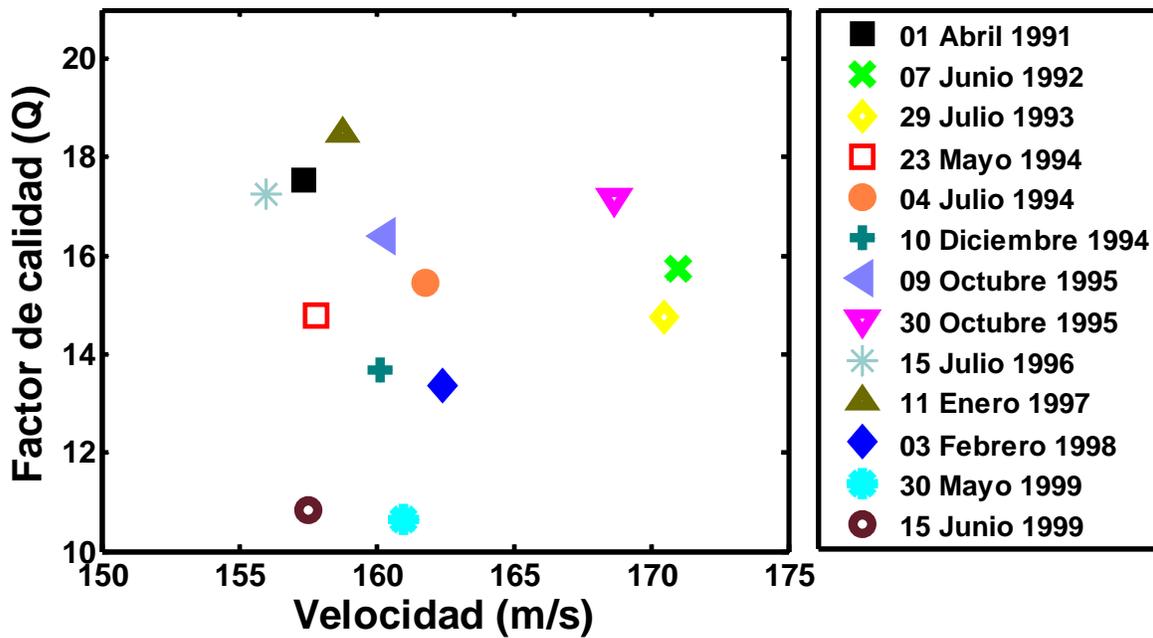


Figura 4.15 Factor de calidad en función de la velocidad de propagación (Promedios de la Tabla 7).
Fuente: Autor.

Tabla 7 Valores de Q , velocidad, γ , amortiguamiento y frecuencia característica.



Fecha	Factor de calidad (Q)	Velocidad (m/s)	Factor de atenuación $\gamma = 1/2Q$	Amortiguamiento (Un Grado de Libertad)	Frecuencia característica (Hz)
15-Jun-99	10,84	157,50	0.0461	0,0372	1,953
30-May-99	10,64	161,00	0.0470	0,039	1,953
03-Feb-98	13,36	162,40	0.0374	0,0283	1,953
11-Ene-97	18,49	158,80	0.0270	0,0244	1,953
15-Jul-96	17,26	156,00	0.029	0,0229	1,953
30-Oct-95	17,16	168,67	0.0291	0,0255	2,148
09-Oct-95	16,41	160,29	0.0305	0,02835	2,051
10-Dic-94	13,67	160,14	0.0366	0,0304	2,051
04-Jul-94	15,45	161,80	0.0324	0,0266	2,051
23-May-94	14,79	157,83	0.0338	0,0287	1,953
29-Jul-93	14,76	170,50	0.0339	0,0268	2,148
07-Jul-92	15,74	171,00	0.0318	0,0250	2,148
01-Abr-91	17,55	157,33	0.0285	0,0240	1,953
Promedio	<u>15.09</u>	<u>161.79</u>	<u>0.0341</u>	<u>0.0282</u>	<u>2.0206</u>
Desviación estándar	<u>2.449</u>	<u>5.085</u>	<u>0.0063</u>	<u>0.049</u>	<u>0.0834</u>

De la Tabla 7, se observa que el valor promedio del factor de calidad es $Q = 15.09$, el factor de atenuación promedio es 0.0341 (3.41%) y el amortiguamiento promedio es 0.0282. En cuanto a la velocidad de propagación de las ondas *SH* ajustada, se tiene un valor promedio de 161.79 m/s. Por último, se presenta una frecuencia característica promedio de 2.0206 Hz. De acuerdo a las desviaciones estándar de los parámetros antes mencionados, se puede decir que la estimación es robusta.



En la estimación del factor de calidad es necesario que la selección del intervalo de las ondas *SH* sea precisa; ya que si en la ventana seleccionada no se encuentra inmersa la onda *SH*, no será posible estimar la frecuencia característica.

Cabe destacar que la metodología propuesta para la estimación del factor de calidad es una de las aportaciones más importantes de este estudio. Al estimar este factor, también se obtiene la velocidad de propagación de la onda *SH* ajustada y la frecuencia característica del edificio. Parámetros muy importantes en la ingeniería civil para el diseño de estructuras sismorresistentes.

Cabe resaltar que el factor de atenuación es un parámetro que está directamente relacionado con el fenómeno sísmico, y, por lo tanto, nos puede permitir caracterizar de mejor manera la disipación de la energía sísmica en las edificaciones.

La caracterización de la disipación de la energía sísmica en un edificio es de vital importancia para poder establecer nuevos criterios de diseño en zonas sísmicas, ya que un edificio colapsa cuando la energía sísmica es disipada a través de fallas estructurales (Rivera, 2007). Para mitigar el movimiento o daño que un temblor puede provocar a las construcciones, se han desarrollado dispositivos que permiten disipar la energía sísmica. Los disipadores se pueden ubicar en un edificio de diversas maneras; en la mayoría de los casos, se colocan en forma diagonal ligados a uniones estructurales.

Estos dispositivos mitigan la deformación y los esfuerzos producidos por sismos mediante el aumento del amortiguamiento estructural. Como resultado los esfuerzos inducidos por el sismo en la estructura pueden ser hasta 50% menores que los correspondientes a la estructura sin disipadores. Una construcción sin disipadores disipa energía sísmica a través de sus elementos principales, estos se deterioran con cada sismo. Por el contrario, en una estructura con disipadores, la energía es absorbida por estos dispositivos reduciendo significativamente las deformaciones y el daño estructural.



La dispersión de los datos que se observa en la Figura 4.14, se debe a diversos factores; algunos de estos son: el ruido, fracturamiento, refuerzos, cargas por inmobiliario y muros divisorios. Cabe resaltar que no es objetivo de esta tesis el análisis e interpretación de los cambios en la estructura; sin embargo, con la metodología propuesta se pueden detectar estos cambios; en particular, cuando los datos son de buena calidad.

Con respecto a la frecuencia característica, éstas pueden sufrir cambios en el tiempo debido a los siguientes factores:

- Cambios en la edificación; por ejemplo, rehabilitaciones, refuerzos estructurales, y/o cambios de carga.
- Factores climatológicos.
- Fracturamiento.

En este trabajo, se ha documentado que las frecuencias de un edificio pueden cambiar después de una precipitación fuerte (Clinton, 2004). El movimiento del suelo puede alterar el acoplamiento del edificio con la superficie (Trifunac, *et al.*, 2001a, b)

Con respecto a los valores estimados para el amortiguamiento, se observa que estos varían de 0.025 a 0.037 (Figura 4.16); para los sismos del 30 de mayo de 1999 y 15 junio del mismo año, se presentan amortiguamientos de 0.039 y 0.0372, respectivamente. Esteva (1980) menciona que los valores del amortiguamiento viscoso en estructuras reales de concreto reforzado oscilan entre 0.02 y 0.03, aproximadamente; estas cifras se acercan al amortiguamiento de 0.05 propuesto por los reglamentos de construcción.

El amortiguamiento estructural integral es difícil de obtener en una edificación, porque los procedimientos tradicionales son utilizados generalmente en estado elástico. Dichos métodos se basan en una excitación súbita, cuya amplitud puede



registrarse para evaluar el denominado decremento logarítmico. A partir de las observaciones, de ensayos realizados a escala natural y de resultados de muchas investigaciones, se acepta un amortiguamiento del 5 % con respecto al crítico.

El amortiguamiento viscoso caracteriza la disipación de energía; esta disipación de energía puede deberse a: fricciones internas, fricciones en los apoyos y en los elementos no estructurales.

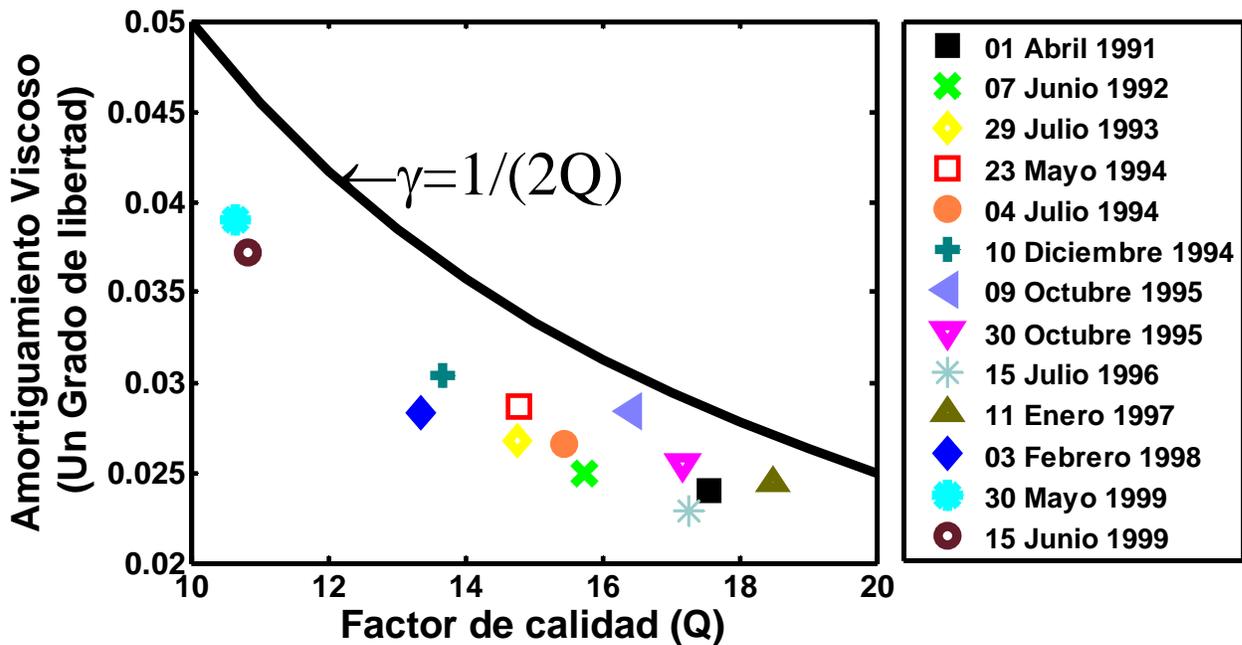


Figura 4.16 Comparación entre el amortiguamiento viscoso y el factor de atenuación (γ). El primero está relacionado con el sistema masa-resorte-amortiguador, y el segundo caracteriza la disipación de la energía sísmica.
Fuente: Autor.

Mientras que la estimación de las velocidades de propagación fue relativamente simple, la obtención del factor de calidad Q representó la parte más complicada del proceso de estimación. En la ecuación (2.142), se puede observar que la amplitud característica en el espectro de Fourier contiene información del parámetro Q ; para poder obtener una buena estimación del factor de calidad Q , es necesario elegir con sumo cuidado el intervalo correspondiente a la onda SH ; lo que representa un verdadero reto en el caso de acelerogramas ruidosos. Si el intervalo seleccionado es



pequeño, la amplitud característica puede verse disminuida, y como consecuencia el factor de atenuación estimado será menor que el real; en contraste, si la ventana seleccionada es grande y contiene arribos correspondientes a ondas superficiales, la amplitud y la frecuencia característica pueden verse contaminadas con otros modos.

En general, la estimación de velocidades de propagación y factores de calidad para edificios depende fuertemente de la complejidad del suelo en el que se encuentran desplantados. Si la variación lateral de los parámetros elásticos del subsuelo no es sustancial, la presencia de sedimento blando facilita la estimación de velocidades y atenuaciones en edificios. La metodología diseñada para estimar el factor de calidad puede resultar inadecuada para edificios desplantados en suelos que presenten una alta variabilidad lateral, en otras palabras fuertemente heterogéneos. Sin embargo, este procedimiento puede ser usado aún en esos casos para obtener una estimación preliminar que posteriormente puede ser mejorada usando otras técnicas.

Con base en lo anterior, se puede recalcar que la metodología para estimar el factor de calidad Q es robusta, este proceso se ilustra en la Figura 4.17, y presenta las siguientes ventajas:

- La técnica no es destructiva
- Sólo se requieren los eventos sísmicos registrados en la base y el techo del edificio a estudiar

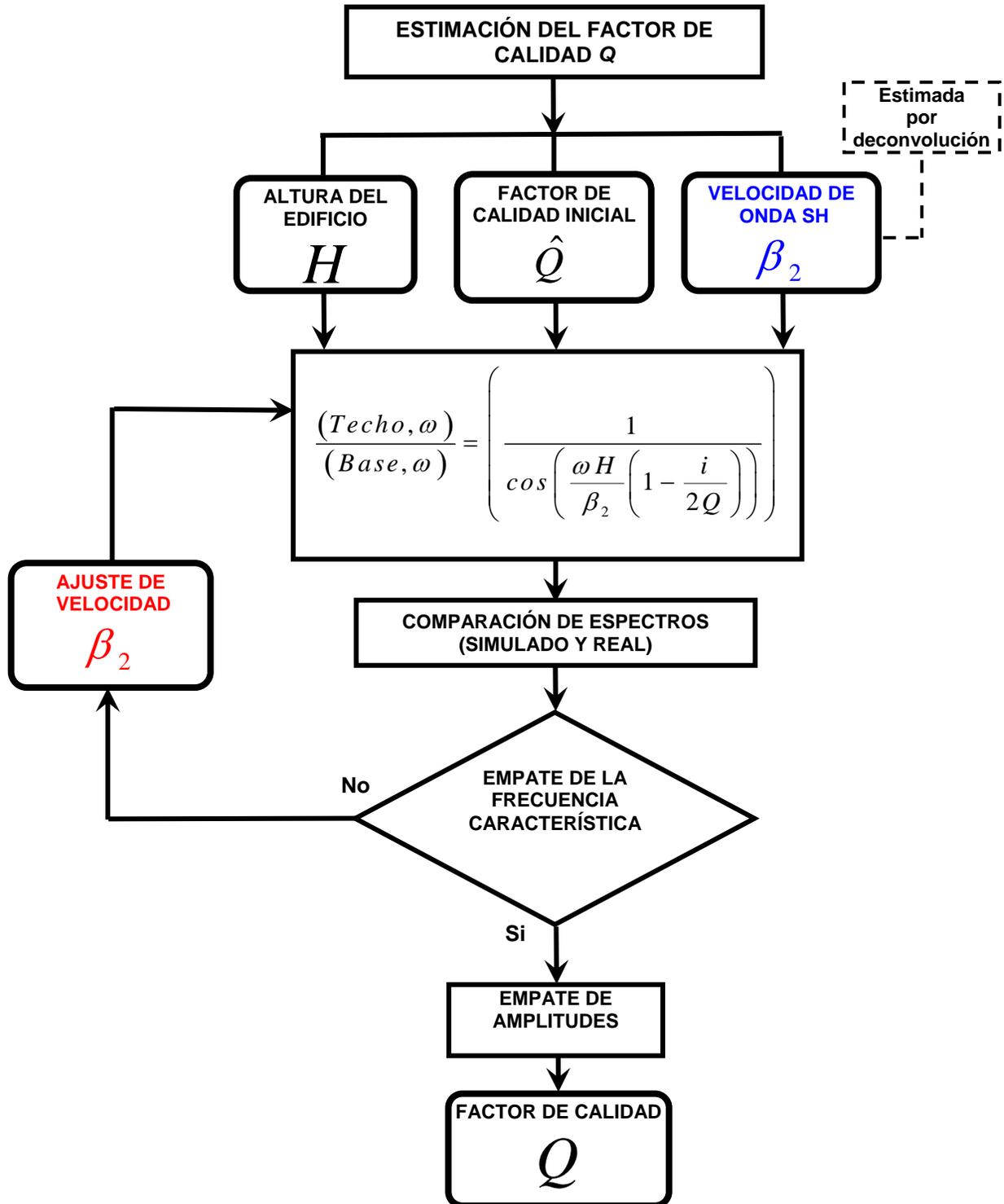


Figura 4.17 Proceso de estimación del factor de calidad Q .

Fuente: Autor.



En la Figura 4.18, se ilustran las velocidades de propagación de ondas SH , con las que se estimó el factor de calidad Q para cada evento.

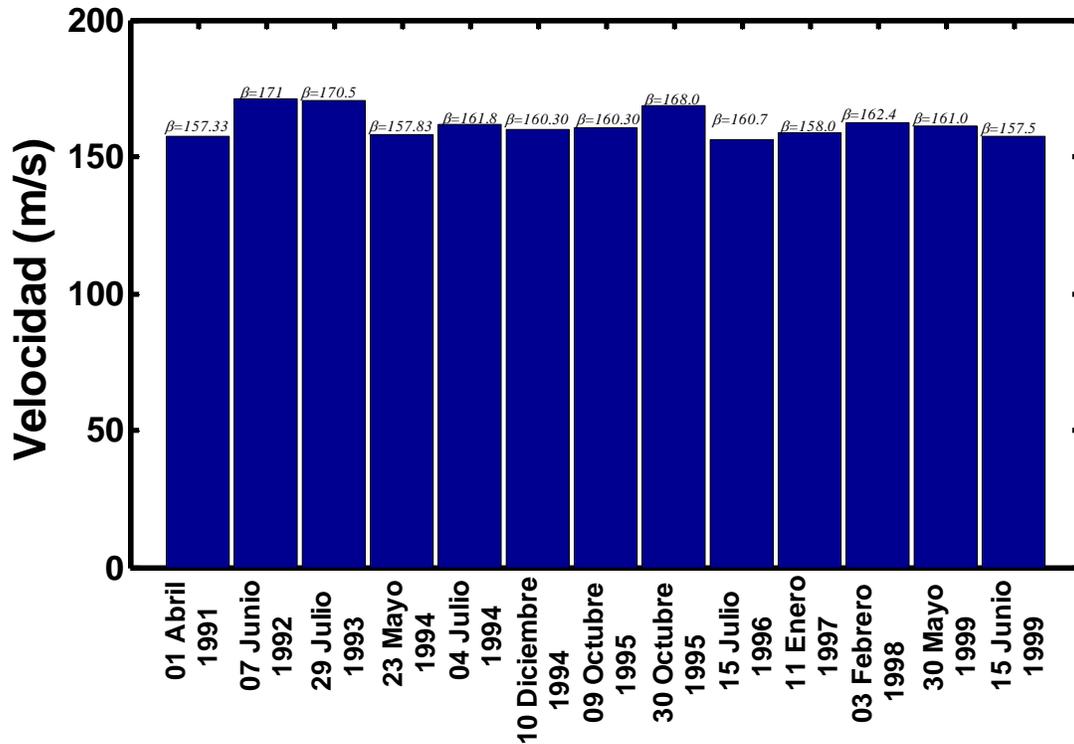


Figura 4.18 Velocidades de ondas SH , con las que se estimó el factor de calidad Q .

Fuente: Autor.



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

- 1) Por medio de la deconvolución de eventos sísmicos registrados en edificios desplantados en suelos extremadamente complejos, se pudo aislar la respuesta sísmica estructural de la excitación, de la respuesta del suelo y de la respuesta del instrumento de grabación; y como consecuencia se pudieron estimar velocidades y atenuaciones de ondas sísmicas.
- 2) En este trabajo, se estudió la respuesta sísmica del edificio “Lara Sosa” ubicado en el campus del Instituto Mexicano del Petróleo, para este edificio se obtuvieron los siguientes parámetros: una velocidad promedio para ondas *SH* de 183.18 m/s, una velocidad promedio para ondas superficiales de 182.18 m/s y un factor de calidad efectivo de 15.09.
- 3) La deconvolución con respecto al movimiento de la base del edificio genera una superposición de ondas ascendentes y descendentes, así como resonancia monocromática. Por otra parte, la deconvolución con respecto al movimiento del techo produce únicamente dos ondas claramente definidas. A partir de las cuales, se obtuvieron velocidades de propagación.
- 4) Para estimar el factor de calidad, se introdujo una metodología que es robusta y de fácil implementación. Cabe resaltar que para obtener el factor de calidad, se deben utilizar al menos dos receptores, los cuales deben de estar ubicados en diferentes pisos; lo que representa una ventaja con respecto a otras metodologías. El factor de calidad permite caracterizar la disipación de la energía sísmica en las estructuras. Con esta metodología, también, es posible caracterizar los cambios que sufren las construcciones ante eventos sísmicos.



Recomendaciones

- Realizar la deconvolución en el dominio del tiempo, para contrastar los resultados obtenidos en el dominio de la frecuencia.
- Aplicar interferometría sísmica, para caracterizar los cambios que pueda haber sufrido el edificio “Lara Sosa” a través del tiempo.
- Estimar la respuesta sísmica del edificio “Lara Sosa” en los casos en los que haya sido sometido a eventos sísmicos con magnitudes mayores a 6.5 grados en la escala de Richter. Para magnitudes mayores a 6.5 grados, probablemente, la respuesta del edificio sea no lineal.



BIBLIOGRAFÍA

Aki, K., y Richards, P.G. (2002). *Quantitative Seismology* (2a. Ed). Univ. Science Books, Sausalito, California,

Ammon, C. J. (1991). The isolate of receiver effects from teleseismic P waveforms. *Bull. Seismol. Soc. Am*, 81, pp. 2504 – 2510.

Bazan, R. y Meli, R. (2000). *Diseño sísmico de edificios México* (1ª. Edición). México: Limusa.

Bravo, H., Uribe, A., y Pérez, M. (2000). *Caracterización de la sismicidad en el Istmo de Tehuantepec utilizando una red sísmológica regional de 13 estaciones instalada en Oaxaca y Chiapas*, Depto. de Sismotectónica, CFE.

Burbach, G. V., Frohlich, C., Pennington, D. W., y Matumoto, T. (1984). Seismicity and tectonics of the subducted Cocos Plate. *J. Geophys. Res*, 89, pp. 7719-7735.

Calvert, R. W., Bakulin, A., y Joners, T. C. (2004). Virtual sources, a new way to remove overburden problems. *Expanded abstracts of the 2004 EAEG-meeting*.

Clayton, R. W., y Wiggins, R. A. (1976). Source shape estimation and deconvolution of teleseismic, body waves. *Geophys. J. R. Astron. Soc*, 47, pp. 151-177.

Clinton, J. F. (2004). *Modern digital seismology – Instrumentation and small amplitude studies in the engineering world. Ph D thesis*. California Institute of Technology, pp. 1 – 347

Cordero, C. S. (2003). Deconvolución de sismogramas digitales por división espectral filtrado inverso y simulación de sismogramas digitales. *Instituto de geofísica del Perú*, 4, pp. 131-149.



Derode, A., Larose, E., Campillo, M., y Fink, M. (2003). How to estimate the Green's function from a heterogeneous medium between two passive sensors? Application to acoustic wave. *Appl. Phys. Lett*, 83, pp. 3054 – 3056.

Esteva, L. (1980). *Design of earthquake resistant structures; in Earthquake engineering*, eds. E. Rosenblueth, Pentech Press Ltd., Estover Road, Plymouth, Devon, England, UK.

Gallego, M., y Sarria, A. (2006). *El concreto y los terremotos: Conceptos, comportamiento, patología y rehabilitación* (1ª edición). Colombia: Asociación colombiana de productores de concreto (ASOCRETO).

Gómez, J., y Escobedo, D. (2000). Análisis de la sismicidad interplaca al norte de Guerrero y Oaxaca. *Instituto de geofísica, Unicit, UNAM*.

González, C., O., y Robles, F. (1995). *Aspectos fundamentales del concreto reforzado* (3ª Edición). México: LIMUSA, Noriega Editores.

Guzmán, E. (1989). The triple junction of the North America, Cocos and the Caribbean plates: seismicity and tectonic. *Tectonic*, 8, pp. 981-997.

Hartzell, S. H. y Heaton, T. H. (1985). Teleseismic time functions for large, shallow subduction zone earthquakes. *Bull. Seismol. Soc. Am*, 75, pp. 965 – 1004.

Jongmans, D. Demanet, D., Horrent C. (1996). Dynamic soil parameters determination by geophysical prospecting in Mexico City: Implication for site effect modelling soil. *Dynamics and earthquake engineering*, 15, pp. 549-559.

Keller, J. B., y Karal, F. C. (1966). Effective dielectric constant, permeability, and conductivity of a random medium and the velocity and attenuation coefficient of coherent waves. *J. Math. Phy*, 7, 661–670.



Kostoglodov, V., y Pacheco, J. F. (1999). Cien años de sismicidad en México. Catálogo de sismos moderados y grandes ocurridos en México durante el siglo XX, *póster publicado por el Instituto de Geofísica, México D.F., UNAM.*

Langston, C. A. (1979). Structure under Mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves. *Geophysics*, 84, pp. 4749 – 4762

Lobkis, O. I., y Weaver, R. (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *J Acoust. Soc. Am*, 110, pp. 3011-3017

Meli, R. (2000). *Diseño estructural* (2ª edición). México: Limusa.

Mendel, J. M. (1990). *Maximum – likelihood deconvolution, a journey into model – based signal processing*, New York, NY: Springer – Verlag.

Miranda, E. (1995). *Respuesta de edificios al movimiento sísmico. Curso de seguridad sísmica de las construcciones para directores responsables de obra.* Centro nacional de prevención de desastres de la secretaría de gobernación. pp. 85-111

Miranda, R. (2005). Simplified analysis tools for rapid seismic evaluation of existing building in urban areas, *J. of Structural engineering*, ASCE.

Minster, J. B., y Jordan, T. H. (1978). Present data plate tectonic. *Journal of geophysical Research*, 83, pp. 5331-5354.

Molnar y Sykes, L. R. (1969). Tectonic of the Caribbean and Middle American Regions from focal Mechanisms and Seismicity. *Geological Society of America Bulletin*, 80, pp. 1639-1684.



Nakahara, H. (2006). Theoretical background of retrieving Green's function by cross-correlation: one dimensional case. *Geophys. J. Int*, 165, pp. 719-728.

Oldenburg, D. W. A. (1981). Comprehensive solution to the linear deconvolution problem. *Geophysics*, 65, pp.331 – 357.

Owens, T. J., Zandt, G., y Taylor, S. R. (1984). *Seismic evidence for an ancient rift beneath the Cumberland Plateau, Tennessee: A detailed of broadband teleseismic P waveforms*, *Geophysics*, 89, pp. 7783 – 7795.

Robinson, E. A., y Treitel, S. (2002). *Geophysical signal analysis*, USA, Society of Exploration Geophysical.

Robinson, E. A. (1985). Seismic time – invariant convolutional model. *Geophysics*, 50, pp. 2742 – 2751.

Rivera L. J., y Ruiz, G. S. (2007). Design approach base don UAFR spectra for structure with displacement dependent dissipating elements. *Earthquake Spectra*, Vol.23, 2, pp.417-439

Sánchez-Sesma, F. J., y Campillo, M. (2006). Retrieval of the Green's Function from Cross Correlation: The Canonical Elastic Problem. *Bull. Seism. Soc. Am*, 96, pp. 1186-1191.

Sánchez-Sesma, F. J., y Luzón. F. (1995). Seismic response of three-dimensional alluvial valleys for incident P, S and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am*, 85, pp. 269-284.

Sánchez-Sesma, F. J., Ramos-Martínez, J., y Campillo, M. (1993). An indirect boundary element method applied to simulate the seismic response of alluvial valleys for incident P, S and Rayleigh waves. *Earthq. Engrg. Struct. Dy*, 22, pp. 279-295.



Safak, E. (1995). Detection and identification of soil-structure interaction in buildings from vibration recordings. *Journal of Structural Engineering*, 121, pp. 899-906.

Safak, E. (1999). Wave-propagation formulation of seismic response of multistory buildings. *J. Struct. En.*, 125, pp 426–437.

Sugiyama, T., Ishii T., y Kaneko M. (1995). Effects of seismic wave propagation on a long and narrow building: Body wave and surface wave propagation. *Computers and Geotechnics. Elsevier Science*, pp. 547-564.

Snieder, R. (2004). *A Guided Tour of Mathematical Methods for the Physical Science* (2ª edición). Cambridge, United Kingdom, Cambridge Univ. Press.

Snieder, R., y Safak, E. (2006a). Extracting the building response using seismic interferometry: Theory and application to the Millikan Library in Pasadena, California. *Bull. Seismol. Soc. Am*, 95, pp. 586 – 598.

Snieder, R., Sheiman J., y Rodney C. (2006b). Equivalence of the virtual-source method and wave-field deconvolution in seismic interferometry. *Physical Review E*, 73, 066620.

Unidad Estatal de Protección Civil. (2004). *Sismicidad en el Estado de Oaxaca 1990-2000*, 1ª. ed., Oaxaca, México, p. 117.

Todorovska, M. I., Ivanovic. S. S., Trifunac, M. D. (2001). Wave propagation in seven-story reinforced concrete building, I. Theoretical models. *Soil Dyn. Earthquake Eng*, 21, pp 211-223.

Trifunac, M. D., Ivanovic, S. S., y Todorovska M. I. (2001a). Apparent periods of a building. I: Fourier analysis. *J. Struct. Eng*, 127, pp. 517–526.



Trifunac, M. D., Ivanovic, S. S., y Todorovska, M. I. (2001b). Apparent periods of a building. II: Time-frequency analysis. *J. Struct. Eng*, 127, pp. 527–537.

Vásquez, M., P. Villaseñor., R. Sánchez E islas, M. (1992). *Geotectónica del sureste de México*. Revista del Instituto mexicano del Petróleo XXIV, pp. 12-37.

Wapenaar, K. (2004). Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation. *Phys. Rev.Lett*, 93, 254301.

Webster, G. M. (1978). *Deconvolution*, Tulsa, Ok., Society of exploration Geophysicists, 1978.



APÉNDICES

Apéndice 1. Delta de Dirac

En 1926, el físico inglés P. A. M. Dirac (1902-1984) introdujo la función delta de Dirac, que es denotada por $\delta(t)$. Realmente no se trata de una función en el sentido ordinario del término, sino de una distribución. La delta de Dirac puede, efectivamente, entenderse como el límite de una sucesión de funciones que se concentran infinitamente en torno a un punto

A continuación se presenta la derivación de la función delta de Dirac.

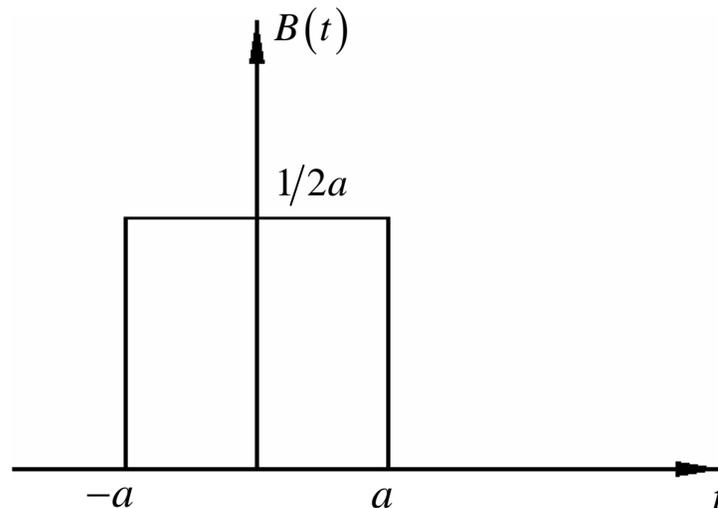


Figura A 1 Función caja.

De la Figura A 1 se puede establecer que

$$B(t) = \begin{cases} 1/2a & -a \leq t \leq a \\ 0 & \text{En cualquier otro caso} \end{cases} \quad (\text{A-1})$$

Esta es una función caja, si se resuelve la siguiente integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t) dt, \quad (\text{A-2})$$

se obtiene



$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t) dt = \int_{-\infty}^{-a} (0)dt + \int_{-a}^a \frac{1}{2a} dt + \int_a^{\infty} (0)dt, \tag{A-3}$$

de donde

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t) dt = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a dt = \frac{1}{2a} [t]_{-a}^a, \tag{A-4}$$

dando como resultado:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t) dt = \frac{1}{2a} (a + a) = 1. \tag{A-5}$$

La ecuación anterior denota que el área de la función caja es 1. La Figura A2 muestra una función caja simétricamente dispuesta con respecto a la línea punteada que corta al eje horizontal en t_0 .

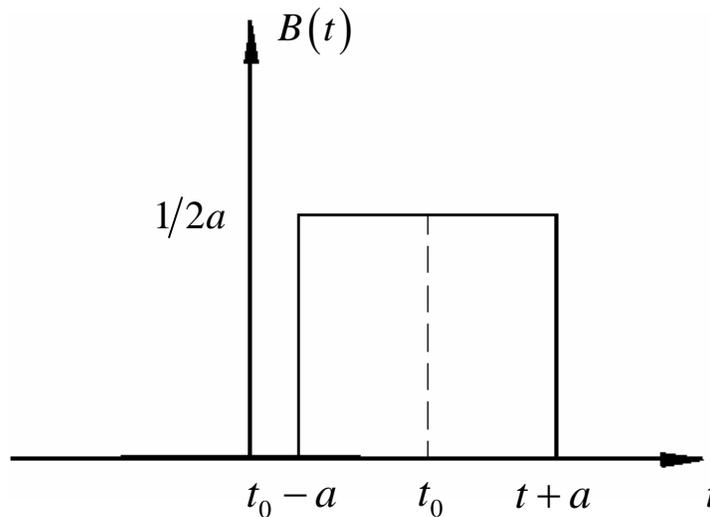


Figura A 2 Desplazamiento de la caja

Multiplicando la nueva función caja por una función $f(t)$, e integrando de $-\infty$ a ∞ , se obtiene:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t-t_0) f(t) dt. \tag{A-6}$$

Resolviendo la integral, resulta:



$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t-t_0) f(t) dt = \int_{-\infty}^{t_0-a} (0)f(t) dt + \int_{t_0-a}^{t_0+a} \left(\frac{1}{2a}\right) f(t) dt + \int_{t_0+a}^{\infty} (0)f(t) dt, \quad (A-7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t-t_0) f(t) dt = \frac{1}{2a} \int_{t_0-a}^{t_0+a} f(t) dt; \quad (A-8)$$

si a es una cantidad pequeña, entonces el área se puede calcular de la siguiente manera

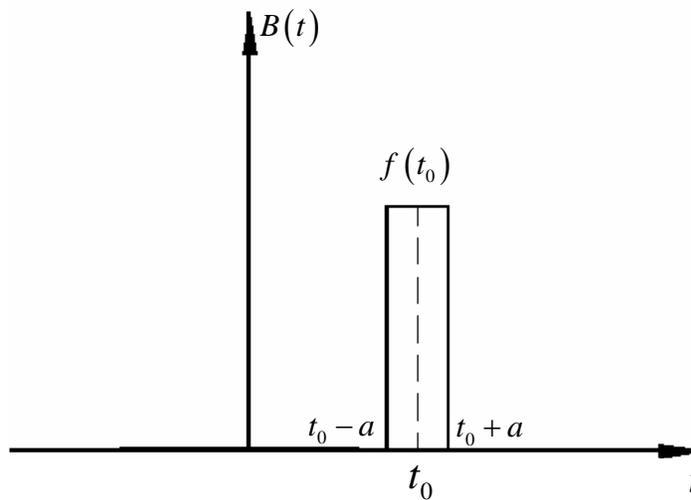


Figura A 3 La nueva función $f(t)$

$$\frac{1}{2a} \int_{t_0-a}^{t_0+a} f(t) dt = \frac{1}{2a} f(t_0) [t]_{t_0-a}^{t_0+a} = \frac{1}{2a} f(t_0) [t_0 + a - t_0 - a] = f(t_0), \quad (A-9)$$

obteniendo así:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(t-t_0) f(t) dt = f(t_0). \quad (A-10)$$

Para calcular la integral de la ecuación (A-10), se consideró que “ a ” es infinitamente pequeña. Como consecuencia la función $B(t-t_0)$, se puede definir como:



$$B(t-t_0) = \begin{cases} \infty & t = t_0 \\ t & t \neq t_0 \end{cases} ; \quad (\text{A-14})$$

Por lo que, $B(t-t_0)$ se puede llamar $\delta(t-t_0)$, donde δ es la función delta de Dirac.

$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} \infty & t = t_0 \\ 0 & t \neq t_0 \end{cases} . \quad (\text{D-13})$$

El concepto de la función delta de Dirac, llamada también función impulso unitario, resulta un modelo útil cuando existe un sistema mecánico sobre el que actúa una fuerza externa de gran magnitud, durante un breve instante de tiempo. En el caso extremo en el que esta fuerza estuviese concentrada en un punto, estaría representada por la delta de Dirac.



Apéndice 2. Deconvoluciones con respecto al registro del techo

En la Tabla A-1, se muestran las deconvoluciones de diferentes registros correspondientes al edificio “Lara Sosa”. En todas las deconvoluciones se observan dos ondas, una ascendente y otra descendente. Las deconvoluciones se realizaron usando los registros completos; éstas se efectuaron con respecto al movimiento del techo. Esto se realizó considerando todo el contenido de los registros.

Tabla A-1 Deconvoluciones de registros sísmicos del edificio del IMP.

<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 29 de julio, 1993 MAGNITUD(ES) : Mc=4.55 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 23 de mayo, 1994 MAGNITUD: Mc=5.6 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	



<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 04 de julio, 1994 MAGNITUD: $M_c=5.9$ INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 10 de diciembre, 1994 MAGNITUD: $M_c=6.3$ INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 14 de septiembre, 1995 MAGNITUD: $M_s=6.4/M_b=7.2/M_c=7.3$ INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	



<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO : 12 de octubre, 1995 MAGNITUD: Ms=5.5/Mb=5.5/Mc=6.1 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO : 30 de octubre, 1995 MAGNITUD: Ms=5.0/Mb=4.9/Mc=5.3 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO : 13 de marzo, 1996 MAGNITUD: Mb=5.2/Ms=4.4/Mc=5.1 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	



<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 15 de julio, 1996 MAGNITUD : Mb=5.7/Ms=6.5/Mc=6.0 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO : 11 de enero, 1997 MAGNITUD: Mb=6.5/Ms=5.9 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO : 08 de mayo, 1997 MAGNITUD: Mb=5.0/Ms=4.3/Mc=4.8 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	



<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 3 de febrero, 1998 MAGNITUD(ES) : Mb=6.0/Ms=6.2/Mc=6.4 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 15 de junio, 1999 MAGNITUD : Mb=6.4/Ms=6.5 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	
<p>DATOS DEL SISMO: FECHA DEL SISMO: 30 de septiembre, 1999 MAGNITUD : Mb=6.5/Ms=7.5/Mc=5.2 INTERVALO DE MUESTREO (s): 0.01</p>	