

# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO INTERDISCIPLINARIO DE INVESTIGACIÓN PARA EL DESARROLLO INTEGRAL  
REGIONAL, UNIDAD OAXACA



Maestría en Ciencias en Conservación y Aprovechamiento de Recursos Naturales

---

## CARACTERIZACIÓN DE LUMINISCENCIA DE BURBUJA CÓNICA EN EL DOMINIO TIEMPO-FRECUENCIA

---

**T e s i s**

Que para obtener el grado de

Maestro en ciencias

**Presenta:**

Jesús Sánchez López

Directores de tesis:

**Dr. Francisco Castellanos León**

**Dra. Margarita Navarrete Montesinos**



**INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL  
SECRETARIA DE INVESTIGACION Y POSGRADO**

*ACTA DE REVISION DE TESIS*

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez siendo las 13:00 horas del día 12 del mes de noviembre del 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de Tesis designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca (CIIDIR-OAXACA)** para examinar la tesis de grado titulada: "Caracterización de luminiscencia de burbuja cónica en el dominio tiempo-frecuencia"

Presentada por el alumno:

**Sánchez**

Apellido paterno

**López**

materno

**Jesús**

nombre(s)

Con registro: 

B	1	0	1	7	4	2
---	---	---	---	---	---	---

aspirante al grado de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **SU APROBACION DE LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

**LA COMISION REVISORA**

Directores de tesis:

Dr. Francisco Castellanos León

Dra. Margarita Navarrete Montesinos

Dr. Alejandro Vázquez Feijoo

Dr. Prisciliano Felipe de Jesús Cano Barrita

Dr. Pastor Teodoro Matadamas Ortiz

**EL PRESIDENTE DEL COLEGIO**

Dr. Rafael Pérez Pacheco



CENTRO INTERDISCIPLINARIO  
DE INVESTIGACION PARA EL  
DESARROLLO INTEGRAL REGIONAL  
C.I.I.D.I.R.  
UNIDAD OAXACA  
1991



**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**  
**SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO**

*CARTA CESION DE DERECHOS*

En la Ciudad de Oaxaca de Juárez el día 12 del mes de noviembre del año 2012, el (la) que suscribe **Sánchez López Jesús** alumno (a) del Programa de **MAESTRÍA EN CIENCIAS EN CONSERVACIÓN Y APROVECHAMIENTO DE RECURSOS NATURALES** con número de registro **B101742**, adscrito al Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional, Unidad Oaxaca, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de los Drs. Francisco Castellanos León y Margarita Navarrete Montesinos y cede los derechos del trabajo titulado: “Caracterización de luminiscencia de burbuja cónica en el dominio tiempo-frecuencia”, y cede los derechos al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **Calle Hornos 1003, Santa Cruz Xoxocotlán, Oaxaca**, e-mail: [posgradoax@ipn.mx](mailto:posgradoax@ipn.mx) ó [jsanl85@hotmail.com](mailto:jsanl85@hotmail.com) Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

  
\_\_\_\_\_  
**Sánchez López Jesús**



## RESUMEN

En el presente trabajo se estudia el la luminiscencia por colapso de burbuja cónica (por sus siglas en ingles CBL) siguiendo la dinámica del comportamiento no lineal de la señales de fuerza adquirida aplicando la Transformada Wavelet (TW) como herramienta de análisis de señales en el tiempo. El análisis de TW es una herramienta poderosa para señales que presentan distorsiones de rápida transitoriedad. El análisis Wavelet se aplica a señales de fuerza adquiridas a partir del experimento CBL usando diferentes terminaciones cónicas (corta  $60^\circ$ , escalonada  $32^\circ$  y larga  $22^\circ$ ), empleando como funciones base las wavelets de Daubechies Db4 y Db10. Además de la caracterización en el dominio tiempo-frecuencia del CBL, se identifican los anchos de banda de la señal de fuerza correspondientes a pulso de emisión de luz. El objetivo es caracterizar la luminiscencia de burbuja cónica mediante el seguimiento y análisis de las señales de fuerza considerando tres conos con ángulos de convergencia distintos mediante su transformación al dominio tiempo-frecuencia y adquiridas durante el colapso.

## ABSTRACT

This work proposes the study of conical bubble collapse luminescence (for its acronym in english CBL) following the dynamic non-linear behavior the of force time history using Wavelet Transform (TW) as a tool for signal analysis as a function of time. Wavelet analysis is a powerful tool for the analysis of signals which have sudden transient distortions. Analysis of such signal by means of the Fourier Transform (FT) would be difficult. Therefore, TW complements the information provided by the TF. Processing of force signals obtained from CBL experiments using different conical end (short  $60^\circ$ , stepped  $32^\circ$  and large  $22^\circ$ ), by mean of the TW based on the Daubechies Wavelets Db4 and Db10. Besides the time-frequency characterization of the CBL process, width band frequency in the force signal corresponding to the light emission is identified. The objective is to characterize the conical bubble luminescence through monitoring and analysis of force signals considering three cones with different convergence angles through the transformation to time-frequency domain and acquired during the collapse.

# *Dedicatoria*

A mis padres:

*Carlos Macedonio Sánchez Bautista y Nina López López*

Quien siempre se han preocupado por aconsejarme en la toma de decisiones y su apoyo incondicional y con quienes viviré eternamente agradecidos gracias a ellos soy la persona que dedica tiempo y esfuerzo para escribir un capítulo en mis metas personales.

A mis hermanos:

*Benito Sánchez López y Carlos Sánchez López*

Quien he compartido grandes momentos como hermanos por estar conmigo y apoyarme siempre, los quiero mucho hermanos.

A toda mi familia:

A quien les estaré eternamente agradecido por la confianza depositada y se sientan orgullosos de mí.

Con cariño y respeto.

*Jesús Sánchez López*

## *Agradecimientos*

Al **Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral Regional (CIIDIR) Oaxaca del Instituto Politécnico de Oaxaca** por la oportunidad que me otorgo al aceptarme como alumno.

Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT)** por el financiamiento otorgado a través de su sistema de becas, durante los estudios de posgrado.

Al **Programa Institucional de Formación de Investigadores** por las becas otorgadas.

A mi director de tesis Dr. Francisco Castellanos León por iniciar en mí la formación de investigador de manera formal, por el gran apoyo, confianza, tiempo para la dirección de este trabajo.

A mi codirectora de tesis Dr. Margarita Navarrete Montesinos investigadora de la UNAM, por las facilidades brindadas para la realización del presente trabajo, sin su apoyo no podría culminar mi trabajo de maestría.

A los distinguidos y honorables miembros de la comisión revisora y jurado de tesis: Dr. Francisco Castellanos León, Dr. Margarita Navarrete Montesinos, Dr. Pastor Teodoro Matadamas Ortiz, Dr. Prisciliano Felipe de Jesús Cano Barrita, Dr. Juan Alejandro Vázquez Feijoo, por sus sugerencias y recomendaciones realizadas para el mejoramiento del presente estudio.

A mis compañeros Rosa, Vladimir, Enrique, Floriberto, Cristian, Raymundo, Marco, Miriam Astrid, Arturo y más amigos por la ayuda otorgada y los ánimos.

Al personal, administrativo y de servicios generales del CIIDIR-Oax por la ayuda otorgada en la culminación del presente trabajo.

Respetuosamente

*Jesús Sánchez López*

## Índice General

RESUMEN	iv
ABSTRACT	v
DEDICATORIA	vi
AGRADECIMIENTOS	vii
INTRODUCCIÓN	1
ANTECEDENTES	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
JUSTIFICACIÓN	4
OBJETIVOS	
Objetivo General	5
Objetivos Específico	5
HIPÓTESIS	5
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO	6
1.1 Series de Fourier	7
1.2 Transformada de Fourier	8
1.3 Transformada de Fourier por ventanas (STFT)	9
1.4 Transformada wavelet	10
1.5 Transformada wavelet discreta	13
1.6 Las wavelet de Daubechies	14
CAPÍTULO 2. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DE SONOLUMINISCENCIA POR COLAPSO DE BURBUJA CÓNICA	16
2.1 Desarrollo del experimento	17
2.1.1 Análisis de la señal de fuerza con la función base Db10	20
2.1.2 Acelerómetro	26
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	27
3.1 Resultados	28
3.2 CBL con terminación cónica corta a 60°	28
3.2.1 TW basada en la función Db10	28

3.3 CBL con punta cónica escalonada a 32°	34
3.3.1 TW basada en la función Db10	34
3.4 CBL con terminación cónica larga a 22°	39
3.4.1 TW basada en la función Db10	39
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	43
REFERENCIAS	44
APÉNDICE A: Análisis de señal de fuerza con función base Db4	46
APÉNDICE B: Señal de velocidad	51
APÉNDICE C: CBL con terminación cónica corta a 60°, función base Db4	57
APÉNDICE D: CBL con punta cónica escalonada a 32°, función base Db4	63
APÉNDICE E: CBL con terminación cónica larga a 22°, función base Db4	68

## INTRODUCCIÓN

La sonoluminiscencia es un fenómeno físico caracterizado por la emisión de luz en líquidos y sólidos sometidos a ondas ultrasónicas, en líquidos la sonoluminiscencia se produce durante el colapso de una o clúster de burbujas. En nuestro caso, que estudiamos la luminiscencia por colapso de burbuja cónica, se tiene un dispositivo en el que se hace colapsar una bolsa de gas en la punta de un cono mediante un pistón líquido, emitiendo un pulso de luz en un intervalo de UV-VIS y de IR [1-6].

La intensidad y la forma de la luz resultante en el colapso son dependientes de la presión inicial del gas, la presión externa aplicada, las condiciones del pistón líquido y de las impurezas disueltas en él. Para estudiar el colapso de burbujas cónicas se utiliza tres diferentes terminaciones cónicas manufacturadas en policarbonato con geometría externa hexagonal, lo que sirve también como ventana en donde se enfocan los dispositivos que siguen la dinámica del colapso en forma temporal, espacial y espectral [7,8]. Se tiene dos sistemas de adquisición de datos: uno para determinar las características temporales y espaciales de la emisión de luz durante el colapso y parámetros termodinámicos y otros para su caracterización espectral. Con ambos sistemas, una vez calibrados se realizaron corridas experimentales. Los parámetros en función del tiempo registrados durante el colapso fueron: presión, fuerza dinámica, velocidad inicial, ancho e intensidad de pulso (caracterización temporal) y el espectro de emisión lumínica; variando las condiciones iniciales del volumen de gas inerte, la presión externa y el volumen de pistón líquido.

En este trabajo se analizan las señales de la fuerza dinámica alcanzada durante el intervalo de tiempo del colapso en donde hay emisión de luz aplicando un análisis tiempo-frecuencia. El análisis tiene como principal objetivo detectar las frecuencias principales y relacionarlas con la emisión de luz y el tiempo en que se presentan.

Los métodos numéricos en el dominio tiempo-frecuencia representan ventajas como son: la posibilidad de tratar directamente con elementos o medios no lineales. La obtención de información en un intervalo amplio de frecuencias, permite analizar propiedades que varían con el tiempo y sobre todo sin olvidar la naturaleza que se encuentra en el dominio del tiempo.

La Transformada Wavelet (TW) es uno de los métodos que se están popularizando en el estudio de señales no estacionarias, la cual estima distribuciones en el dominio tiempo-frecuencia. A pesar de que el análisis wavelet se encuentra restringido por el principio de incertidumbre de Heisenberg, de la misma manera que la Transformada de Fourier por ventanas (STFT), el análisis wavelet permite el estudio de señales no estacionarias en el tiempo. Una de las ventajas que presenta la TW frente a la STFT, es que en éste último, el tamaño de ventana está restringido a una duración fija y por lo tanto se tiene una resolución fija para las distintas frecuencias.

El objetivo del presente análisis es determinar rasgos característicos del fenómeno de luminiscencia en el dominio tiempo-frecuencia en terminales cónicas como cono corto  $60^\circ$ , cono largo  $22^\circ$  y cono escalonado de  $32^\circ$ .

## ANTECEDENTES

Investigadores a lo largo del tiempo se han dado a la tarea de realizar estudios sobre colapso de burbujas. Los primeros estudios fueron realizados Rayleigh (1917), quién desarrolló la dinámica fundamental de este fenómeno [9]. En 1968 (Kosky y Henwood) desarrollaron una técnica experimental para investigar la condensación y colapso de burbujas de vapor de un líquido sub-enfriado y de las ondas de presión que se generan el proceso [10].

En 1969 Hawtin *et al.* [11], se enfocaron al desarrollo matemático para predecir la velocidad del colapso de una burbuja (cavidad) de vapor, bajo un gradiente de presiones usando un aparato análogo de burbuja. El modelo asume incompresibilidad dinámica del líquido y trata de la pérdida de calor debido a una condensación como una ecuación de conducción sencilla.

En 1996 Leighton *et al.* [12], implementaron un diseño para realizar colapsos de burbuja experimental de tal manera que la burbuja de gas se expande lentamente en un hueco cónico a través de la reducción en la presión estática. Cuando la presión se libera rápidamente, el choque del líquido hace que la burbuja se colapse en la punta del cono.

En el 2000 Putterman *et al.* [13] se enfocaron en la generación de luz mediante transductores utilizando ultrasonido llevando más allá de su límite la mecánica de fluidos clásica. Con la adición de pequeñas cantidades de gas noble, lograron observar la capacidad de generación de un destello de luz en  $\mu\text{s}$  y la aplicación de diversos mecanismos acuosos, observando la intensidad de luz.

En estudios recientes, Godínez *et al.* (2012) demostraron que la intensidad y el ancho del pulso de luz durante el colapso de burbuja cónica varían dependiendo del contenido de gas argón (Ar), de las impurezas contenidas en el pistón líquido, así como la degradación de este último en función del número de colapsos realizados [7,8].

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Varios procedimientos se han utilizado para controlar experimentalmente y estudiar el colapso de burbuja cónica. Algunos procedimientos implican la aplicación de tensión en los líquidos por medio de ondas acústicas o cambiando la geometría de la tubería [13,14,15]. Sin embargo, existe incertidumbre acerca de las frecuencias características relacionadas con la emisión de luz.

La mayoría de las investigaciones sobre el colapso de burbujas cónicas se han realizado utilizando una terminal cónica dada, por lo que Navarrete *et al.* [8] han propuesto el estudio de este colapso utilizando diversas terminaciones, con la finalidad de estudiar la influencia de distintas geometrías sobre el CBL.

El objetivo del presente análisis es determinar rasgos característicos del fenómeno de luminiscencia en el dominio tiempo-frecuencia considerando diferentes terminaciones cónicas (corto 60°, cono largo 22° y cono escalonado 32°) siguiendo la dinámica de la fuerza adquirida durante el colapso. La descripción se realiza mediante la Transformada Wavelet, la cual permite identificar de manera adecuada patrones de señales no periódicas y no estacionarias [16].

## **JUSTIFICACIÓN**

Las investigaciones realizadas dan prioridad al colapso de las burbujas que se obtienen al emplear terminales cónicas lisas así como a los tiempos en que ocurren dichos colapsos, por lo que Godínez *et al.* [7] han propuesto el estudio del CBL originado por diversas terminaciones cónicas, con la finalidad de estudiar la física del fenómeno.

La finalidad del presente trabajo es la descripción del fenómeno en el dominio tiempo-frecuencia a partir del análisis de datos obtenidos de la experimentación.

La implementación de nuevas técnicas para el procesado de datos es de gran ayuda para el análisis. Estas son técnicas alternativas de análisis importantes dentro de las cuales destacan Transformada de Fourier, Transformada Wavelet, Transformada Hilbert-Huang por mencionar algunas, siendo estas últimas herramientas de análisis complementarias del análisis de Fourier.

En este trabajo, el análisis en el dominio tiempo-frecuencia se realiza mediante la Transformada Wavelet utilizando como funciones base las propuestas por Daubechies.

## **OBJETIVOS**

### **OBJETIVO GENERAL**

- Caracterizar y correlacionar la luminiscencia y fuerzas dinámicas producidas durante el colapso de gas en el ápice de diferentes secciones cónicas mediante el seguimiento y análisis de las señales adquiridas de la fuerza a partir de su transformación al dominio tiempo-frecuencia.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Evaluar la Transformada Wavelet de las señales de fuerza obtenidas a través del experimento asociado a la luminiscencia del colapso de burbuja cónica
- Identificar las características del fenómeno de luminiscencia de burbuja cónica mediante análisis Wavelet de la señales de fuerza adquirida durante la emisión de luz.
- Asociar los patrones encontrados en el dominio tiempo-frecuencia con otras variables del experimento y los diversos conos empleados.

## **HIPÓTESIS**

- Las variables de la luminiscencia de burbuja cónica se manifiestan en distintas regiones del continuo tiempo-frecuencia.
- La Transformada Wavelet en el dominio tiempo-frecuencia permiten identificar el colapso de burbuja cónica asociado a los distintos conos empleados.

# **CAPÍTULO 1.**

# **MARCO TEÓRICO**

## 1.1 Serie de Fourier

Las señales en términos simples, es un conjunto de información o datos, por ejemplo la señal de un teléfono o de un televisor. En los ejemplos mencionados anteriormente la señal es una función del tiempo [17].

La serie de Fourier establece que cualquier señal periódica  $f(t)$  se representa por una serie trigonométrica de Fourier, en donde  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ , siendo  $\omega_0$  es la frecuencia angular de la señal periódica que se forma con base en  $f(t)$  en el intervalo de  $T_0$ .

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos \omega_0 t + \dots b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin \omega_0 t + \dots \quad (1)$$

La ecuación (1) es la representación de suma de cosenos y senos, esta ecuación se simplifica de la siguiente manera.

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_0 t + b_n \sin \omega_0 t) \quad (2)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

La ecuación (2) constituye la representación de  $f(t)$  como serie trigonométrica de Fourier en el intervalo  $(0, T)$ , en la cual los coeficientes de  $a_0, a_n$  y  $b_n$  se calculan de la siguiente manera.

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^T f(t) dt \quad (3)$$

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^T f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (4)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^T f(t) \sin(n\omega_0 t) dt \quad (5)$$

Para  $n=1, 2, 3, 4, \dots$

El valor de  $a_0$  es el promedio de la  $f(t)$  en el intervalo  $(0, T)$  [17].

La serie de Fourier es una forma de descomponer una señal  $f(t)$  en todas sus componentes armónicas.

## 1.2 Transformada de Fourier

La Transformada de Fourier (TF) se emplea con señales no periódicas e incluso transitorias considerando que tienen un periodo infinito. La TF es una herramienta de análisis que permite conocer todas las componentes de frecuencia de una señal y su respectivo aporte energético [18].

Para obtener la transformada de Fourier de una función  $f(t)$ , se debe de considerar que la serie de Fourier de una función definida en el intervalo  $0 \leq t \leq T$  debe de cambiar en un intervalo de  $(-\infty, \infty)$

Así, la serie de Fourier que representa  $f_{T_0}(t)$  también se representan  $f(t)$  en el límite de  $T_0 \rightarrow \infty$ . La serie de Fourier exponencial de  $f(t)$  está dado por

$$f_{T_0}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_0 t} \quad (6)$$

Donde

$$D_n = \frac{1}{T_0} \int_{-0}^{T_0} f_{T_0}(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (7)$$

Observamos que la integral  $f_{T_0}(t)$  por encima de  $(-0, T_0)$ , es la misma integración  $f(t)$  como  $(-\infty, \infty)$ . Por lo tanto la ecuación (6) puede ser expresada.

$$D_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (8)$$

Es interesante ver como la naturaleza del espectro cambia a medida que  $T_0$  se incrementa. Para entender este comportamiento, se define  $F(w)$ , una función continua de  $w$ , según

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (9)$$

La ecuación (9) es la representación de la TF en sus respectivas componentes de frecuencia presentes en una señal y para regresarla a su forma original tiene una inversa.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{-j\omega t} dw \quad (10)$$

Se ha propuesto una representación no periódica  $f(t)$  mediante una integral de Fourier o TF. Esta integral es básicamente el límite de una serie de Fourier considerando que el incremento de frecuencia  $\Delta w \rightarrow 0$  [17].

### 1.3 Transformada de Fourier por ventanas (STFT)

Como se mencionó la TF es una herramienta que permite conocer todas las componentes de frecuencia de una señal  $f(t)$ . Lo anterior determina que la transformada tenga una resolución aceptable en el dominio de la frecuencia, sin brindar ninguna información en el dominio del tiempo. A pesar de que la TF es una herramienta exitosa en el análisis de señales estacionarias, ésta no puede ser utilizada con el fin de obtener información precisa de la ocurrencia en el tiempo de las diferentes componentes de frecuencia de una señal transitoria; característica vital para la descripción de señales no estacionarias [18].

Tras la limitante de la TF, Gabor introduce el concepto inicial de la Transformada de Fourier por ventanas (STFT). Este tipo de transformaciones consiste en descomponer la señal en una serie de segmentos y analizarlos independientemente considerando la señal aproximadamente estacionaria. Para realizar la descomposición, es necesario establecer una ventana que permita enmarcar una muestra de la señal. A cada muestra le es aplicada la TF, obteniéndose los coeficientes de la frecuencia.

Otra característica de la STFT es que las ventanas son de longitud finita, lo cual causa una resolución baja en frecuencia, es decir, se conoce un intervalo de menor frecuencia. Por lo tanto se define lo siguiente “*si se utiliza una ventana de longitud infinita, se llega a la TF, la cual tiene buena resolución en frecuencia, pero ninguna información en el tiempo*” [18].

De lo anterior inferimos los siguientes conceptos:

Con una ventana estrecha se tiene una resolución en el tiempo adecuada, sin embargo la resolución en frecuencia disminuye.

Si se aplica una ventana ancha aumenta la resolución en frecuencia, pero disminuye la resolución en el tiempo.

A partir de lo anterior, la STFT está representada por la siguiente ecuación.

$$STFT_x(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * g(t - \tau) * e^{-i*2*\pi*f*t} dt \quad (11)$$

Donde

$f(t)$  es la señal analizada no estacionaria.

$g(t)$  es una función utilizada como ventana de análisis, comúnmente una ventana Hann o una función Gaussiana.

$\tau$  indica el desfase de la ventana en el tiempo donde se hace el análisis.

Los valores obtenidos  $STFT_x(\tau, f)$  representan un esquema en el dominio tiempo-frecuencia y muestran la información que contiene la señal en dicho dominio. Donde  $\tau$  indica el desfase de la ventana en el tiempo. Una vez que se ha elegido el tamaño de ventana, la resolución en tiempo y en frecuencia quedan fijas sobre todo el plano, siendo esto una desventaja debido a que no puede adaptarse a las variaciones en el tiempo de las características de la señal [19].

El problema entonces radica en la elección del tamaño de ventana que se aplicará en el análisis, lo cual dependerá principalmente de la aplicación.

#### **1.4 Transformada wavelet**

Los métodos de análisis tiempo-frecuencia ofrecen interpretación simultánea de la señal tanto en el tiempo como en la frecuencia, permitiendo resolver localmente componentes transitorios. Hoy en día existen una gran cantidad de métodos de análisis para la descomposición en el plano de la frecuencia y el tiempo. Entre ellas se mencionan Transformada de Fourier por ventanas (STFT), Transformada Wigner-Ville (WVT) y la Transformada Wavelet (TW), entre las más importantes [19].

De los antes mencionados, el método más destacado es la TW como herramienta favorecida por los investigadores, ya que no contiene términos cruzados inherentes a los otros métodos.

La TW fue desarrollada como una técnica alternativa a la STFT para superar los problemas de resolución. El análisis Wavelet se realiza de manera similar en tiempo-frecuencia al STFT, la figura 1 a) muestra las funciones base senos y cosenos sobre las cuales se descomponen las señales y se conocen los armónicos de diferentes frecuencias asociados a la señal analizada. La TW en lugar de ellas, utiliza funciones de onda de duración finita en el tiempo, figura 1 b).

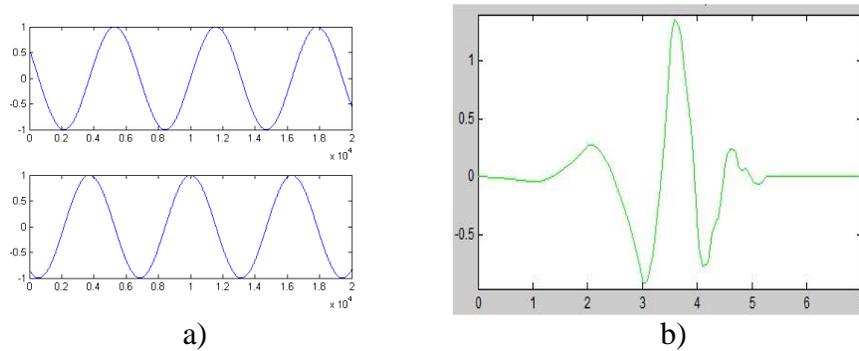


Figura 1.- a) Funciones senos y cosenos , b) función wavelet Db4, obtenidas de programa Matlab

Esta transformada se aplica eficientemente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad, al igual que la STFT, mapea la señal en una representación de tiempo-escala. La diferencia con la STFT está en que la TW provee análisis multiresolución con ventanas dilatadas como se muestra en la figura 2. La figura muestra el cambio de escala y las traslaciones y cada uno de los niveles correspondientes presentes en el análisis Wavelet, mapeando toda la señal a partir de generar un “*escalograma*”, comparado con la STFT que obtiene un “*espectrograma*”. Para poder observar bandas de alta frecuencia en las escalas más altas, se utilizan ventanas de tamaño angosto en el tiempo, y para observar una banda de bajas frecuencias se utilizan una ventana ancha [18].

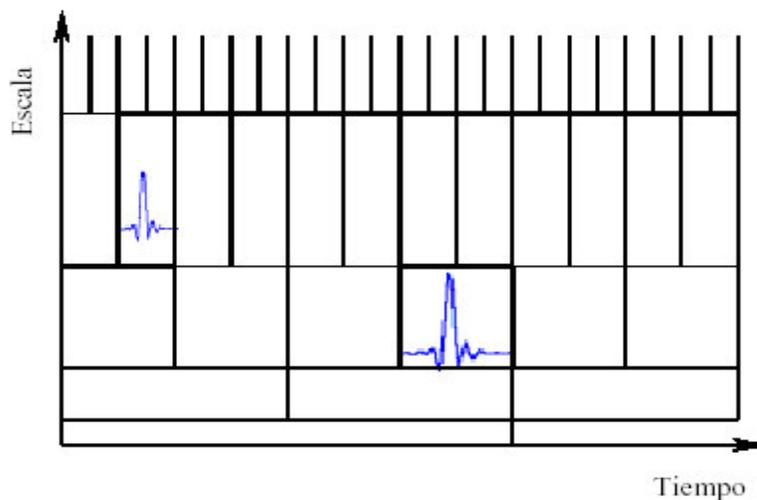


Figura 2.- La figura muestra las variaciones de ventana que tiene la Transformada Wavelet

La wavelet, funciones base de la transformada wavelet continua son generadas a partir de la función wavelet básica, mediante traslaciones y dilataciones. Estas funciones permiten reconstruir la señal original a través de la transformada wavelet inversa.

De manera general, la Transformada Wavelet Continua de una función  $f(t)$  es la descomposición en un conjunto de funciones  $\psi_{b,a}(t)$ , que forman una base y son llamadas wavelets. La transformada se define como:

$$W_f(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{b,a}^*(t)dt \quad (12)$$

Las wavelets son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de la misma función  $\psi(t)$ , llamada la “wavelet madre” y se define como:

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (13)$$

Donde “a” es el factor de escala y “b” es el factor de traslación.

Se utilizan siempre factores de escala  $a > 0$ . Las wavelet son dilatadas cuando la escala  $a > 1$ , y son contraídas cuando  $a < 1$ . Así, cambiando el valor de “a” se cubre rangos de diferentes frecuencias de menos rango, o una escala grande de  $\psi_{a,b}(t)$ . Valores pequeños de “a” corresponden a frecuencias de menor rango o una escala muy pequeña de  $\psi_{a,b}(t)$  [19].

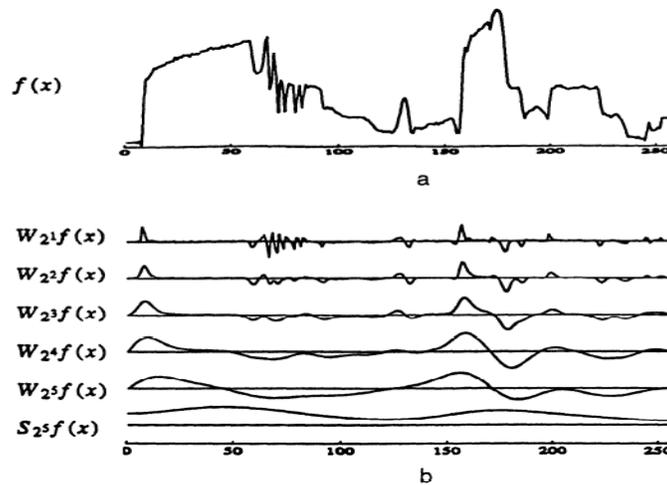


Figura 3.- Ejemplo de Transformada Wavelet, (a) señal original. (b) Transformada wavelet, 6 escalas diferentes [18].

La figura 3 muestra un ejemplo de la TW con distintos tamaños de ventana (escalas), generando los distintos niveles y representando la descomposición en los armónicos que corresponden a la señal original, por lo tanto se analizan pequeños intervalos de tiempo donde se produzcan eventos propios de componentes de alta frecuencia y también largos intervalos para conocer el contenido de armónicos de baja frecuencia, que son las magnitudes más importantes. En consecuencia, tenemos una herramienta capaz de localizar

impulsos y oscilaciones especialmente en presencia de una componente fundamental junto con los armónicos de bajo orden.

### 1.5 Transformada wavelet discreta

El tratamiento con wavelets discretas permite su aplicación directa a procesos computacionales. Las wavelets continuas presentan por una parte la dificultad de su manejo al tener que evaluar un gran número de integrales y tener en consecuencia una redundancia de información, por otra parte permiten la flexibilidad de adaptarse a situaciones en las que las discretas no dan un resultado satisfactorio. Concretamente en el tratamiento de imágenes digitales se precisa realzar detalles y detectar texturas analizando la imagen desde distintos ángulos, lo cual es posible hacer con las wavelets continuas al disponer de un mayor número de parámetros que posteriormente se pueden discretizar para su tratamiento computacional.

De modo análogo como ocurre en el análisis de Fourier, la transformada wavelet continua tiene su versión discreta para su implementación digital y es la Transformada Wavelet Discreta (DWT).

$$DWT(m, k) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \sum_n f(t) g\left(\frac{k - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right)$$

Dónde:

- $g(t)$  es la wavelet madre
- $k$  es una variable entera que indica el número de muestras de la señal de entrada
- " $a$ " representa el factor de escalamiento
- " $b$ " representa el factor de traslación y se convierte en una función discreta de parámetros  $m$  y  $n$  en la forma  $a = a_0^m$  y  $b = nb_0 a_0^m$

De este modo se origina una familia de funciones denominadas wavelets; cada una de ellas es la wavelet madre con un determinado escalado y traslación el factor de escala " $a$ " da lugar a un escalado geométrico. Este escalamiento geométrico de " $a$ " genera una cobertura logarítmica del espectro en contraste con la cobertura uniforme que genera el análisis de Fourier. Como resultado final el conjunto de todas las bandas del árbol de descomposición fracciona el espectro de la señal original con las bandas de anchura en progresión logarítmica.

## 1.6 La Wavelet Daubechies

La transformada wavelet existe una gran familia de funciones base, entre ellas destacan la Haar, Mexican hat, Coiflet, Morlet, Daubechies, por mencionar algunas. De las antes mencionadas la familia de funciones de Daubechies será utilizada para el desarrollo del presente trabajo como método de análisis de señales. Ingrid Daubechies, es una de las estrellas más brillantes en el mundo de la investigación, el nombre de las ondas de la familia Daubechies se escribe DbN, donde el N es el orden y hace alusión a la familia de la wavelet.

La wavelet de Daubechies es una familia de wavelets ortogonales que definen una transformada wavelet discreta y se caracteriza por tener un número de momentos evanescentes (vanishing moments). Los momentos evanescentes es un parámetro para saber qué tan hábil es la wavelet para suprimir un polinomio dado, por lo tanto la suavidad de la wavelet está delimitada por el número de momentos evanescentes que tenga. Estas wavelets son clasificadas acorde al número de momentos evanescentes que tiene. Para el caso N=1 es lo mismo que la wavelet Haar, la función escala ( $\phi$ ) y la wavelet ( $\psi$ ) son discontinuas [18], y se muestran en la figura 4.

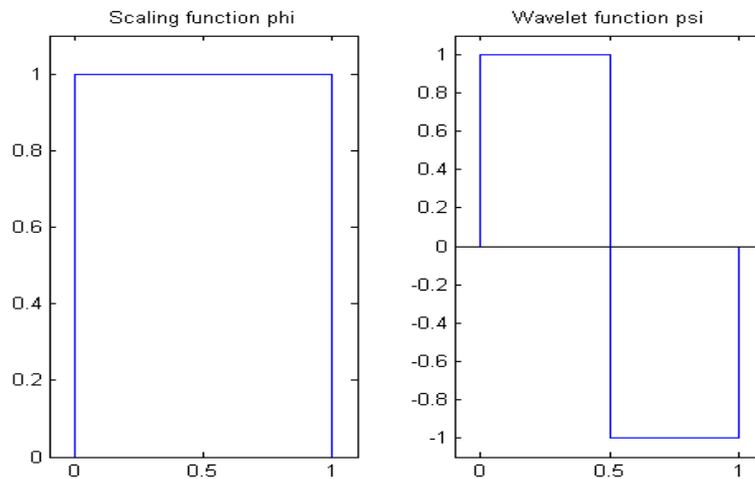


Figura 4.- Función escala  $\phi$  (izquierda), función wavelet  $\psi$  (derecha), obtenidos de Matlab

En la figura 5 se observa la representación de una wavelet Daubechies de orden 5 (Db5), donde el número de momentos evanescentes de la función escala ( $\phi$ ) y la función wavelet ( $\psi$ ), en este caso es igual al orden de la wavelet. Para este caso la wavelet Db5 tiene los siguientes coeficientes del filtro pasa bajas de descomposición

$$\{c_{db5}\} = \{0.0033, -0.0126, -0.0062, 0.0776, -0.0322, -0.02423, 0.01384, 0.7243, 0.6038, 0.1601\}.$$

El número de coeficientes que representa al filtro es igual a dos veces el número de momentos evanescentes.

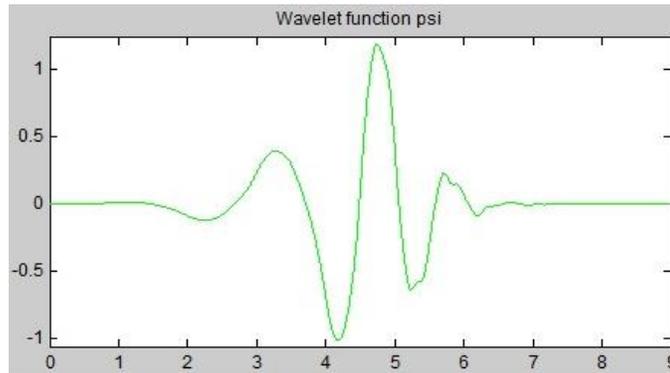


Fig. 5.- Representación gráfica de Db5 usando el programa Matlab

Resumiendo la familia de wavelet Daubechies presenta las siguientes características.

- Es ortogonal y biortogonal
- Es de soporte compacto, es decir, están definidas en una ventana de tiempo finito
- No existe simetría para  $N > 1$
- Existen  $N$  momentos evanescentes

La elección de la wavelet madre juega un papel muy importante en la detección y localización de disturbios en una señal no estacionaria y no periódica. Las funciones base de Daubechies trabajan bien con los coeficientes Db4, Db6, Db10 como filtros de alta o baja frecuencia. Para la detección de cambios en señales se aplican las funciones Db4 y Db6; por lo tanto, a menudo que los momentos evanescentes aumentan su suavidad y alcanzan a representar de una manera exacta la señal que se analiza; por lo tanto esta wavelet madre debe de ser la adecuada para detectar y localizar disturbios en las señales.

**CAPÍTULO 2.**

**DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO  
DE SONOLUMINISCENCIA POR  
COLAPSO DE BURBUJA CÓNICA**

## 2.1 Desarrollo del experimento

La presente investigación analiza en el dominio tiempo-frecuencia los registros obtenidos a partir de la experimentación realizada por Navarrete *et al.* [8], la cual tiene como objetivo estudiar la dinámica del colapso de las burbujas cónicas usando un dispositivo en el cual la burbuja es comprimida en distintas terminaciones cónicas (corto  $60^\circ$ , largo  $22^\circ$  y escalonado  $32^\circ$ ).

La figura 6 muestra un esquema del dispositivo de tubo en U con los sistemas de medición [8]. El vértice del cono se encuentra sellado con una ventana de cuarzo y que emplea para registrar los espectros de luz. Tres fotomultiplicadores (Hamamatsu, R5783-04 del módulo PMT) se fijan alrededor del cono para seguir el comportamiento de la emisión de luz en diferentes posiciones. Un sensor de fuerza dinámica (PCP Piezotronics, IPC 200B05, 75 MHz), se encuentra en la parte superior (al final del cono), para capturar las fuerzas transitorias producidas durante el colapso de la burbuja. Todas las señales son capturadas por un osciloscopio digital DPO7054 (500 MHz, 5GS/s). Además la compresión, el colapso y los rebotes se registran con una cámara de alta velocidad Phantom V9.1 con una velocidad promedio de 35000 marcos/s. La frecuencia natural del tubo en U es alrededor de 480 Hz y la frecuencia se desplaza hasta 180 Hz cuando se le adiciona el líquido.

La metodología para compresión del gas en la punta del cono es la siguiente:

- a) En primer lugar, el tubo en U se llena parcialmente con un líquido desgasificado ( $270 \pm 10$  ml) en condiciones ambientales.
- b) Posteriormente, el aire libre y disuelto se elimina del sistema, mediante la aplicación de una presión de vacío alcanzando alrededor de 2500 Pa.
- c) A continuación se inyecta un volumen de gas inerte en el brazo 1, llenando parcialmente dicho brazo y desplazando el líquido del brazo 2. Esta diferencia de presiones se mide mediante una altura  $\Delta h$ .
- d) Luego la válvula B se abre (definiendo como tiempo cero este instante), permitiendo así que el aire a presión entre por el brazo 2,  $P_{ext}$ , entonces el líquido se desplaza hacia el extremo del cono hasta comprimir el volumen de gas. EL desplazamiento del líquido es monitoreado por dos líneas de laser que están separadas 50 mm. Esta señal se emplea para calcular la velocidad del líquido en la parte cilíndrica del tubo.
- e) La burbuja de gas se comprime y colapsa en la punta del cono, luego rebota varias veces expandiéndose y contrayéndose hasta alcanzar el equilibrio aproximadamente después de 100 ms, hasta alcanzar el equilibrio.

La figura 6 se muestra en forma esquemática el arreglo experimental implementado para realizar el estudio de la luminiscencia por colapso de burbuja cónica.

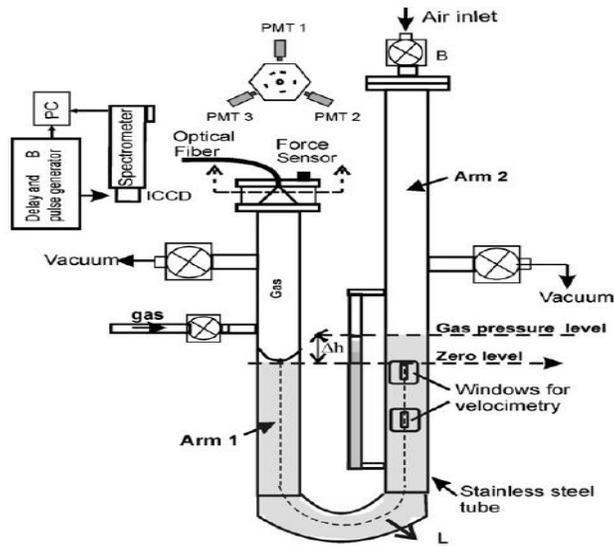


Figura 6.- Configuración experimental y el diagrama de modelo [7].

Las puntas cónicas se diseñaron con el objetivo de estudiar los cambios en la emisión de la luz (intensidad y ancho de pulso) por variaciones en la dinámica del colapso, lo cual se consigue variando tanto la geometría como el área de la punta cónica. En la figura 7a se despliegan fotografías de las puntas cónicas y en la 7b las señales adquiridas por un sensor de fuerza dinámica colocado en la parte superior de cada cono durante una corrida experimental.

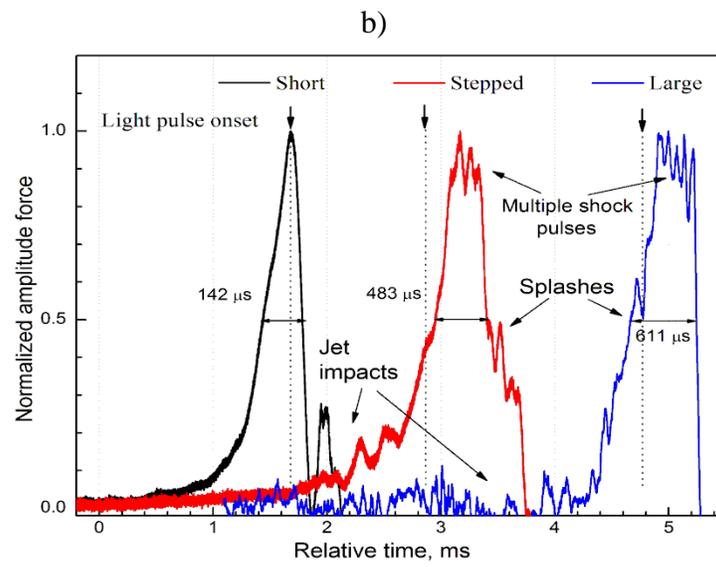
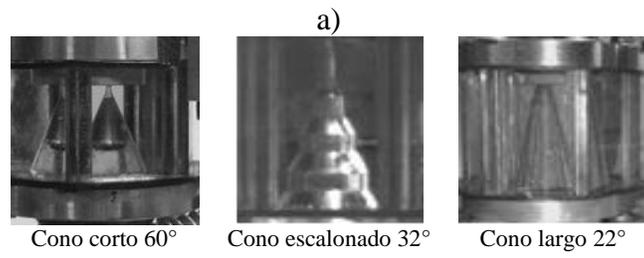


Figura 7.- a) Fotografías de las terminaciones cónicas y b) las señales de fuerza obtenidos a partir de la experimentación [8].

### 2.1.1 Análisis de señal de fuerza con la función base Db10

En las siguientes secciones se analizan señales obtenidas del experimento realizado por Godínez *et al.* [7]. En este experimento se emplea una sola terminal cónica de forma hexagonal, la cual en el interior contiene un cono circular recto de 30° y termina con un orificio de 1.5 mm de diámetro. Este experimento se usará como referencia para la descripción del fenómeno CBL siguiendo la metodología descrita en la sección anterior.

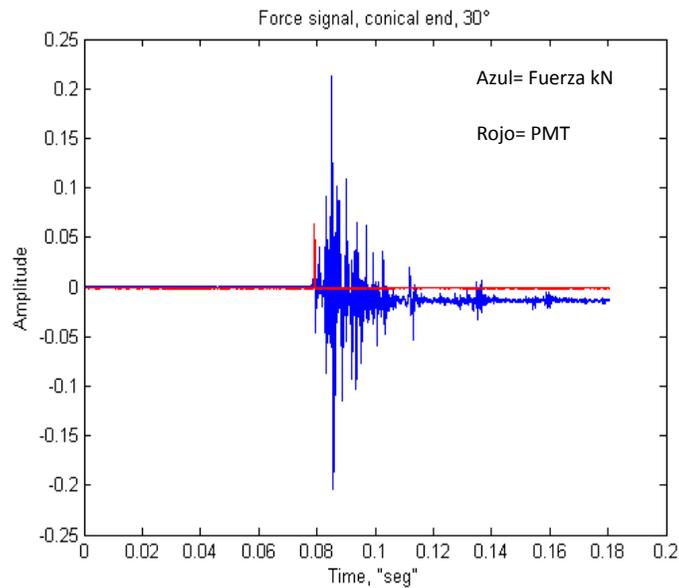


Figura 8.- Historial de fuerza completo de CBL, punta cónica de 30°.

En el intervalo de tiempo de 0-77 ms no presenta alguna variación por parte del historial de fuerza, en este intervalo de tiempo se presenta la compresión de gas Argón (Ar) por parte del pistón líquido, hasta llegar a la máxima compresión de gas antes de llegar al primer colapso por parte de la burbuja, en la terminal cónica.

El primer pulso de luz ocasionado por el colapso de la burbuja ocurre en el tiempo 79.3 ms, lo cual es consistente con los pulsos de luz detectados por los sensores PMT's. A partir del primer colapso se van incrementando los máximos presentes en el historial de fuerza a lo largo del tiempo, decayendo después del primer máximo presentado, relacionado con el primer contacto por parte de la columna de líquido en el ápice cónico.

Posteriormente, al primer colapso se observan los rebotes y a los 83.7 ms (aproximadamente) se presenta un máximo correspondiente al choque del pistón líquido. Después se presenta un segundo colapso de menor intensidad que ocurre aproximadamente a 101 ms, asociado a un destello de luz de mucha menor intensidad.

El registro de historial de fuerza en el intervalo de tiempo de 110-180 ms presenta un decaimiento de energía por lo tanto el registro de fuerza pierde intensidad, en consecuencia las fuerzas internas como externas que actúan sobre la columna de líquido llegan a un equilibrio dentro del tubo en U [7].

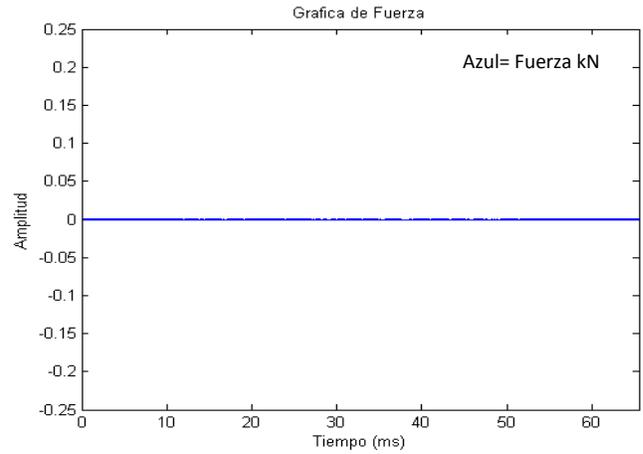
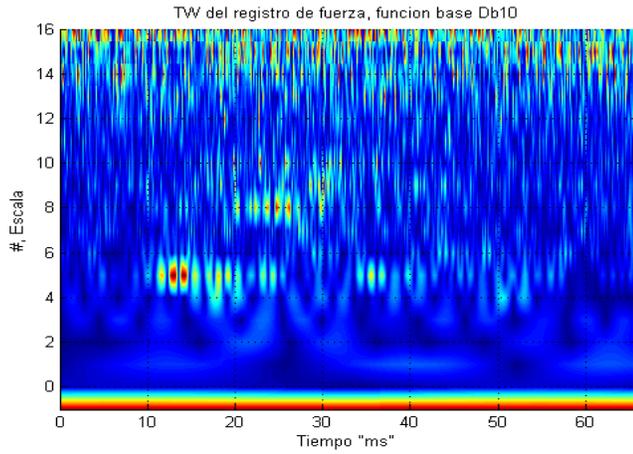
Para el análisis se utilizaron dos bases de la familia Daubechies con las cuales se pretende estudiar el fenómeno de CBL. A continuación se muestra el análisis realizado a las señales de fuerza obtenidas por Godínez *et al.* [7] utilizando la función base de la familia Daubechies Db10, la cual teóricamente produce distribuciones tiempo-frecuencia más suavizadas que las obtenidas mediante la Db4. Al comparar las distribuciones obtenidas mediante la wavelet Db10, se ha concluido que éstos últimos describen de manera más adecuada el fenómeno en estudio que aquéllos obtenidos mediante la wavelet Db4, los cuales son mostrados en el Apéndice A.

La figura 9 presenta un tamaño de ventana analizada de la señal de fuerza. La ventana fue definida debido a limitaciones en la capacidad de memoria del equipo de cómputo para manejar la señal completa.

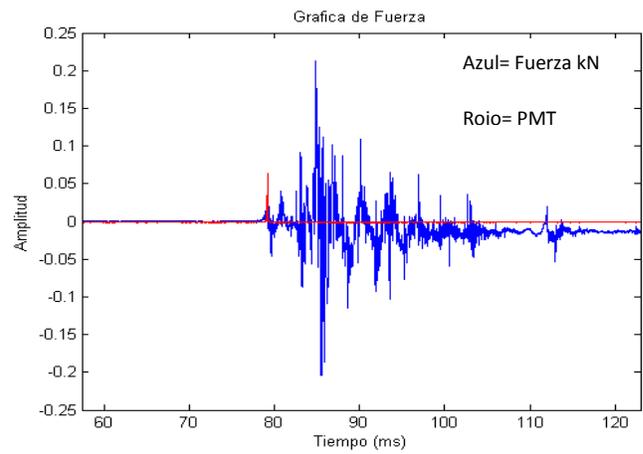
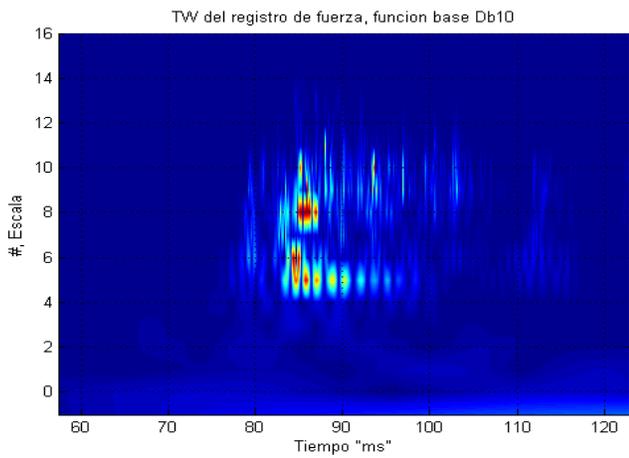
La sección a) de la figura 9 presenta el intervalo de tiempo correspondiente a la compresión del líquido, donde se presentan variaciones de energía pequeñas en la escala 5 y en la escala 8. Cada ventana tiene definido un umbral particular de escala de colores que permita una mejor descripción de la misma.

La sección b) de la figura 9 presenta menor concentración de energía. La concentración de energía en las escalas 5 a 10 es más suavizada.

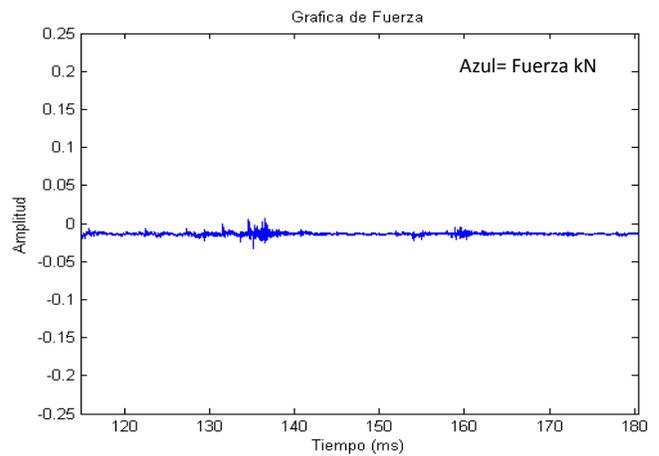
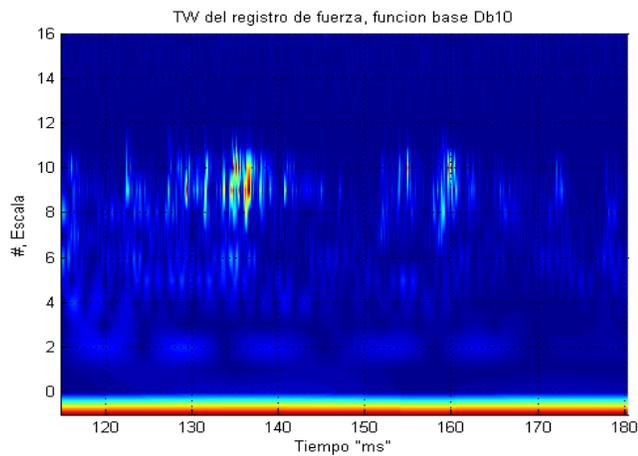
La sección c) presenta la sección del decaimiento de la presión ejercida por el pistón líquido. Se muestra una manifestación de energía en las escalas 8 a 10, posterior a las cuales se presenta un decaimiento de la presión.



a)



b)



c)

Figura 9.- Proyecciones de análisis wavelet con función base Db10 (izquierda) de la señal de fuerza registrada durante el experimento (derecha). a) Sección 1 de señal de fuerza (0-65 ms), b) Sección 2 de señal de fuerza (57-124 ms), c) Sección 3 de la señal de fuerza (110-180 ms).

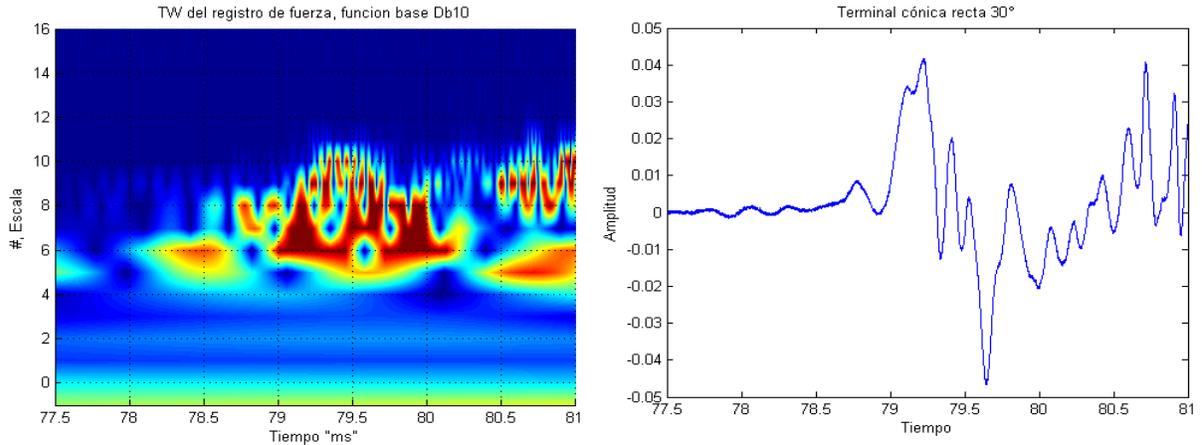


Figura 10.- Acercamiento de la TW (Izquierda), en el tiempo donde se presenta el pulso de luz.

La figura 10 se muestra un acercamiento en el tiempo donde se presenta el pulso de luz, se puede observar la presencia de una concentración de energía en el intervalo de tiempo de 79 a 80 ms y en las escalas 5 a la escala 10. El acercamiento tiene como finalidad relacionar el pulso de luz en la TW y observar si existe un patrón relacionado con la emisión del pulso de luz.

Con el análisis de las secciones del registro de fuerza con la base Db10. La figura 11 muestra el análisis del historial de fuerza completo. Se observa un mayor suavizado de energía con respecto a el análisis con la función base Db4 (Apéndice A). La figura 11 cuenta con un umbral de colores homogéneo en toda la sección del tiempo. Se puede observar que la presencia de energía en las escalas, esta menos concentrada con respecto a la figura 9 consecuencia del umbral de colores homogéneo. En el tiempo de 79.3 ms donde se manifiesta el pulso de luz, la energía se observa en la escala 6. Posteriormente se presentan energías manifestadas en el intervalo de tiempo 80 a 100 ms. Después se observa la disminución de energía en las escalas correspondientes, hasta llegar al equilibrio de presiones.

Con la finalidad de comparar los resultados con la función base utilizada para el análisis de la señal de fuerza se realizó un segundo análisis con una función base distinta que es la función Db4 de la familia Daubechies. El análisis completo de la señal de fuerza dinámica, en el “Apéndice A”, el cual cuenta con los mismos tamaños de ventana de tiempo utilizados, en el análisis con la función base Db10.

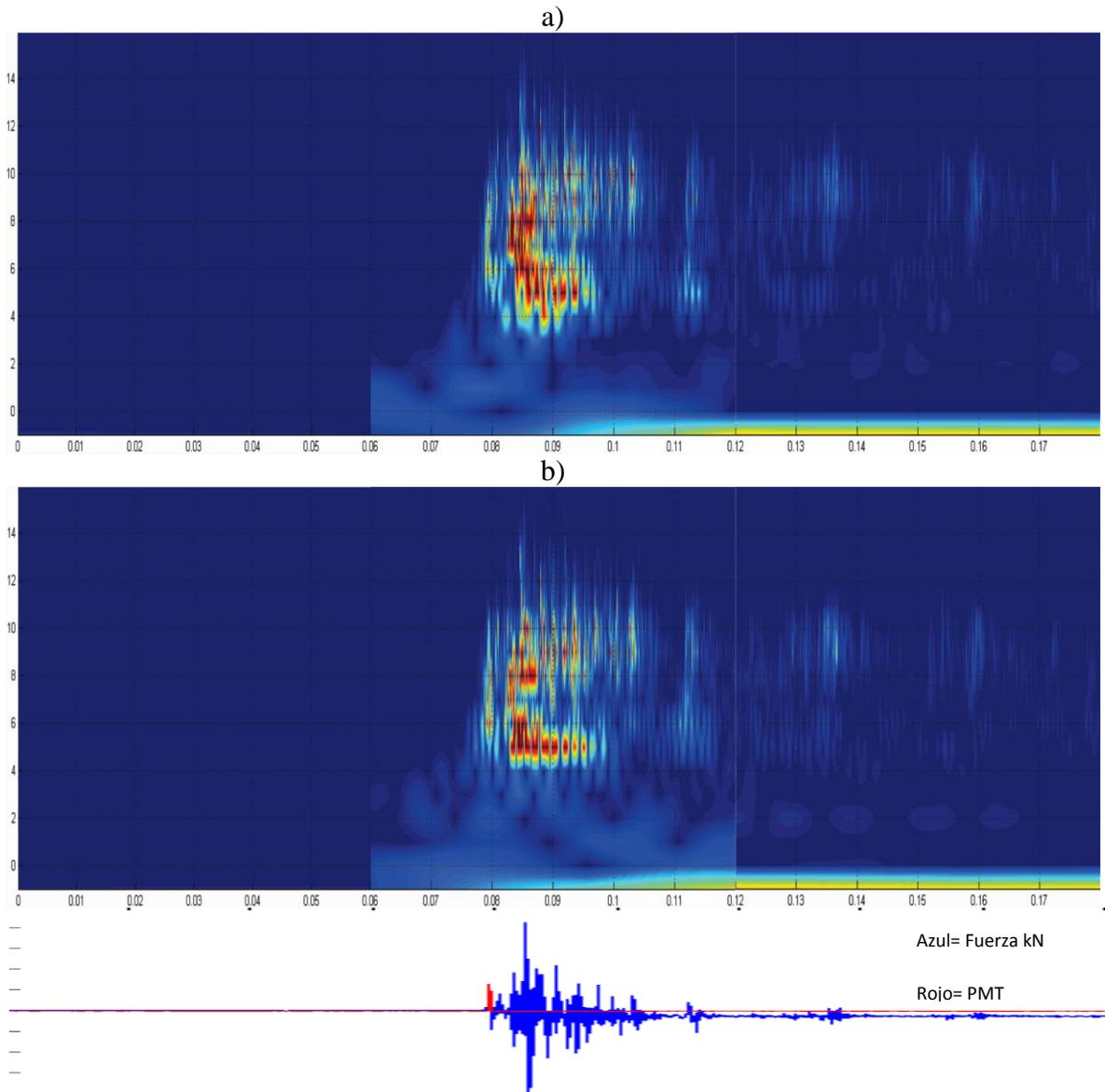


Figura 11.- TW de la señal de fuerza a) TW función base Db4 b) TW funciona base Db10.

La figura 11 muestra la señal de fuerza en la parte inferior, además de los análisis con la funciones base utilizadas. La figura 11 a) presenta el análisis mediante TW utilizando la función base Db4 en la cual se puede observar una distribución de energía con un menor filtrado que la obtenida al analizar empleando la wavelet Db10 (figura 11 b), presentando esta última una distribución de energía más suavizada, teniendo una mejor resolución en el tiempo donde se presenta el pulso de luz.

La figura 12 se le hace un acercamiento en el tiempo donde se produce el colapso de burbuja cónica que se presenta en el tiempo de 79.3 ms, las imágenes cuentan con el mismo umbral de colores. Como se observa en la figura 12 a) la TW con la función base Db4 en la

cual se encuentra la energía dispersada a lo largo de las escalas 5 a11, en el tiempo donde se presenta el pulso de luz (Apéndice A).

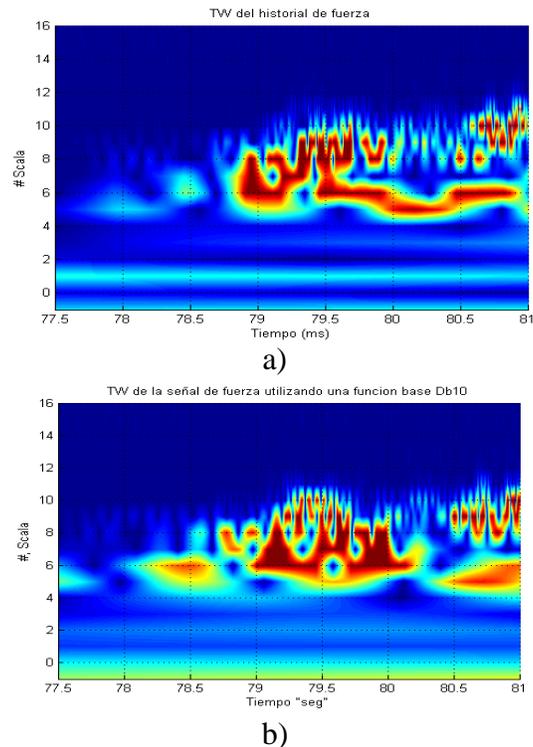


Figura 12.- a) TW con funcion base Db4, b) TW con funcion base Db10.

La figura 12 b) muestra la TW con la función base Db10, donde se observa la presencia de una distribución de energías suavizada con respecto a la figura 12 a). Ésto es consecuencia a las propiedades que presentan la función base utilizada, que se comporta como un filtro el cual permite distribuir la energía en las escalas haciendo una mejor distinción del colapso de burbuja en la punta cónica que se presenta en el tiempo de 79.3 ms. Por lo tanto la función base Db10 facilita la detección del pulso de luz en el caso de la terminal cónica utilizada en el trabajo de Godínez *et al.* [7]. El apéndice B muestra el análisis wavelet de la señal de velocidad obtenida en el experimento de Godínez *et al.* [7] utilizando las funciones base Db4 y Db10, con el objeto de describir el fenómeno en términos de la señal de velocidad, y comparar los análisis obtenidos al emplear las dos funciones base propuestas.

## 2.1.2 ACELERÓMETRO

La figura 13 muestra el acelerómetro encargado de obtener las señales de fuerza que se analizará más adelante.



Figura 13.- Transductor de fuerza (PCB Piezotronics, ICP 200B05,75 MHz)

Este transductor cuenta con las siguientes características:

Tabla 1.- Ficha técnica del transductor de fuerza, empleado para registrar las señales.

<b>DINÁMICAS</b>	<b>SISTEMA INGLES</b>	<b>SISTEMA INTERNACIONAL</b>
Sensibilidad ( $\pm 15\%$ )	1 mV/lb	224.82 mV/kN
Rango de medición (Compresión)	5000 lb	22.24 kN
Fuerza estática máxima (Compresión)	8000 lb	35.59 kN
Resolución de ancho de banda (1 a 10,000 Hz)	0.10 lb-rms	0.4448 N-rms
Respuesta de baja frecuencia (-5 %)	0.0003 Hz	0.0003 Hz
Límite superior de frecuencia	75 kHz	75 kHz
No linealidad	$\leq 1\%$ FS	$\leq 1\%$ FS
<b>CONDICIONES AMBIENTALES</b>		
Rango de temperatura	-65 to +250 °F	-54 to +121 °C
Coefficiente de temperatura de la sensibilidad	$\leq 0.03\%$ /°F	$\leq 0.054\%$ /°C
<b>ELÉCTRICA</b>		
Tiempo constate de descarga	$\geq 2000$ sec	$\geq 2000$ sec
Voltaje de excitación	20 to 30 VDC	20 to 30 VDC
Corriente de excitación constante	2 to 20 mA	2 to 20 mA
Impedancia de salida	$\leq 100$ Ohm	$\leq 100$ Ohm
Bias de voltaje de salida	8 to 14 VDC	8 to 14 VDC
Polaridad de salida (Compresión)	Positive	Positive

# **CAPÍTULO 3**

## **ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

### 3.1 Resultados

Los historiales de fuerza con las siguientes puntas cónicas: corto  $60^\circ$ , largo  $22^\circ$  y escalonado  $32^\circ$ , son analizados mediante la TW como herramienta de procesamiento de señales. Las señales son obtenidas a partir de la experimentación realizada por Navarrete *et al.* [8].

Para el análisis se utilizaron las funciones base de la familia Wavelet Daubechies Db4 y Db10. Debido a que los resultados obtenidos mediante la función base Db10 facilita la comprensión del fenómeno, únicamente estos resultados se presentan en esta sección. Los análisis realizados mediante la wavelet Db4 correspondientes a las señales analizadas, se presentan con fines de comparación en los apéndices C, D y E.

### 3.2 CBL con terminación cónica corta a $60^\circ$

#### 3.2.1 TW basada en la función Db10

La figura 14 presenta el historial dinámico de fuerza del pistón líquido (negro) además de los PMT's (azul y rojo) los cuales son los sensores encargados de registrar la intensidad del pulso, en este caso de la punta cónica corta.

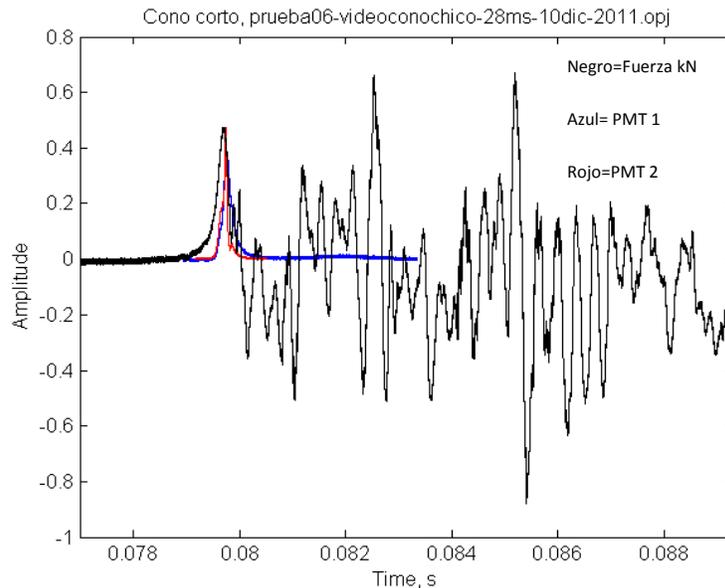


Figura 14.- Registro del historial de fuerza y PMT's correspondientes al caso de la punta cónica corta  $60^\circ$ .

En el intervalo de 0.076-0.089 segundos se presenta el pulso de luz y los rebotes, además de las re-expansiones. A partir del tiempo 0 hasta 78 ms no hay variación por parte del historial de fuerza. Este intervalo de tiempo es correspondiente a la compresión de la burbuja de gas por parte del pistón líquido. Instantes después de la etapa de compresión se presenta el colapso de la burbuja junto con el primer pulso. Una vez emitido el pulso se

presentan picos en el historial de fuerza debido al impacto de la columna del líquido en la punta del cono.

En la figura 15 se muestra un acercamiento con un tamaño de ventana que comprende la máxima emisión del pulso de luz detectada por los sensores PMT's.

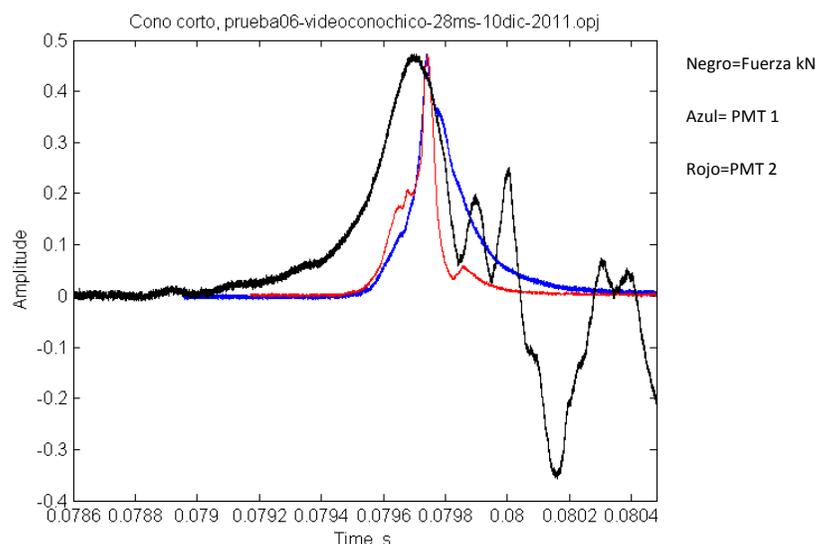


Figura 15.- Acercamiento de la historia de la señal de fuerza, así como el pulso de luz normalizados registrado para el caso del cono corto 60°.

El acercamiento de la figura 15 muestra que los registros de los PMT's coinciden en sus máximos. Esto es indicativo que la emisión de luz es detectado al mismo tiempo por ambos sensores, por lo tanto es consistente al tiempo en que ocurre el primera emisión de luz y la compresión máxima asociado a la terminal cónica (cono corto), ocurriendo este pulso alrededor de 79.75 ms después de iniciado el experimento. Posteriormente, al instante del pulso de luz ocurren máximos correspondientes a los rebotes, re-expansiones, y colapsos de mucho menor presión que el inicial hasta llegar al equilibrio de presiones. La señal de fuerza permite la identificación de los instantes de compresión de la burbuja junto con la emisión del pulso de luz, sin embargo se sabe poco de las frecuencias en donde ocurre dicho pulso.

Por lo anterior, se presenta el análisis con la TW con el cual se pretende ubicar las frecuencias donde se manifiesta o se asocia al pulso de luz en el historial de fuerza correspondiente a la terminal cónica estudiada.

Para el análisis se utiliza una función wavelet de la familia Daubechies Db10, la cual tiene la propiedad de filtrar frecuencias más altas en comparación con la Db4. Esta propiedad es consecuencia del mayor número de momentos evanescentes de esta wavelet [20]. La figura 16 muestra la función escalada ( $\phi$ ) y la función wavelet ( $\psi$ ), la cual se utilizará como

función base Daubechies Db10 sobre la que se proyectará la señal de fuerza, realizando un análisis multirresolución con la finalidad de obtener el “escalograma” de proyecciones.

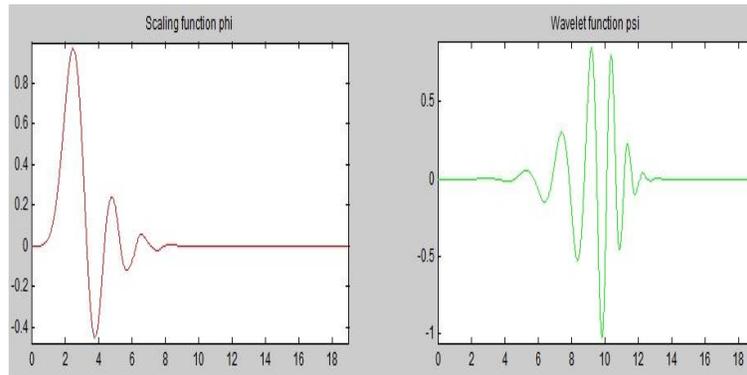


Figura 16.- Función de escala (izquierda), función wavelet Db10 (derecha)

La figura 17 muestra la TW del historial de la señal de fuerza correspondiente al cono corto, presentándose un umbral de escala de colores acorde a la señal analizada. La distribución tiene una mayor concentración de energía en las escalas 3 a 8 de la TW a lo largo de la ventana en el tiempo analizada.

Sin embargo en el tiempo 79.75 ms, donde ocurre el primer colapso se observa que existe una menor concentración de energía en las escalas 3 a 8, por lo tanto parte de esta energía se difumina a frecuencias más altas.

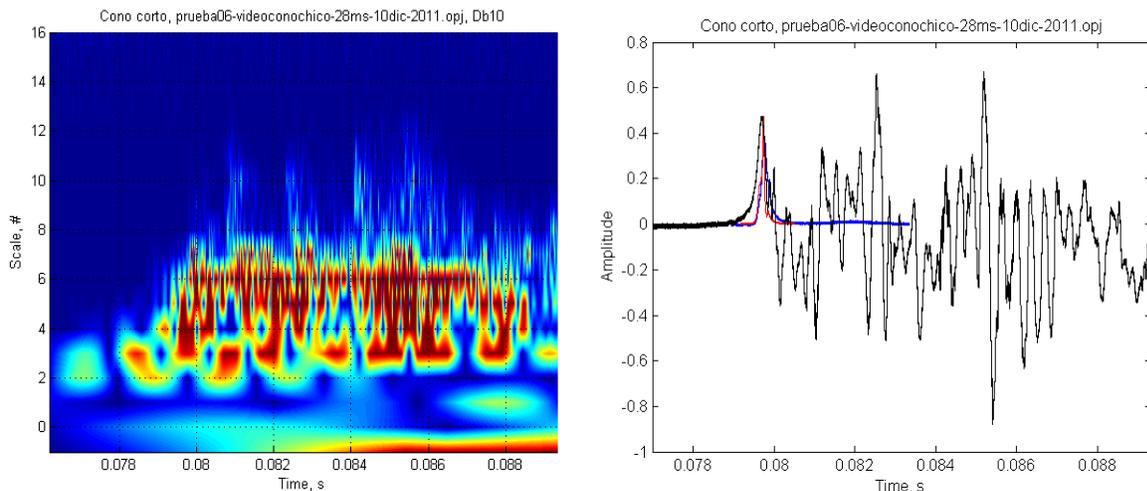


Figura 17.- Transformada wavelet discreta (izquierda) de la señal de fuerza correspondiente a la termina conica corta 60°, se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección. Utilizando como funcion base Db10.

La figura 18 presenta el acercamiento de la figura 17, con una ventana en el tiempo acorde con la ocurrencia del pulso de luz con la finalidad de identificarlo mediante patrones de energía presentados en la TW.

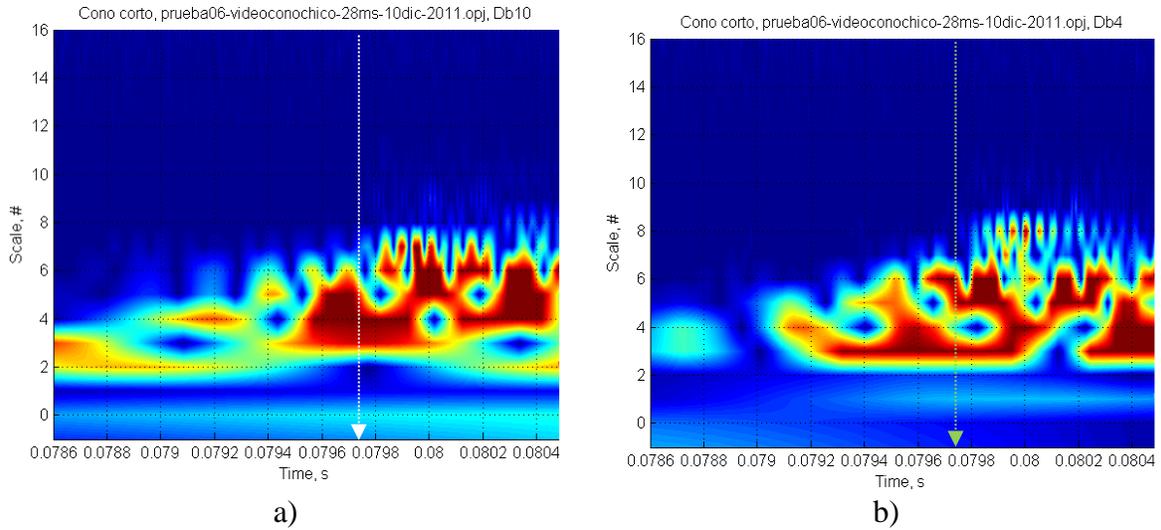


Figura 18.- Transformada wavelet discreta con función base Db10 (a), Transformada wavelet discreta con función base Db4 (b), acercamiento con un tamaño de venta utilizado en la figura 15.

Se observa una presencia de energía en las escalas 3 a 8 de la TW se correlaciona con ambos análisis de la figura 18, teniendo como comparativo los dos análisis de con las funciones base Db10 y Db4, se puede observar la presencia de una concentración de energía en el tiempo de 79.75 ms correspondiente a la emisión de luz, se observa una mayor concentración de energía entre las escalas 3-7. Se puede ver que no se tiene un patrón relacionado con el pulso, para seguir en la identificación de patrones energía que identifique la ocurrencia del pulso de luz se buscara en escalas más altas.

En la figura 19 se despliega un acercamiento de la figura 18 para la escala 7-13 con la finalidad de identificar patrones en escalas altas. No se ve afectada la ventana de tiempo empleada en la figura 18.

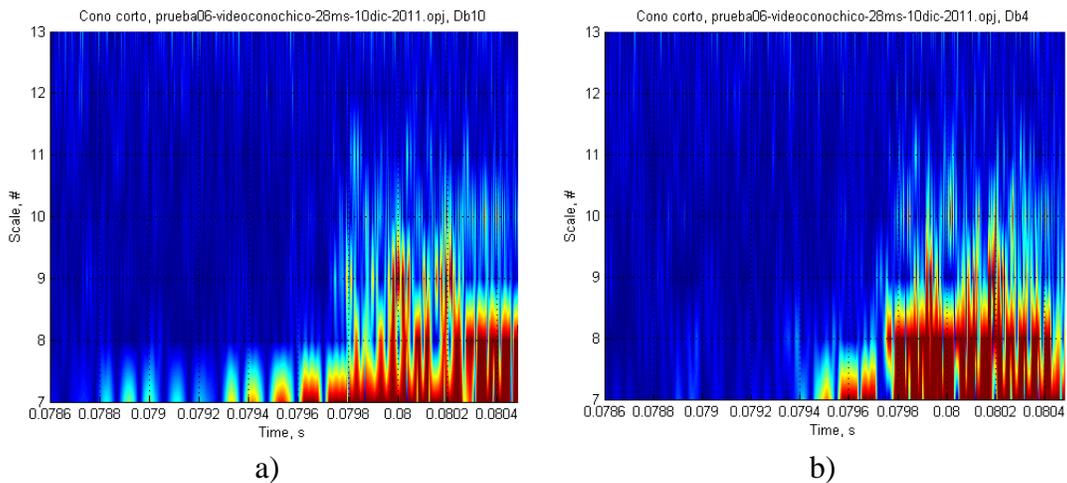


Figura 19.- Acercamiento de la TW de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db10 (a), función base Daubechies Db4 (b) para el cono corto 60°.

La figura 19 se tiene el acercamiento del historial de fuerza de la punta cónica corta, la figura 19a análisis a partir de la función base Db10, la función base Db4 que se muestra en la figura 19b. En ambos análisis se puede observar la presencia de patrones de energía en la escala 11 relacionados al tiempo del pulso de luz.

Las transformaciones de la figura 19a se observa un desvanecimiento de energía presente en altas frecuencias en la escala 11 obtenida mediante la TW basada en Db10 en comparación con función Db4, como consecuencia la función Db10 cuenta con un mayor número de momentos evanescentes en comparación con la Db4 y siendo mejor en la identificación en la emisión de luz [20].

Ubicado la escala 11, la figura 20 se muestra la señal de fuerza y los registros de pulso de luz (grafica superior), junto con la escala 11 y su respectiva transformada de Fourier. Esta escala es posible relacionarla con la emisión del pulso de luz.

La figura 20 (inferior) se obtiene la transformada de Fourier asociada al historial de la escala 11 correspondiente a la ventana de tiempo de la emisión de luz en la terminal cónica corta. La amplitud máxima se encuentra en la frecuencia de 80 kHz.

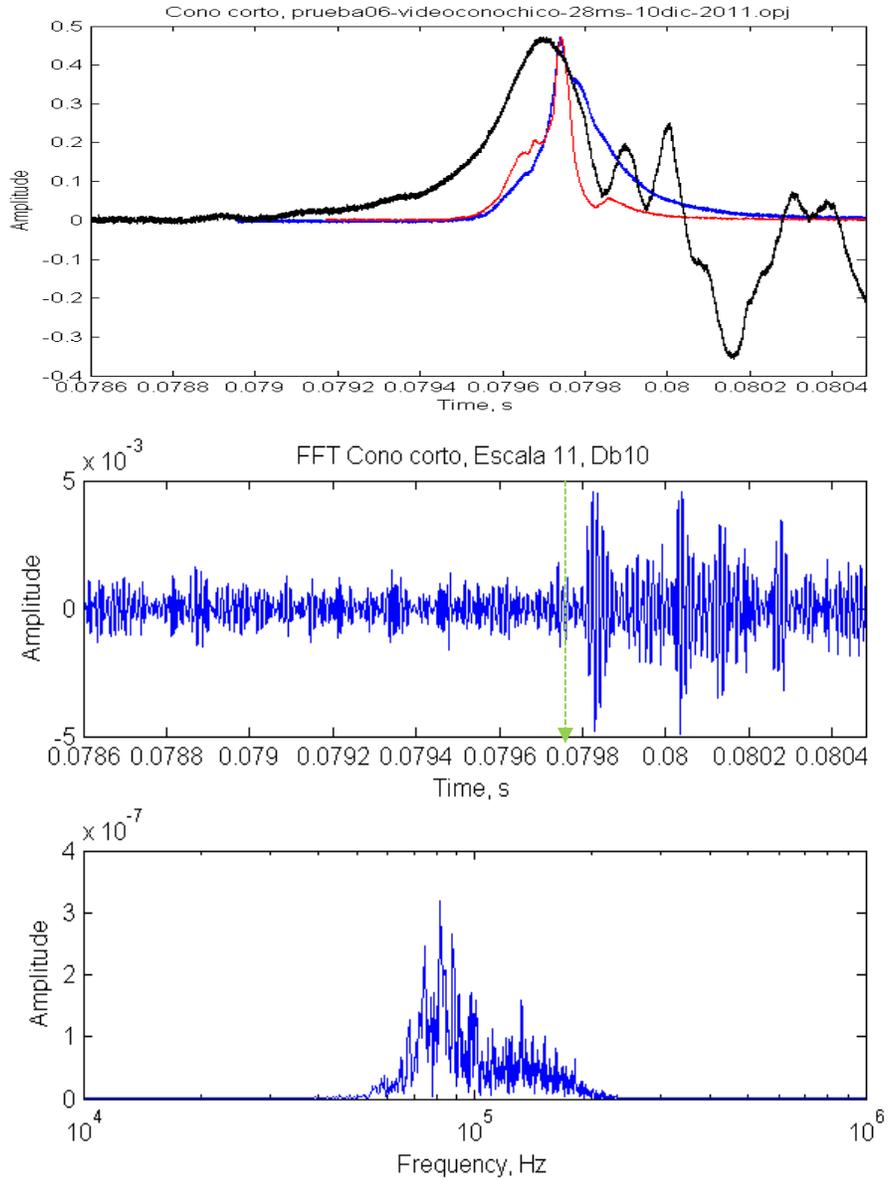


Figura 20.- Señal de fuerza con los PMT's (grafica superior), transformada de Fourier (grafica inferior) de la ventana en el tiempo en la escala 11 (grafica intermedia) correspondiente a la descomposición de la señal de fuerza del cono corto 60° y obtenida mediante transformada wavelet basada en Db10.

### 3.3 CBL con punta cónica escalonada a 32°

#### 3.3.1 TW basada en la función Db10

Ahora se procede al análisis de las señales adquiridas usando la punta cónica escalonada, a fin de mostrar su comportamiento a lo largo del experimento junto con la emisión de luz, considerando que las condiciones experimentales son las mismas que las utilizadas en la punta cónica corta.



Figura 21.- Terminal cónica escalonada 32°.

La figura 21 se observa como es la terminal cónica escalonada la cual presenta 4 reducciones que afectan el colapso de burbuja y la emisión de luz, además del historial de fuerza. La figura 22 presenta el registro de fuerza, así como el de los PMT's indicando el tiempo en que se presenta el pulso de luz asociado a la terminal escalonada.

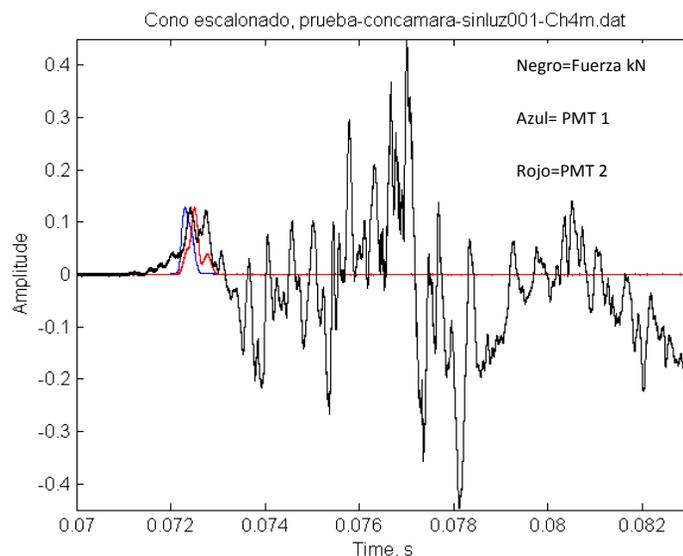


Figura 22.- Historia del tiempo de la fuerza, así como los pulsos registrados para el caso del cono escalonado 32°.

Se observan resultados similares al historial de fuerza del cono corto, con respecto al comportamiento dinámico por parte de la columna de líquido junto con el colapso de la burbuja de gas que se ve reflejado con el pulso de luz registrado con los PMT's, relacionando el primer colapso y la emisión de luz. Por lo tanto realizaremos un acercamiento de la sección donde se encuentra la emisión de luz.

La figura 23 muestra el acercamiento de la figura 22 en una ventana de tiempo de 70.8-73.1 ms donde ocurre el colapso de la burbuja, junto con la emisión de luz.

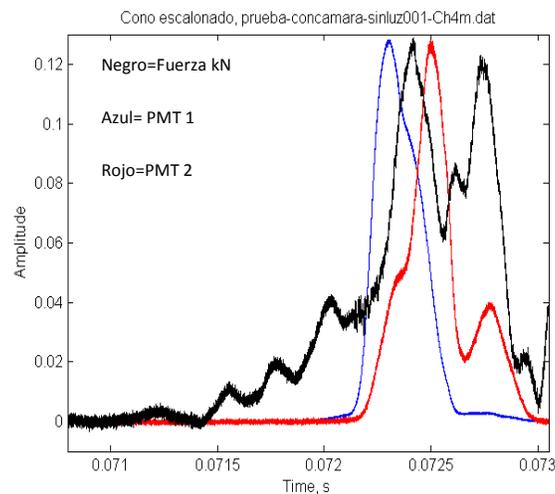


Figura 23.- Acercamiento del historial de fuerza, así como los pulsos de luz normalizados registrados en el caso de la terminal cónica escalonada 32°.

El movimiento del pistón líquido presenta un flujo dinámico asimétrico. En el intervalo de tiempo de 71.3-72.2 ms se presentan distorsiones asociadas a los estancamientos presentes por parte del pistón líquido, previos a la etapa de compresión máxima, antes de llegar al colapso de la burbuja de gas. Como se observa en la figura los registros de los pulsos de luz no coinciden en el eje del tiempo.

Esto lleva a tener un intervalo de tiempo en el cual se estima la emisión de luz, por ello se tiene un registro con cámara de alta velocidad con la cual se relaciona la captura y la emisión de luz mediante la correlación con las fotografías de la cámara de alta velocidad [8].

Ubicado el tiempo donde ocurre la presencia de la máxima emisión de luz correspondiente al colapso de burbuja en las fotografías, interpretamos que el tiempo relacionado donde se presenta la máxima emisión de luz se presenta aproximadamente a 72.4 ms, posterior a la emisión de luz se presentan re-expansiones con rebotes por parte de la burbuja de gas, hasta llegar al equilibrio de presiones internas.

La figura 24 muestra la TW para la sección de la señal utilizando la función base antes mencionada y presenta el escalograma correspondiente a las proyecciones realizadas sobre dicha base. Se observan las mayores concentraciones de energía en las escalas 2 a 8.

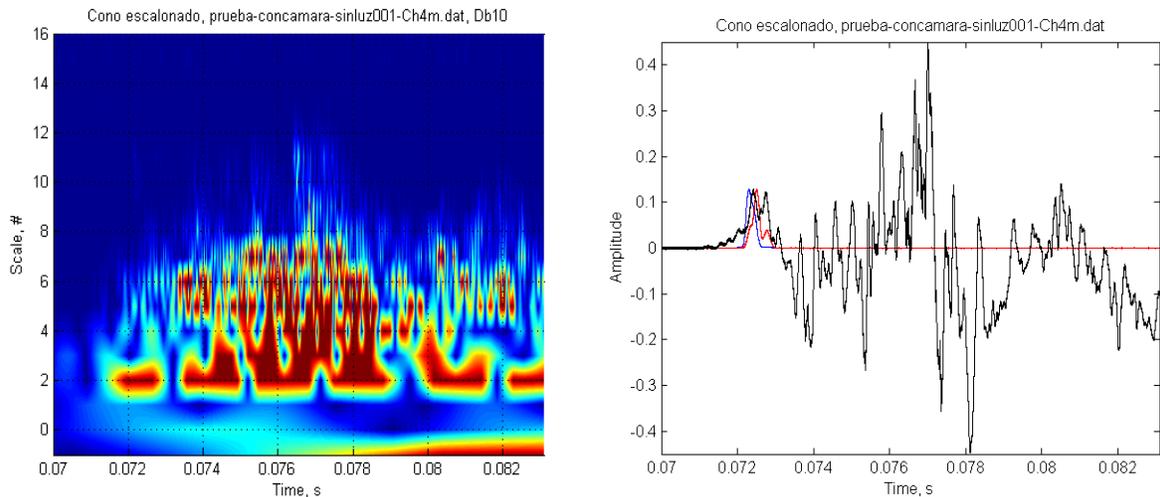


Figura 24.- Transformada wavelet discreta de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db10 para el cono escalonado 32° (izquierda), se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección.

La figura 25 presenta el acercamiento en el intervalo de tiempo que contiene al instante de emisión de luz en ambos análisis realizados con la finalidad de observar la presencia del pulso de luz aplicando el mismo intervalo empleado en la figura 23. El acercamiento muestra la presencia de una concentración de energía en las escalas de 2 a 8. Se distingue la etapa compresión por parte de la columna de líquido a la burbuja y los estancamientos presentes en la terminal en el intervalo de tiempo de 71.2-72.3 ms.

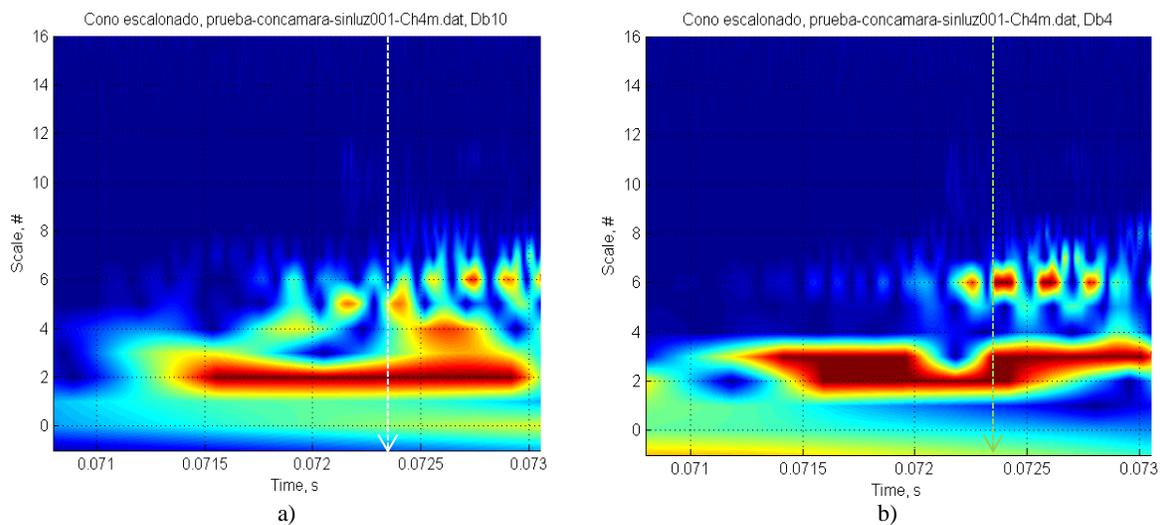


Figura 25.- Transformada wavelet discreta con función base Db10 (a), Transformada wavelet discreta con función base Db4 (b), acercamiento de la transformada con un tamaño de ventana definido.

En la figura 25 se observan las diferencias que presentan las distintas bases utilizadas. La figura 25a muestra el acercamiento de la TW con la función base Db10, en la cual podemos observar la presencia de una suavizado de toda la energía, con respecto a la figura 25 (b) la cual presenta una mayor dispersión de energía. No se observan patrones que identifiquen el colapso de la burbuja.

La figura 26 presenta un acercamiento de ambos análisis alrededor del tiempo de 72.4 ms cuando ocurre la emisión de luz en las escalas 7 a la 13, observando una manifestación de energía en la escala 11. A continuación se hace un análisis más detallado de esta escala.

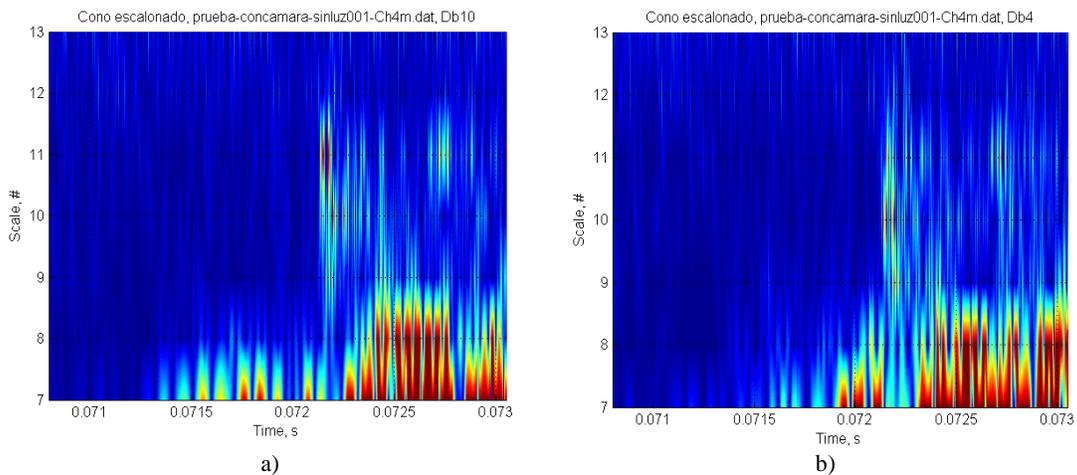


Figura 26.- Acercamiento de la TW de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db10 (a), función base Daubechies Db4 (b) para el cono escalonado 32°

La figura 26 presenta la comparación de las TW con las distintas funciones utilizadas para el análisis, se muestra TW con función base Db10 (a) y TW con función base Db4 (b). Se observa la presencia de energía en la escala 11 durante la ocurrencia del pulso de luz (72.4 ms) en la distribución generada por la Db10. Esta última distribución permite identificar de manera más clara la ocurrencia del pulso que aquella producida por la Db4.

La figura 27 muestra la señal de fuerza y los PMT's (grafica superior), el historial en el tiempo de la escala 11 obtenida del análisis con la función base Db10, dónde se observa la presencia de una distorsión alrededor del tiempo de la emisión de luz.

La grafica inferior de la figura 27 presenta la transformada de Fourier donde se presentan un suavizado de frecuencias superiores a 500 kHz con respecto a los obtenidos con la wavelet Db4 (Apéndice D, figura D.7). La máxima amplitud del espectro se presenta en 90 kHz.

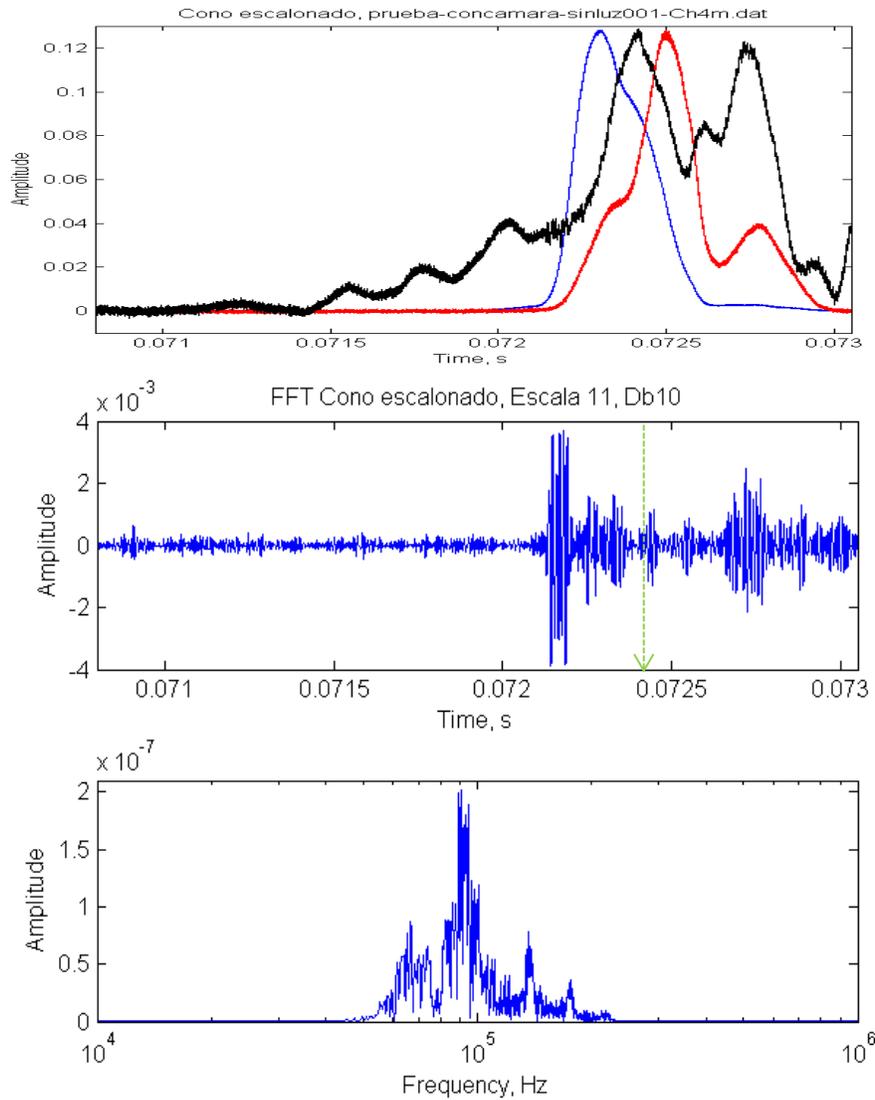


Figura 27.- Señal de fuerza con los PMT's (grafica superior), transformada de Fourier (grafica inferior) de la ventana en el tiempo de la escala 11 (gráfica intermedia) correspondiente a la descomposición de la señal de fuerza obtenida mediante transformada wavelet cono escalonado 32°.

### 3.4 CBL con terminación cónica larga a 22°

#### 3.4.1 TW basada en la función Db10

El siguiente análisis es usando los historiales de fuerza usando la punta cónica larga 22°. La punta tiene una mayor área para el colapso en comparación con las terminales anteriores. La figura 28 muestra una fotografía de la punta cónica.



Figura 28.- Punta cónica larga 22°.

La figura 29 muestra el historial en el tiempo de fuerza dinámica y los registros de los PMT's durante el colapso. El historial de fuerza muestra variaciones mayores posteriores al colapso de la burbuja y la emisión de luz, como consecuencia del impacto violento de la columna de líquido con la terminal cónica además de los colapsos posteriores de menor intensidad de fuerza por parte de la burbuja hasta llegar al equilibrio de presiones conforme avanza el experimento.

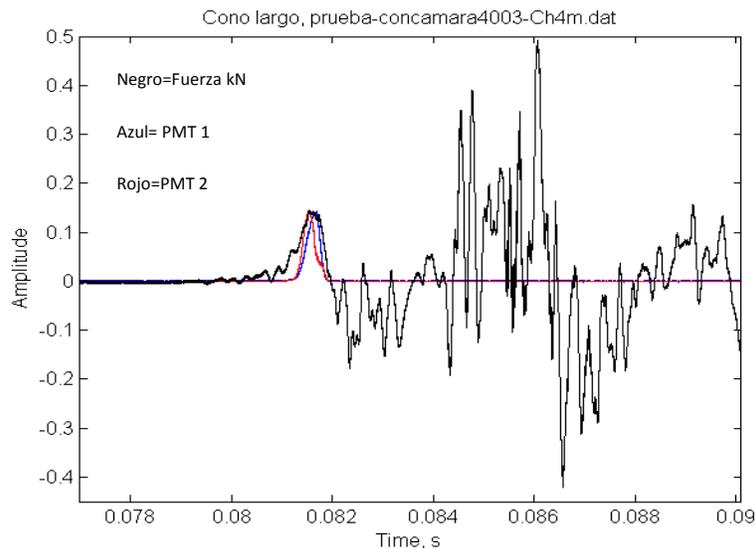


Figura 29.- Historia del tiempo de la fuerza, así como los pulsos registrados para el caso del cono largo 22°.

La figura 30 muestra el acercamiento del historial en el tiempo de la señal junto con los registros de PMT's, a partir de los cuales se define el instante donde se manifiesta la emisión de luz. Lo primero que se observa en los registros del pulso de luz es que no coinciden en sus máximos, como consecuencia el tiempo exacto del máximo de luz se encuentra definido entre el intervalo con límites de 81.4 y 81.7 ms. Se observa una variación del registro de fuerza en su fase de compresión por parte del pistón líquido que corresponde hasta el tiempo de 81 ms, caracterizado por las distorsiones visibles en el intervalo definido por 79.6-81 ms. Las distorsiones mostradas se generan a partir de la compresión de gas y la resistencia de la burbuja a ser comprimida previo al colapso y la emisión de luz.

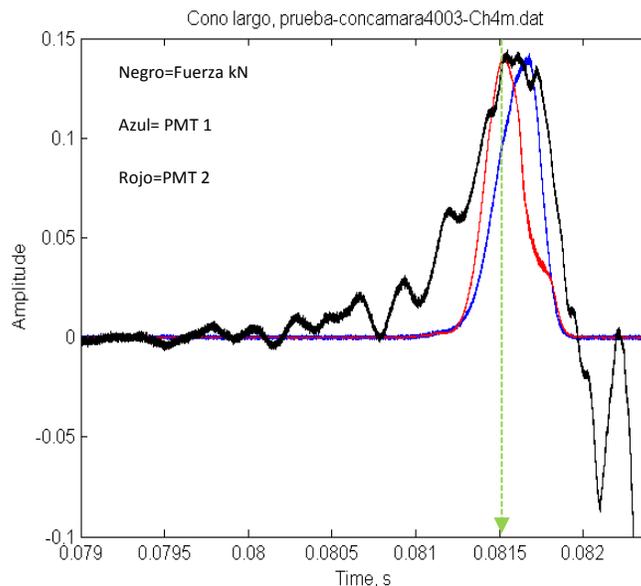


Figura 30.- Acercamiento del historial de fuerza, así como los pulsos de luz normalizados registrados en el caso de la terminal cónica largo 22°.

El siguiente análisis se realiza con una función base de la familia Daubechies Db10. La figura 31 muestra la TW para la sección de la señal y presenta el escalograma correspondiente a las proyecciones realizadas sobre la base mencionada. Se observan concentraciones de energía mayores en las escalas 1 a 8. Se realiza un acercamiento de la figura alrededor del instante en que ocurre el colapso de burbuja con el fin de encontrar las escalas que permitan identificar la frecuencia de la fuerza que se correlaciona con la emisión de luz con la finalidad de observar patrones que se relacionen al pulso de luz en el tiempo correspondiente registrado por los PMT's.

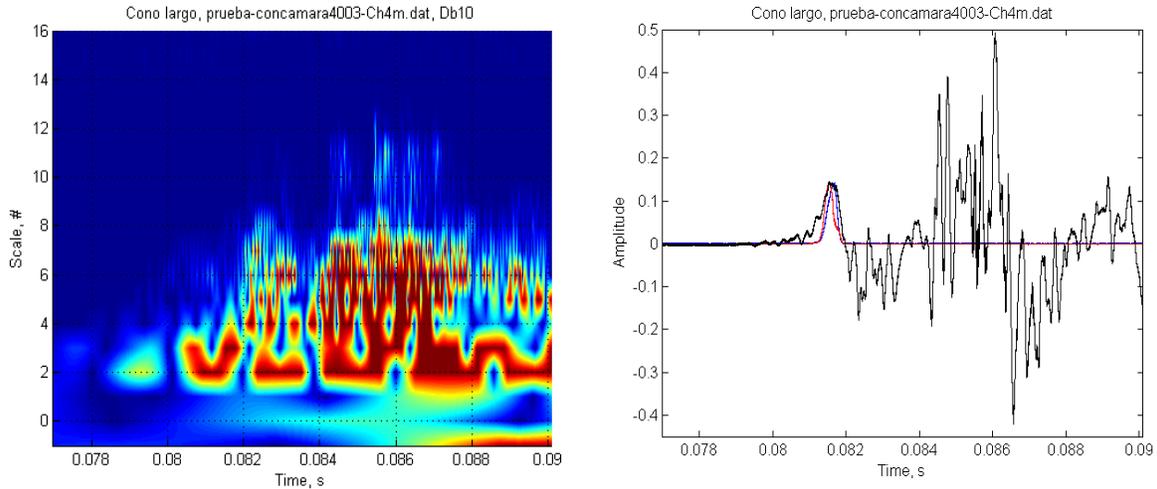


Figura 31.- Transformada wavelet discreta de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db10 para el cono largo 22° (izquierda), se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección.

La figura 32 se muestra el acercamiento realizado en la historia del tiempo de la fuerza haciendo un comparativo del acercamiento con la función base Db4 (Apéndice E), para compararlos. Ambos análisis presentan el mismo umbral de escala de colores. La figura 32 (a) la cual muestra la TW con función base Db10 presenta un suavizado con respecto a la obtenida con la función base Db4 (b).

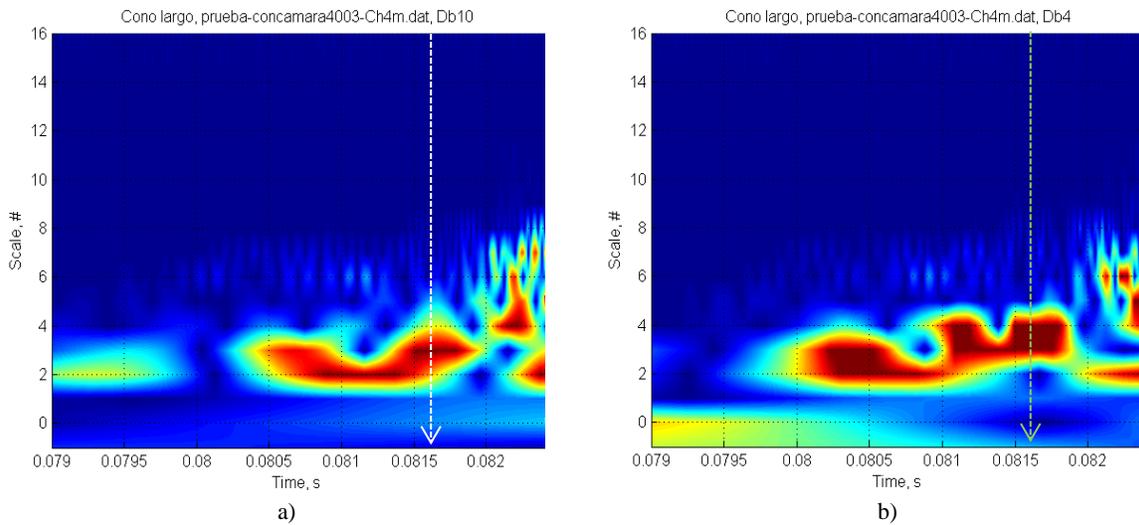


Figura 32.- Transformada wavelet discreta con función base Db10 (a), Transformada wavelet discreta con función base Db4 (b), ambas con un tamaño de ventada definido anteriormente.

Se observa en el intervalo de tiempo de 79.6-81 ms, una distribución de energía en las escalas 2 a 4 asociadas a la resistencia a la compresión por la burbuja de gas. De manera análoga, los patrones producidos por las energías predominantes no permiten identificar el

instante en que ocurre el colapso de la burbuja. Esto nos lleva a realizar un acercamiento de las TW, en busca de patrones relacionados a la emisión de luz.

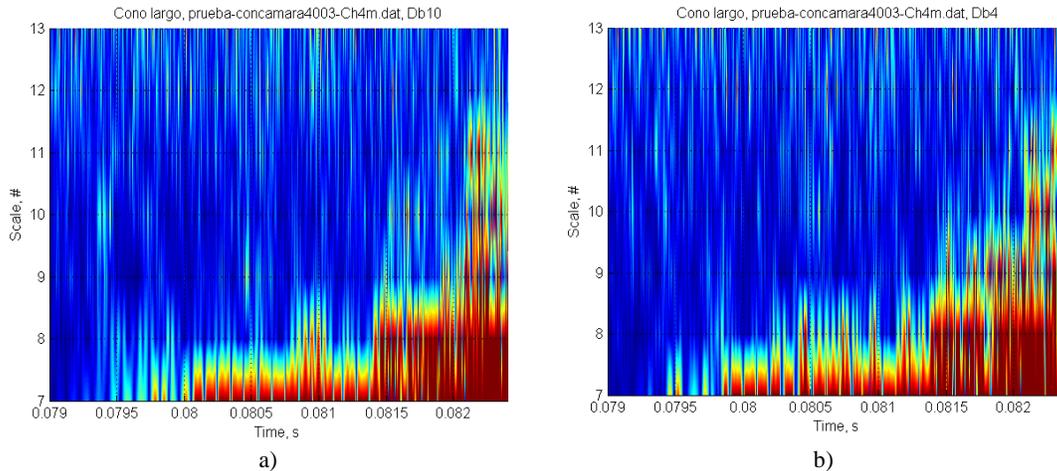


Figura 33.- Acercamiento de la TW de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db10 (a), función base Daubechies Db4 (b) para el cono largo.

La figura 33 muestra un acercamiento de la señal en las escalas 7-13 a fin ubicar patrones característicos que se relacionen con la emisión de luz de la terminal cónica larga. En ambos análisis se ubica la escala 11 se observar energía hasta el tiempo correspondientes a 82.2 ms y no es consistente con el tiempo de emisión de luz. La búsqueda de patrones relacionados con la emisión de luz en escalas superiores a 11 resulta en manifestaciones de energía muy pequeña, pero repetitiva y con casi las misma intensidad que las obtenida en el tiempo de 80.3 ms. Por lo tanto se considera que no están relacionadas con el pulso de luz.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para analizar los historiales de fuerza obtenidos en la experimentación realizada por Navarrete *et al.* [8] se empleó la Transformada Wavelet Discreta basada en dos funciones propuestas por Daubechies Db4 y Db10. El objetivo de este estudio es la caracterización del colapso de burbuja y emisión de luz generada en tres diferentes puntas cónicas: corta 60°, escalonada 32° y larga 22°.

Con el análisis de la Transformada Wavelet se observan variaciones en la distribución de energía para cada punta, aplicando dos bases Db4 y Db10.

Los análisis basados en la función wavelet Db10 permiten una mejor identificación del colapso de burbuja y de la emisión de luz a partir de la TW de los registros de fuerza.

El historial de fuerza obtenido de la punta cónica corta de 60° presenta una distribución de energía a lo largo de las escalas 3 a 10 teniendo una concentración mayor de energía en el tiempo de 79.5 a 80.4 ms. Este intervalo de tiempo incluye la emisión del pulso de luz.

La fuerza generada por la punta cónica escalonada 32° manifiesta una distribución de energías en las escalas 2 a 10 la mayor energía, concentrándose en las escalas más bajas dentro del intervalo de 71.5 a 73 ms, incluyendo también la emisión de luz. Adicionalmente se presentan algunas manifestaciones de variaciones de energía en la escala 6.

El historial correspondiente a la punta cónica larga muestra una concentración de energía en las escalas 2 a 8, presentándose la mayor manifestación de energía en el intervalo de tiempo de 80.5 a 82.5 ms, dentro del cual ocurre la emisión de luz. En este intervalo de tiempo se observa que la energía está distribuída en las escalas 2 a 5. En este caso, no se reconocieron patrones que identifiquen la ocurrencia del pulso de luz.

El historial en el tiempo de la escala 11 permite identificar el instante de ocurrencia del colapso de burbuja a partir de los registros de fuerza obtenidos para las puntas cónicas corta y escalonada.

A partir de la transformada de Fourier del historial en el tiempo de la escala 11, se asocia la ocurrencia del pulso de luz a frecuencias del registro de fuerza que se encuentran en los 80 y 90 kHz principalmente.

Para el caso de la punta cónica larga no fue posible la identificación del pulso de luz a partir del análisis wavelet del registro de fuerza correspondiente.

Se recomienda estudiar en futuros proyectos el colapso de la burbuja cónica con la punta larga, con el objetivo de entender la ausencia de patrones en la señal de fuerza que permitan identificar la ocurrencia del pulso de luz. Estos estudios deben incluir el uso de distintos procesados que mejoren la identificación del pulso.

## REFERENCIAS

- [1] Kosky, P. G. 1968, "Bubble growth measurements in uniformly superheated liquids," *Chem. Eng. Sci.*, 23, 695-706.
- [2] Hawtin, P., Henwood, G. A., Huber, R. A. 1970, "On the collapse of water vapor cavities in a bubble analogue apparatus," *Chem. Eng. Sci.*, 25, 1197-1209.
- [3] Leighton, T.G., Cox, B., Phelps, A.D. 2000, "The Rayleigh-like collapse of a conical bubble," *J. Acoustic. Soc. Am.*, 107, 130-142.
- [4] Chen, Q. D., Fu, L.M., Ai, X. C., Zhan, J. P., Wang, L. 2004, "Ultrabright cavitation luminescence generation and its time-resolved spectroscopic characterization," *Phys. Rev. E.*, 70, 047301.
- [5] He, S.J., Ai, X.C., Dong, L. F., Chen, D.Y., Wang, O., Li, X.C., Zhan, J.P., Wang, L. 2006, "Conical bubble photoluminescence from rhodamine 6G in 1,2-propanediol," *Chin. Phys.*, 15, 1615-1620.
- [6] Jing, H., He, S. J., Fang, W., Min, S. J. 2008, "Cavitation luminescence of argon-saturated alkali-metal solutions from a conical bubble," *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 41, 195402.
- [7] Godínez, F. A., Navarrete, M., Sánchez-Ake, C., Mejía, E.V., Villagrán, M. 2012 "Spectroscopic and thermodynamic features of conical bubble luminescence," *Ultrasonics Sonochemistry*, 19, 668-681.
- [8] Navarrete. M., Sanchez-Ake C., Naude J.L., Alvarado J.R., Villagrán M., Godínez F. A., Temporal and spatial separation in conica bubble collapse:two sites of emission. Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Symposium on Cavitation CAV2012 –Abstract No. 30 August 14-16, 2012, Singapore.
- [9] Rayleigh L., The pressure developed in a liquid on the collapse of a spherical cavity, *Philos. Magn.* 34 (1917) 94–98.
- [10] Kosky P.G., Henwood G.A., A new technique for investigating vapor bubble implosion experimentally, *Brit. J. Appl. Phys. J. Phys. D Ser. 2* (2) (1969) 630– 634.
- [11] Hawtin P., Henwood G.A., Huber R.A., On the collapse of water vapor cavities in bubble analogue apparatus, *Chem. Eng. Sci.* 25 (1970) 1197–1209.
- [12] Leighton T.G., Ho W.L., Flaxman R., Sonoluminescence from the unstable collapse of a conical bubble, *Ultrasonics* 35 (1997) 399–405.
- [13] Putterman S.J., Weninger K.R., Sonoluminescence. How bubbles turn sound into light, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 32 (2000) 445–476.
- [14] Barber B.P., Hiller R.A., Lofstedt R., Putterman S.J., Weninger K.R., Defining the unknowns of sonoluminescence, *Phys. Rep.* 281 (1997) 65–143.
- [15] Young F.R., Sonoluminescence, CRC Press, Florida, 2005.
- [16] Moholkar V.S, Huitema M., Caracterizacion of an ultrasonic system using wavelet transforms, *Chemical Engineering Science* 57 (2002) 617-629.
- [17] Lathi B. P., Signal processing and linear systems, Oxford University Press, 1998.
- [18] Hubbard B., They world according to wavelet, the story of mathematical technique in the making, AK Peters, 1997.
- [19] Goswami J.C., Chan A.K., Fundamentals of wavelets: theory, algorithms, and applications, John Wiley & Sons, 1999.
- [20] Boggess A., Narcowich F. J., A first course in wavelet whith Fourier analysis, Prentice Hall,

# APÉNDICE

## APÉNDICE A: Análisis de señal de fuerza con función base Db4

A continuación se muestran los resultados obtenidos de analizar mediante la transformada basada en la wavelet Db4 de la señal de fuerza obtenida en el experimento realizado por Godínez *et al.* [7]. En este experimento se emplea una sola punta cónica de forma hexagonal, la cual en el interior contiene un cono circular recto de  $30^\circ$  y termina con un orificio de 1.5 mm de diámetro.

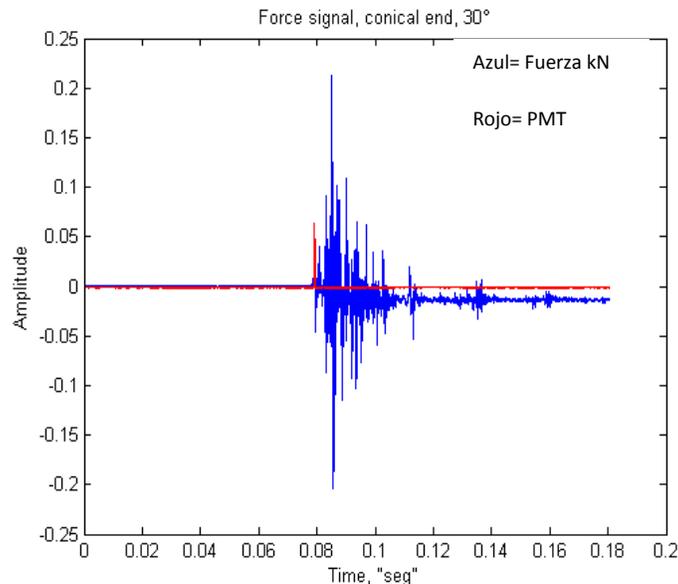


Figura A.1.- Historial de fuerza completo de CBL, terminal cónica de  $30^\circ$ .

La figura A.1 muestra el historial de fuerza (azul) junto con los pulsos de luz adquiridos por el PMT (rojo), en el cual se observa el fenómeno tiene una duración total de 180 ms.

En el intervalo de tiempo de 0-77 ms no presenta alguna variación por parte del historial de fuerza, en este intervalo de tiempo se presenta la compresión de gas Argón (Ar) por parte del pistón líquido, hasta llegar a la máxima compresión de gas antes de llegar al primer colapso por parte de la burbuja, en la punta cónica.

El primero pulso de luz por parte de la burbuja se colapsa en la sección cónica en el tiempo 79.3 ms, lo cual es consistente con los pulsos de luz detectados por los sensores PMT's. A partir del primer colapso se van incrementando los máximos presentes en el historial de fuerza a lo largo del tiempo.

Después del primer colapso se presentan rebotes y a los 83.7 ms (aproximadamente) se presenta un máximo correspondiente al choque del pistón líquido. Después se presenta un segundo colapso que ocurre aproximadamente a 101 ms, asociado a un destello de luz de menor intensidad.

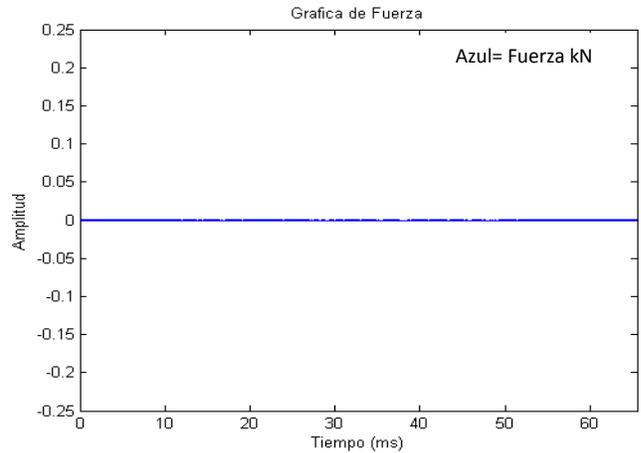
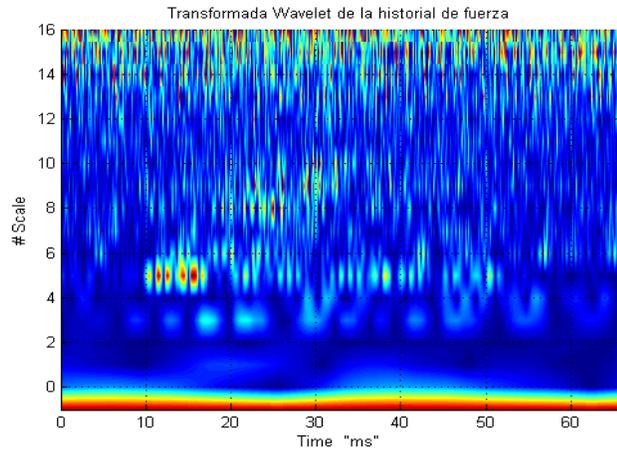
El registro de historial de fuerza en el intervalo de tiempo de 110-180 ms presenta un decaimiento de energía por lo tanto el registro de fuerza pierde intensidad, en consecuencia las fuerzas internas como externas que actúan sobre la columna de líquido llegan a un equilibrio dentro del tubo en U [7].

El análisis wavelet presentado en la figura A.2, se realiza con una función base Db4 a fin de describir el comportamiento del historial de fuerza, en la cual se observa el comportamiento de las escalas de frecuencia a lo largo del tiempo, además de ubicar el tiempo donde se presentan el primer colapso de burbuja.

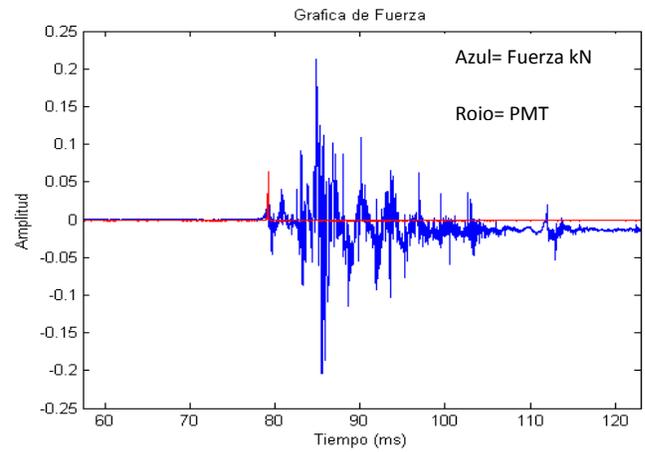
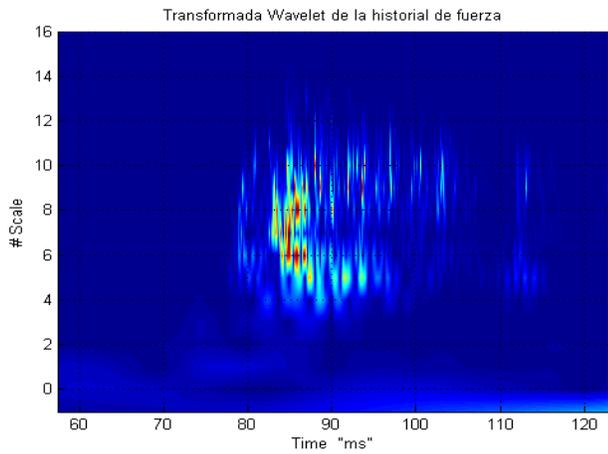
La sección a) de la figura A.2 presenta el intervalo de tiempo donde sólo se presenta la etapa de compresión por parte del pistón líquido. Se observan algunas variaciones de energía en la escala 5 y en la escala 8 que corresponden al movimiento del pistón líquido y en las cuales se presenta la fase de compresión de la burbuja y en las escalas 14 a 16 se manifiesta una gran cantidad de energía en alta frecuencia. La presencia de estos valores se encuentran delimitados por las ventanas en el tiempo de la señal analizada, las cuales emplean una escala de umbral de colores particular a cada ventana.

La sección b) de la figura A.2 contiene una ventana en el tiempo que incluye la emisión de luz correspondiente al primer colapso. En dicha ventana se presentan variaciones de energía en las escalas 5 a 10 en donde se presentan los máximos correspondientes a los máximos de la señal de fuerza junto con el primer colapso en la sección cónica alrededor de 79.3 ms. Posterior a este tiempo, la energía presente en el historial de la señal decae. La ventana de la señal analizada presenta un umbral de colores ajustado a la sección.

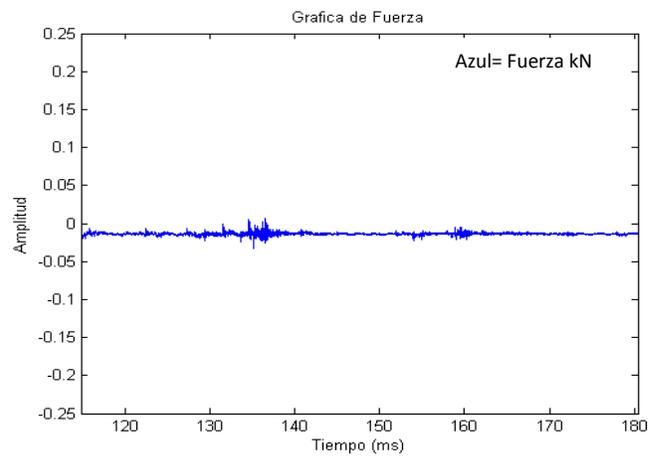
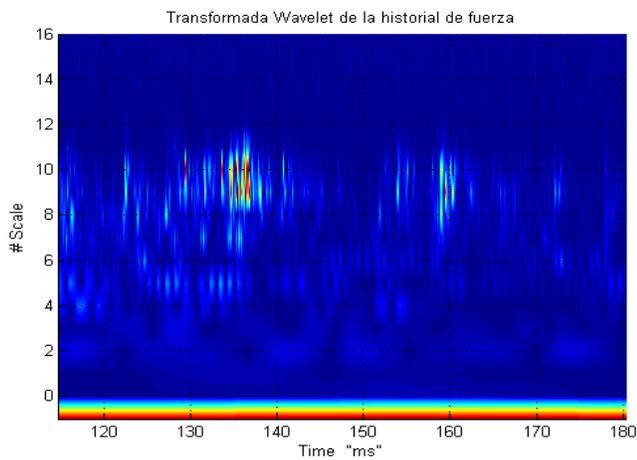
La sección c) de la figura A.2, presenta el decaimiento de presión ejercida por el pistón líquido y presentan una variación de energía sobre las bandas de frecuencias de las escalas 7-10, y el decaimiento de la energía se presenta por el decaimiento de la presión por parte del líquido.



a)



b)



c)

Figura A.2.- Proyecciones de análisis wavelet con función base Db4 (izquierda) de la señal de fuerza registrada durante el experimento (derecha). a) Sección 1 de señal de fuerza (0-65 ms), b) Sección 2 de señal de fuerza (57-124 ms), c) Sección 3 de la señal de fuerza (110-180 ms).

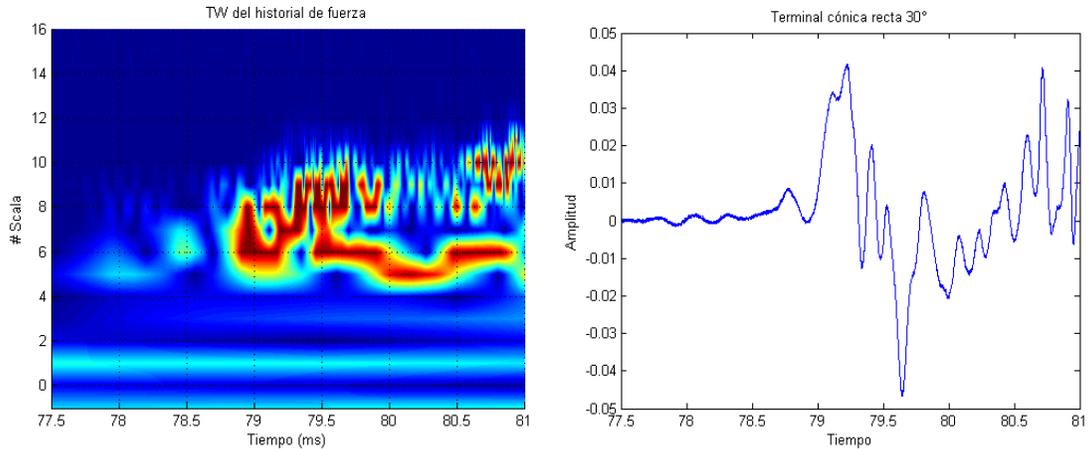


Figura A.3.- Acercamiento de la TW (Izquierda), en el tiempo donde se presenta el pulso de luz.

La figura A.4 muestra la TW de la señal de fuerza completa utilizando como función base Db4, con un umbral de colores homogéneos en toda su duración, comprobando que la sección en el intervalo de tiempo de 0-65 ms no presenta alguna variación de energía durante la fase de compresión de la burbuja de gas. A partir del tiempo 77 ms, se presentan variaciones de energía las escalas 4 a 11. En el tiempo de 79.3 ms se presenta el colapso de burbuja observando variaciones de energía. Posterior al colapso se observan variaciones en la TW y por lo tanto podemos observar la presencia de alta energía en el tiempo correspondiente a 80-95 ms acorde con la re-expansión de la burbuja. Los colapsos posteriores, en los cuales no se presenta alguna emisión de luz, conducen hasta el equilibrio de la presión exterior con la presión interior, mostrando a partir de 100 ms un decaimiento por parte de la energía presente en el historial de fuerza.

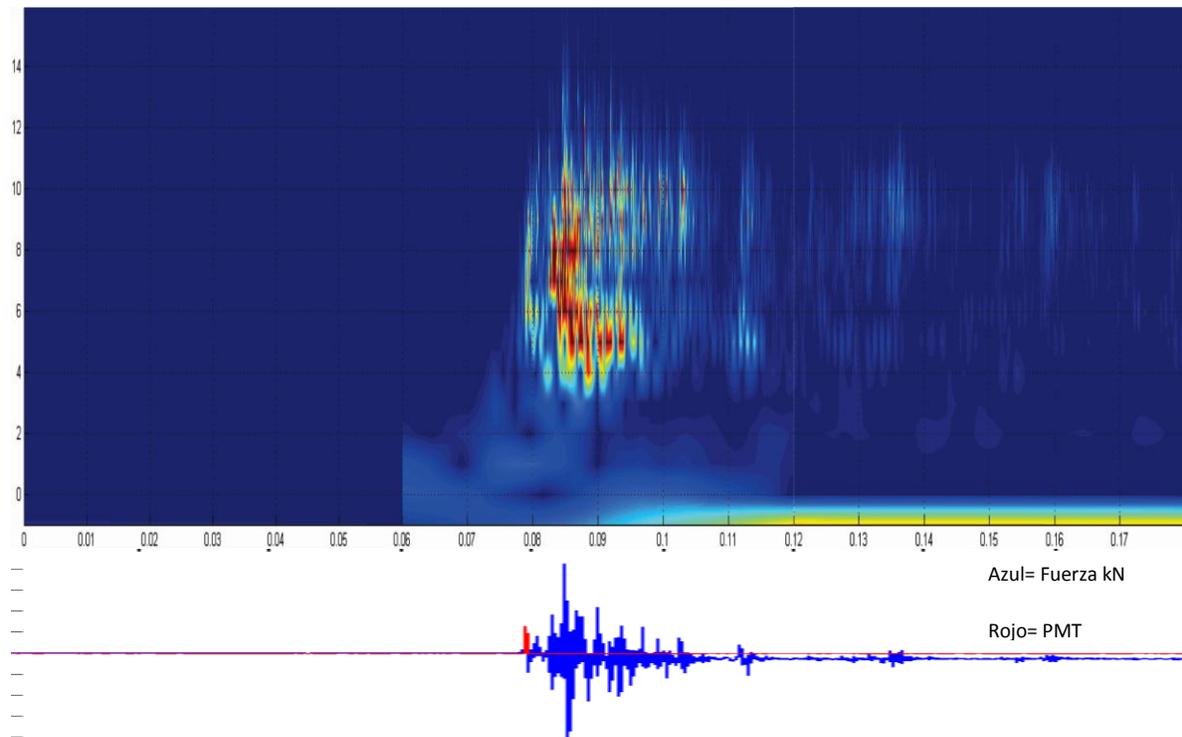


Figura A.4.- Transformada de señal de fuerza mediante la función base Db4 (superior), con umbral de escala de colores homogéneo historia en el tiempo de fuerza, señal de fuerza (inferior) y pulso de luz.

## APÉNDICE B: Señal de velocidad

### B.1 Análisis De Señal De Velocidad Con Función Base Db4

En esta sección se analiza la señal de velocidad obtenida del experimento realizado por Godínez *et al.* [7].

El registro del historial de velocidad de columna de líquido, fue obtenido mediante un velocímetro laser. El tiempo cero  $t_0$  corresponde al instante de tiempo en que ocurre la apertura de la válvula que deja entrar una presión exterior, iniciando el fenómeno que da origen al CBL.

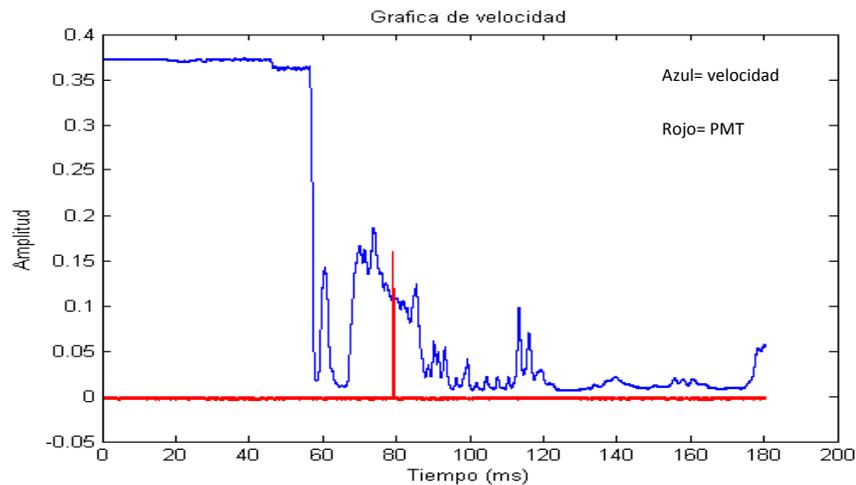
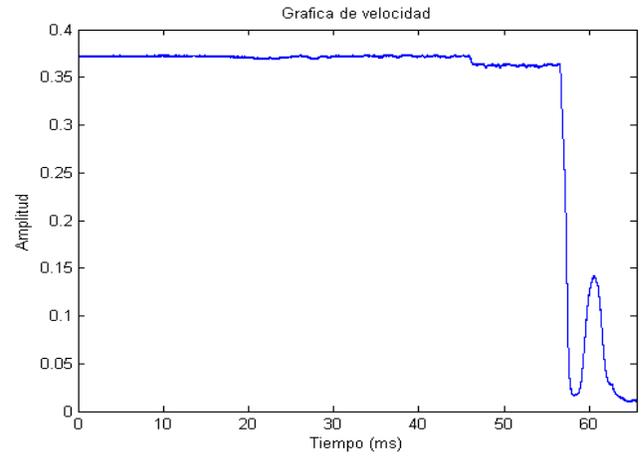
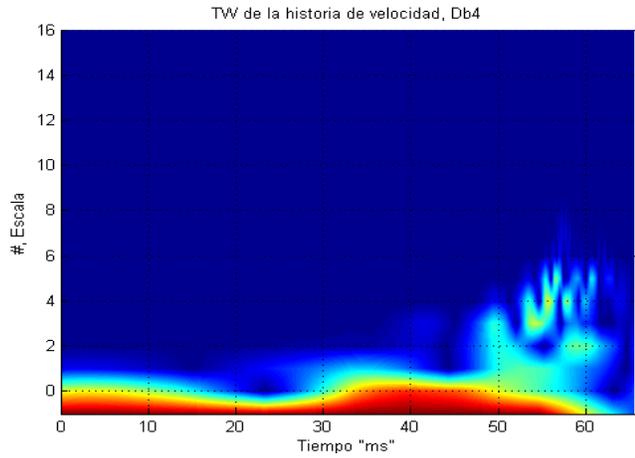


Figura B.1.- Velocidad m/s generada a partir de la aplicación de presión para comprimir el líquido-gas (Argón)

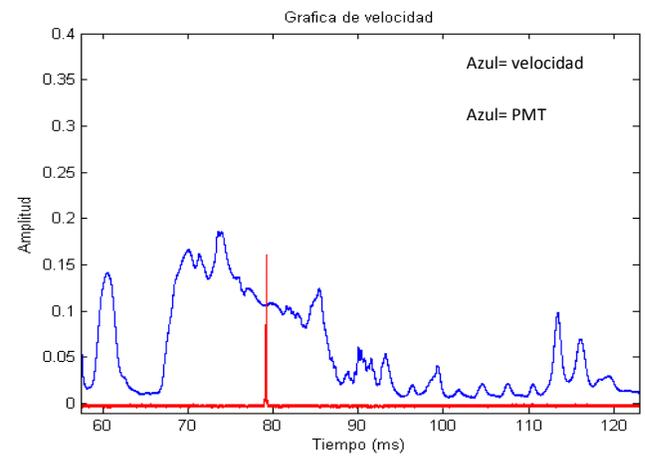
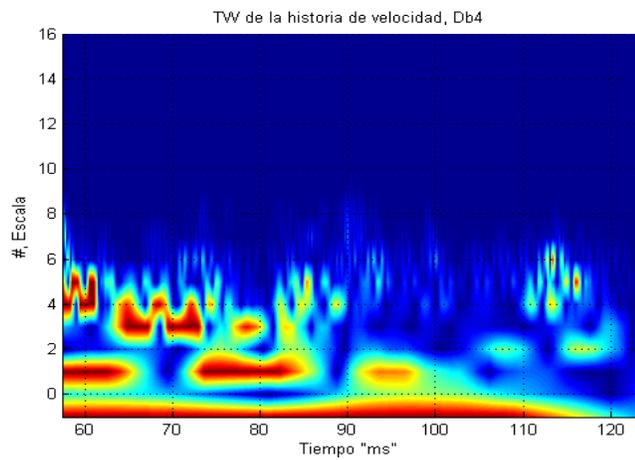
Es importante recalcar que debido a la posición en que se encuentra el velocímetro con respecto a la terminal cónica, se espera que la señal de velocidad debe de ser afectada por el colapso de la burbuja con un retraso de tiempo proporcional a la distancia que separa al velocímetro y a la terminal cónica donde ocurre la emisión de luz.

Los resultados obtenidos del análisis wavelet basando en la función de Daubechies Db4 se muestran en la figura B.2.

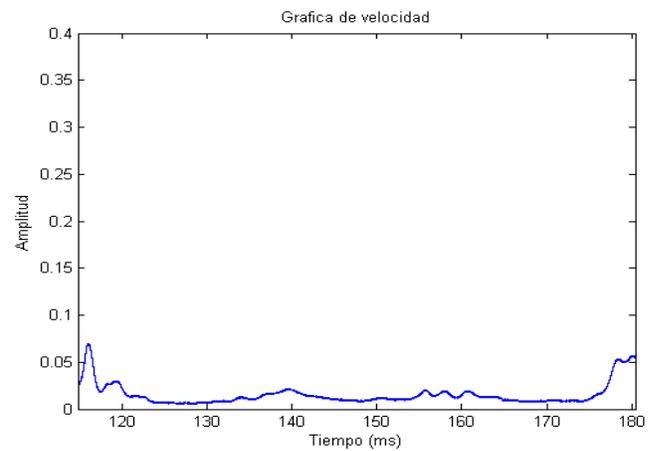
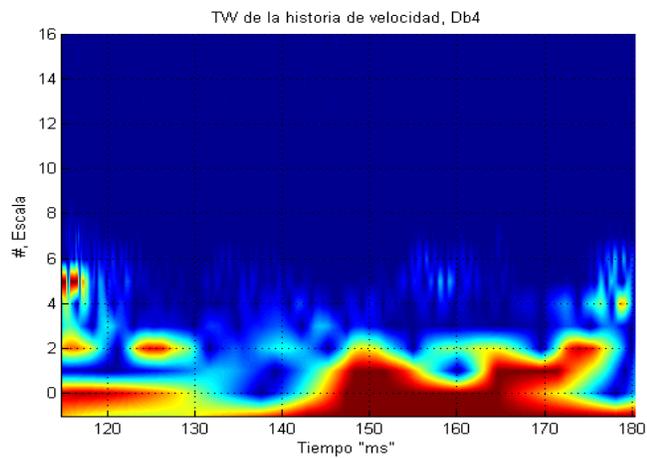
La sección a) de la figura B.2 muestra que la velocidad se mantiene constante hasta el tiempo de 55 ms aproximadamente, lo cual se manifiesta como energía de baja frecuencia en la TW. A partir del tiempo de 55 ms comienza la etapa de compresión del líquido, generando un decaimiento repentino de la velocidad, lo cual genera manifestaciones de energía en las escalas 2 a 5. La figura presenta un umbral de escala de colores acorde a la ventana en el tiempo analizada.



a)



b)



c)

Figura B.2.- Proyecciones de análisis wavelet con función base Db4 (izquierda) historia de velocidad registrada durante el experimento (derecha). a) Sección 1 de señal de fuerza (0-65 ms), b) Sección 2 de señal de fuerza (57-124 ms), c) Sección 3 de la señal de fuerza (110-180 ms).

La sección b) presenta el intervalo de tiempo donde ocurre la emisión de luz que corresponde al primer colapso de burbuja, generando variaciones de energía en las escalas 0 a 6. En el tiempo de 79.3 ms se presenta el primer colapso, lo cual se manifiesta en la TW como energía liberada en el tiempo correspondiente a la emisión y detectada en la escala 3. Posteriormente existe un decaimiento de velocidad.

La sección c) contiene el intervalo de tiempo donde se alcanza el equilibrio de la presión del pistón líquido y la presión exterior, manifestándose como una concentración de energía en las escalas 1 a 6. La mayor concentración de energía en las escalas más bajas se debe a que la velocidad se estabiliza en un valor casi constante.

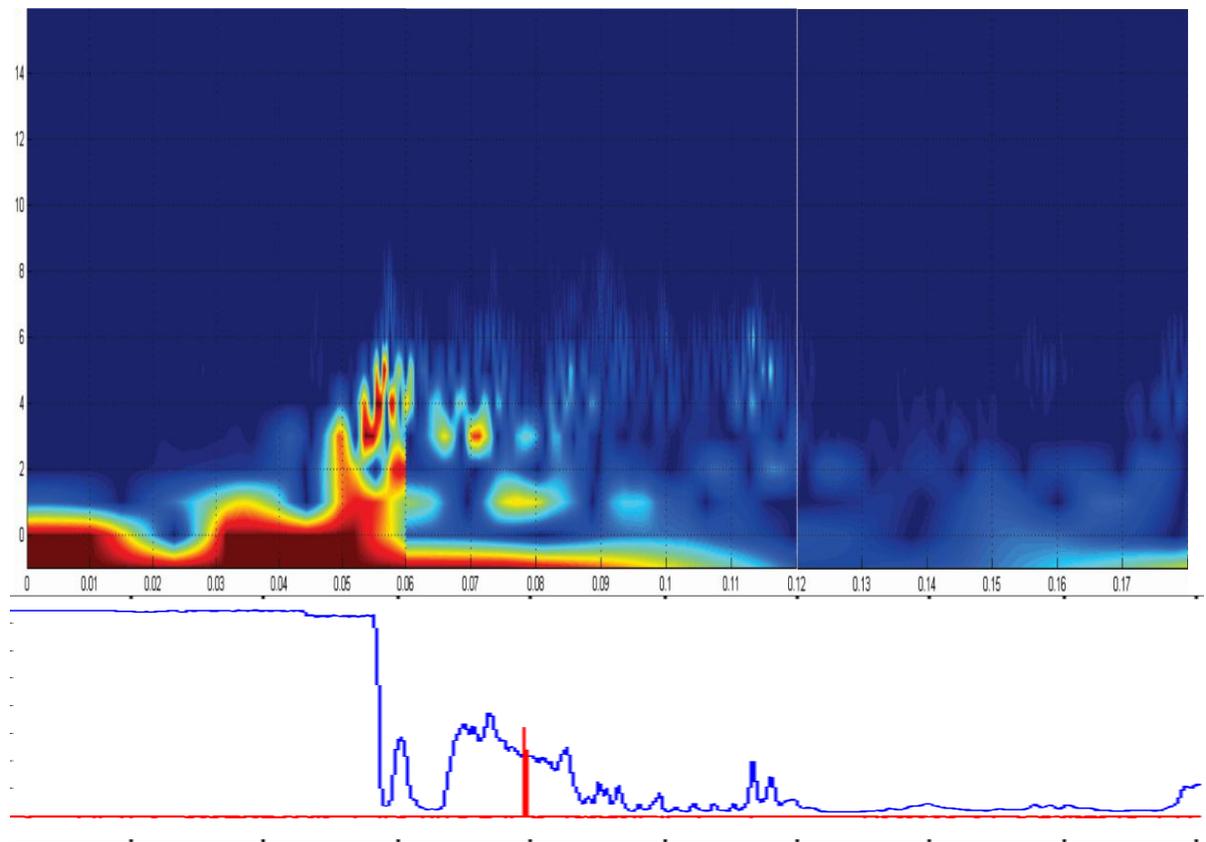


Figura B.3.- Transformada Wavelet del historia de velocidad, utilizando como función base Db4.

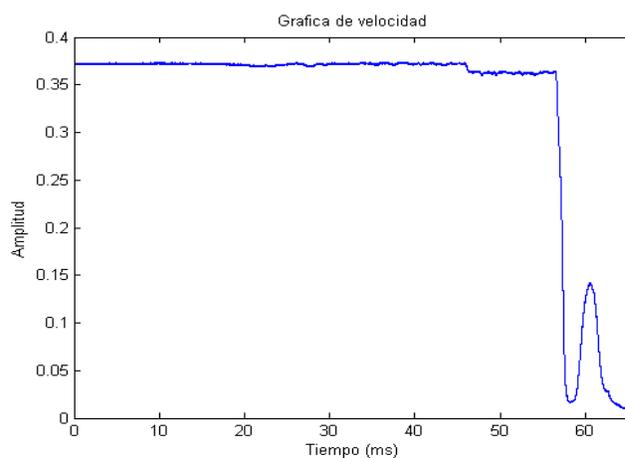
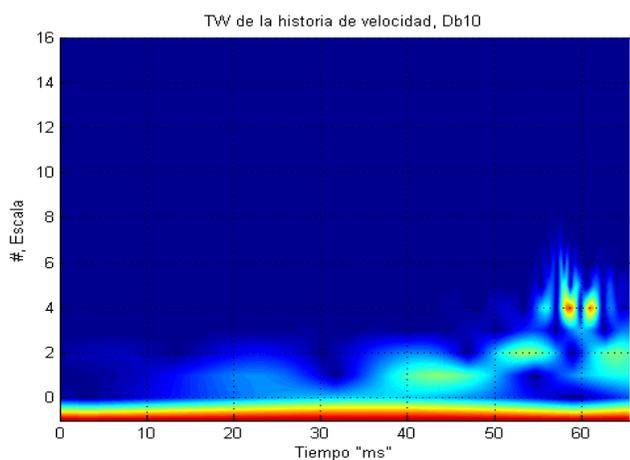
La figura B.3 presenta la señal completa de velocidad con un umbral de colores homogéneo. Se observa a lo largo del tiempo una concentración de energía en las escalas 0 a 5 hasta el tiempo de 80 ms. En el tiempo de 79.3 ms, instante en que se produce el pulso de luz, se presentan energía en la escala 3. Posterior al colapso, se observa un decaimiento de la energía presente en las escalas 3 a 6, lo cual permite identificar el instante de colapso, mediante el análisis wavelet del registro de velocidad.

## B.2 Análisis de señal de velocidad con función base Db10

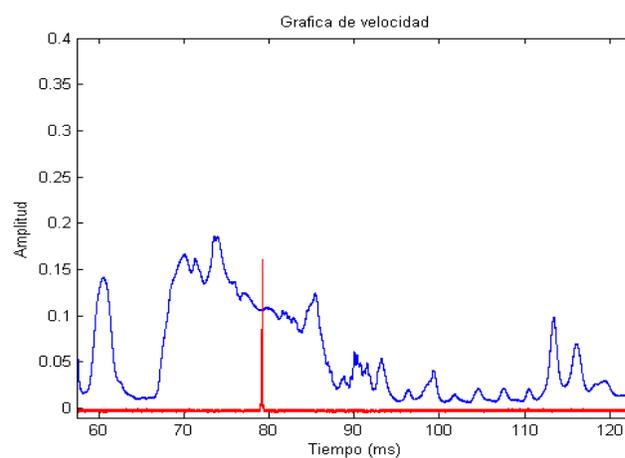
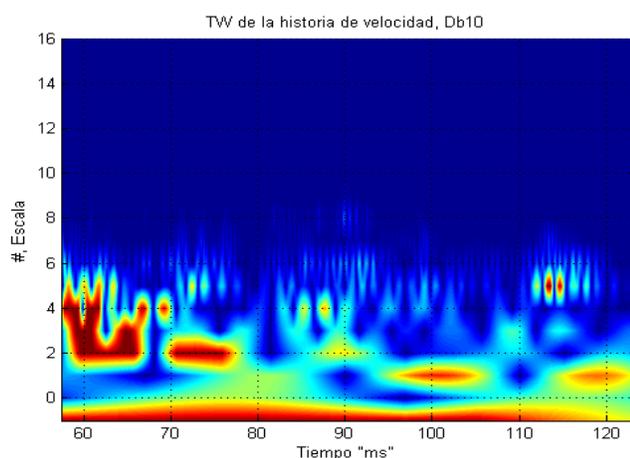
De manera análoga, se analiza el registro de velocidad obtenido por Godínez *et al.* [7] empleando la wavelet de Daubechies Db10.

Al igual que en el análisis anterior se proponen los mismos tamaños de ventana.

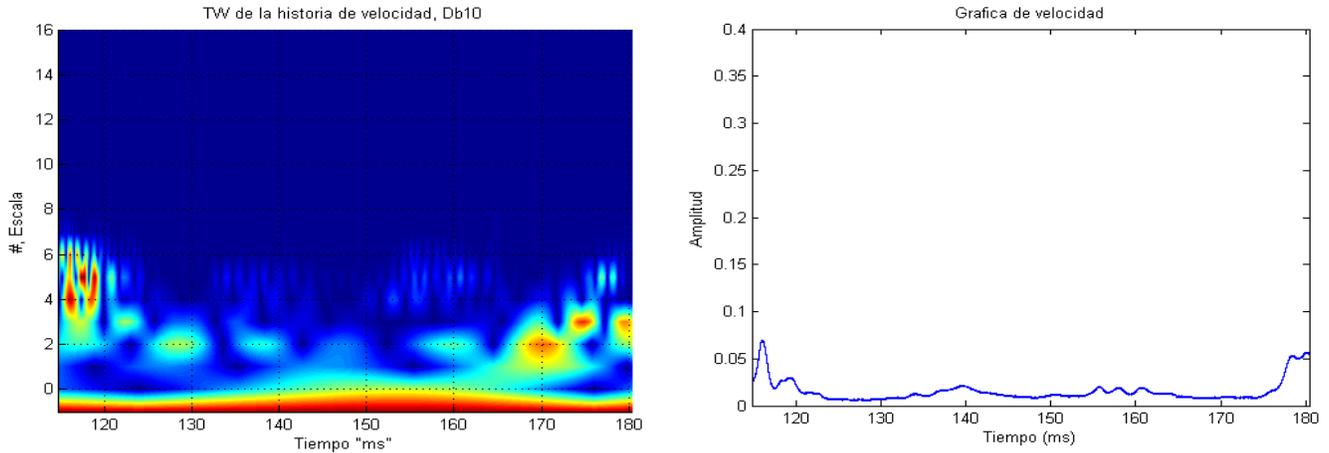
La sección a) de la figura B.4 muestra un mayor suavizado de la energía con respecto al análisis anterior. Existe una menor distribución de energía en las escalas 1 a 5 en el tiempo de 55 ms, la cual representa la sección del movimiento del líquido correspondiente a la etapa de compresión de la burbuja de gas.



a)



b)



c)

Figura B.4.- Proyecciones de análisis wavelet con función base Db10 (izquierda) historia de velocidad registrada durante el experimento (derecha). a) Sección 1 de señal de fuerza (0-65 ms), b) Sección 2 de señal de fuerza (57-124 ms), c) Sección 3 de la señal de fuerza (110-180 ms).

La sección b) presenta un mayor suavizado con respecto al análisis anterior, lo cual se manifiesta como energía dispersa a lo largo de las escalas 0-6. El tiempo correspondiente al primero colapso no se presenta un patrón distinguible como ocurrió en la escala 3 del análisis anterior.

En la sección c) se observan variaciones de energía a lo largo del final de la señal en las escalas más bajas (frecuencias bajas), producido por el valor casi constante, distinto de cero, que mantiene la velocidad en esta ventana.

La figura B.5 presenta el análisis completo del historial de velocidad con el mismo umbral de colores durante toda su duración. Con respecto al análisis anterior se observa un mayor suavizado de la energía, lo cual impide la identificación del colapso de la burbuja en el instante de 79.3 ms correspondiente a la emisión de luz registrada.

La descripción anterior del colapso de la burbuja cónica demuestra que el análisis de la señal de fuerza o permite la identificación de la emisión de luz debido a la posición del transductor con respecto al cono, y al propio comportamiento de la señal de fuerza. A diferencia de los resultados obtenidos del análisis de la señal de velocidad, los cuales muestran dificultades para identificar la emisión de luz, así como retrasos en su detección debidos a la posición de los sensores con respecto a la terminal cónica.

Por lo anterior, para la caracterización en el dominio tiempo-frecuencia del colapso de la burbuja cónica generado por distintas terminales, se analizará únicamente las señales de fuerza correspondientes.

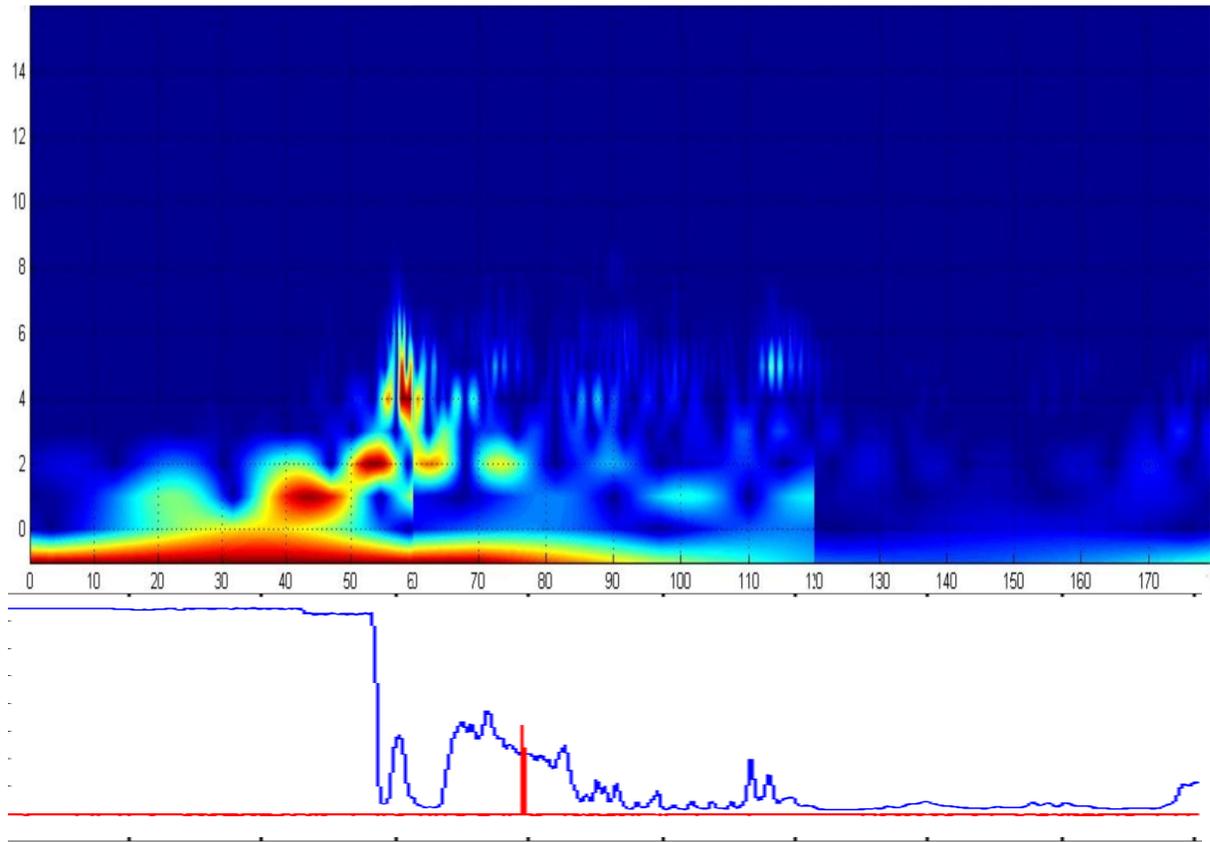


Figura B.5.- Transformada Wavelet del historia de velocidad, utilizando como función base Db10.

## APÉNDICE C: CBL con terminación cónica corta a 60 °, función base Db4

### C.1 TW basada en la función Db4

La figura C.1 presenta el historial dinámico del pistón líquido (negro) además de los PMT's (azul y rojo) los cuales son los sensores encargados de registrar la intensidad del pulso, en este caso de la punta cónica corta.

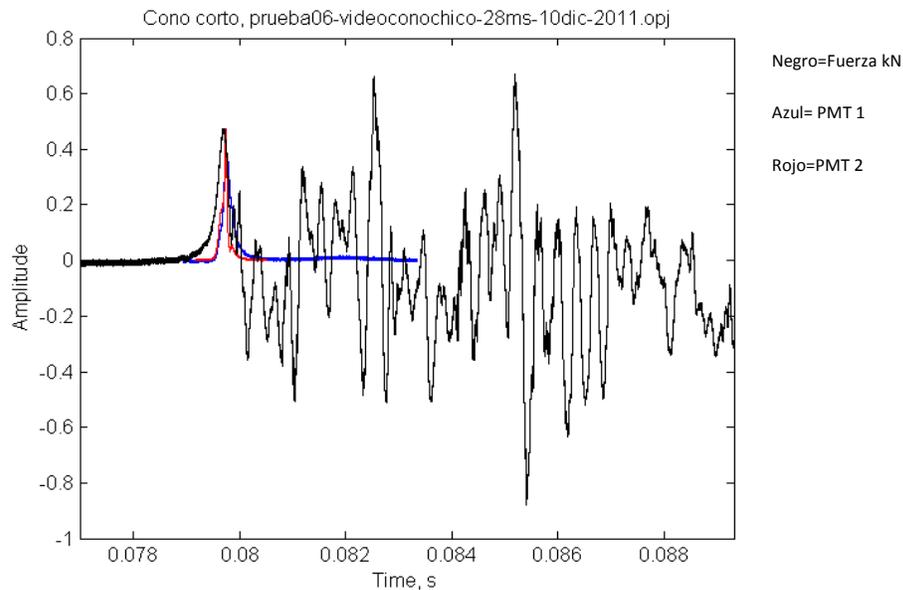


Figura C.1 Registro del historial de fuerza y PMT's correspondientes al caso de la punta cónica corta 60°.

En el intervalo de 0.076-0.089 segundos se presenta el pulso de luz y los rebotes, además de las re-expansiones. A partir del tiempo 0 hasta 78 ms no manifiesta alguna variación por parte del historial de fuerza o algún máximo. Este intervalo de tiempo es correspondiente a la compresión de la burbuja de gas por parte del pistón líquido. Instantes después de la etapa de compresión se presenta el colapso de la burbuja junto con el primer pulso. Una vez emitido el pulso se presentan picos en el historial de fuerza debido al impacto de la columna del líquido con la terminal.

En la figura C.2 se muestra un acercamiento con un tamaño de ventana que comprende la máxima emisión del pulso de luz detectada por los sensores PMT's.

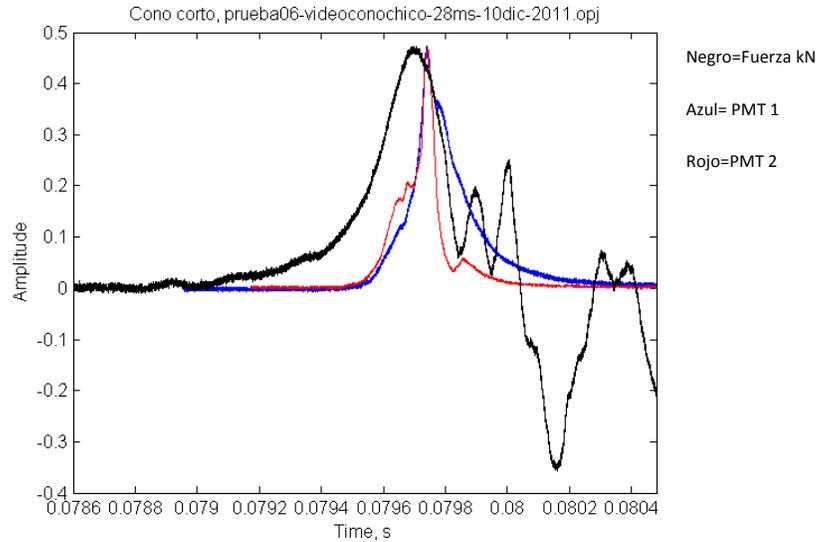


Figura C.2.- Acercamiento de la historia de la señal de fuerza, así como el pulso de luz normalizado registrado para el caso del cono corto 60°.

El acercamiento de la figura C.2 muestra que los registros de los PMT's coinciden en sus máximos. Esto es indicativo que la emisión de luz es detectado al mismo tiempo por ambos sensores, por lo tanto es consistente el tiempo en que ocurre el primera emisión de luz y la compresión máxima asociado a la terminal cónica (cono corto), ocurriendo este pulso alrededor de 79.75 ms después de iniciado el experimento. Posteriormente al instante del pulso de luz ocurren máximos correspondientes a los rebotes, re-expansiones, y colapsos de mucho menor presión que el inicial hasta llegar al equilibrio de presiones. La señal de fuerza permite la identificación de los instantes de compresión de la burbuja junto con la emisión del pulso de luz, sin embargo se sabe poco de las frecuencias en donde ocurre dicho pulso.

Por lo anterior se presenta el análisis con la TW con el cual se pretende ubicar las frecuencias donde se manifiesta o se asocia al pulso de luz en el historial de fuerza correspondiente a la punta cónica estudiada.

En la figura C.3 se presenta la función escala ( $\phi$ ) y la función wavelet ( $\psi$ ) perteneciente a la familia Daubechies Db4, que se utilizará como función base para descomponer el historial de fuerza, la cual tiene la capacidad de descomponerlo piramidalmente obteniendo bloques ó escalas de frecuencias. Con ello el análisis realizado proporcionará la información necesaria para describir el fenómeno y las características presentadas por la terminal.

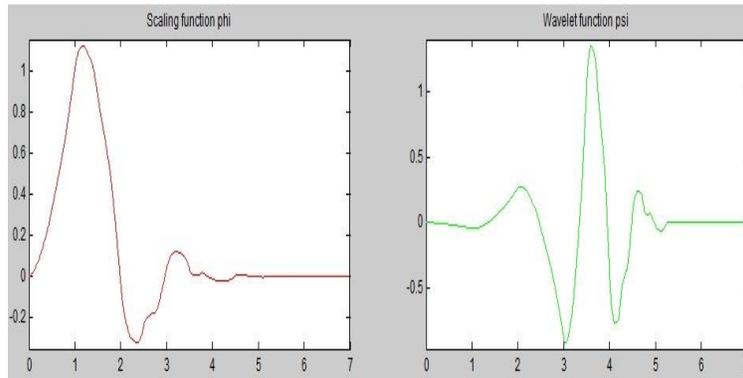


Figura C.3.- Función de escala (izquierda), función wavelet Db4 (derecha)

La figura C.4 presenta la TW obtenida de la ventana de tiempo que se presenta en la figura C.1 utilizando como función base la Db4.

Se observa que existen variaciones de frecuencia en las escalas 2 a 7 correspondientes a la ventana en el tiempo de la señal analizada. En las escalas mayores de 12 a 14 las concentraciones de altas frecuencias se presentan con menor energía. La máxima concentración de energía se presenta alrededor de la escala 6. En el tiempo de 79.75 ms correspondiente al primer colapso se puede observar que de la escala 3 a la escala 8 se manifiesta principalmente la energía relacionada a la emisión de luz.

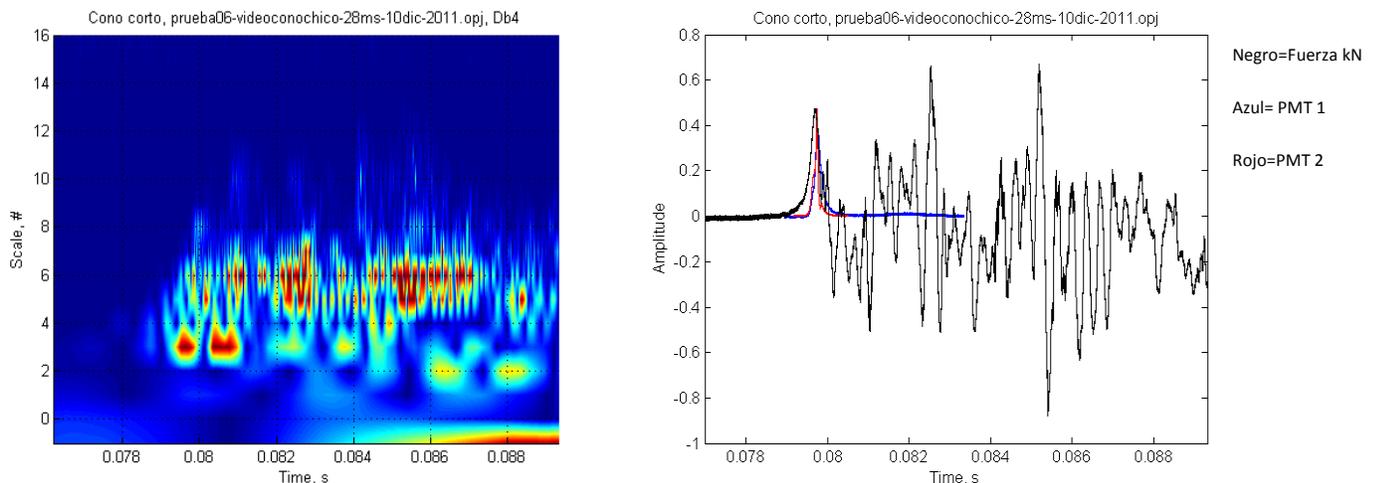


Figura C.4 Transformada wavelet discreta (izquierda) de la historia en el tiempo de fuerza, se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección, utilizando como función base Db4.

A continuación se muestra la TW con un tamaño de ventana presentado como en la figura C.2, con el fin de aislar los registros correspondientes al pulso de luz para su análisis.

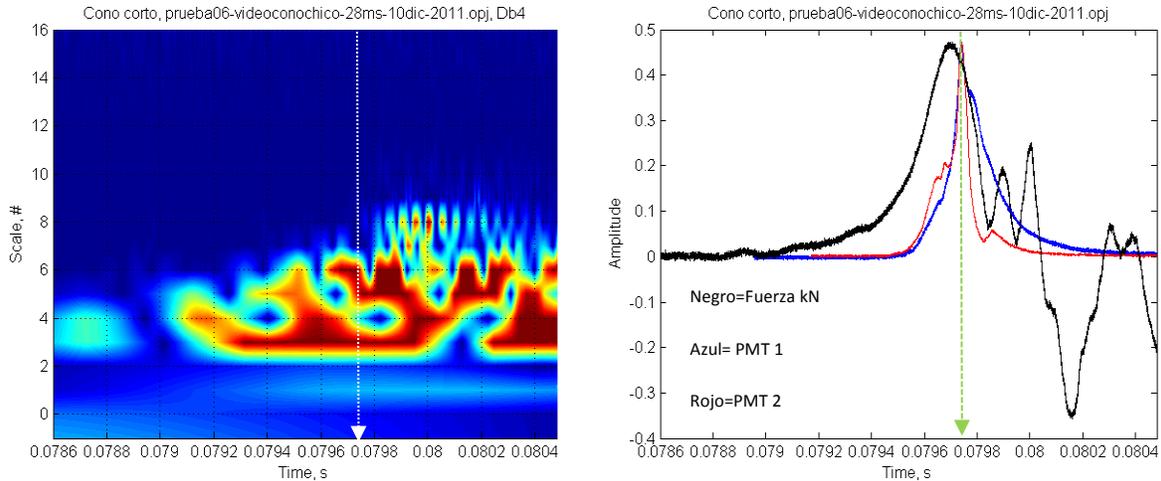


Figura C.5 Transformada wavelet discreta (izquierda) de la historia en el tiempo de la fuerza (derecha) empleando la función base de Daubechies Db4 para el cono corto 60°. Se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección.

La figura C.5 (izquierda) muestra este acercamiento de la TW de la señal con el tamaño de ventana correspondiente al tiempo de la figura 22 (derecha). Se puede observar las manifestaciones de energía que se encuentran distribuidas en las escalas 3 a la 9 y se ven distribuidas a lo largo del tiempo. Se observa el tiempo que es indicado por una flecha en el instante que ocurre el pulso de luz correspondiente al cono chico. No se observan patrones de energía que ocurran únicamente en el instante de emisión del pulso. Por lo anterior se buscara estos patrones en escalas con menor manifestación de energía.

La figura C.6 presenta la misma ventana de tiempo donde se presenta la emisión de luz que la figura C.5, pero realizando un acercamiento en las escalas 7 a 13, buscando alguna variación de energía presente en la TW y que coincida con el instante en que sucede el pulso de luz.

Esta variación de energía se observa en la escala 11, por lo que esta escala se analizará a continuación con mayor detalle.

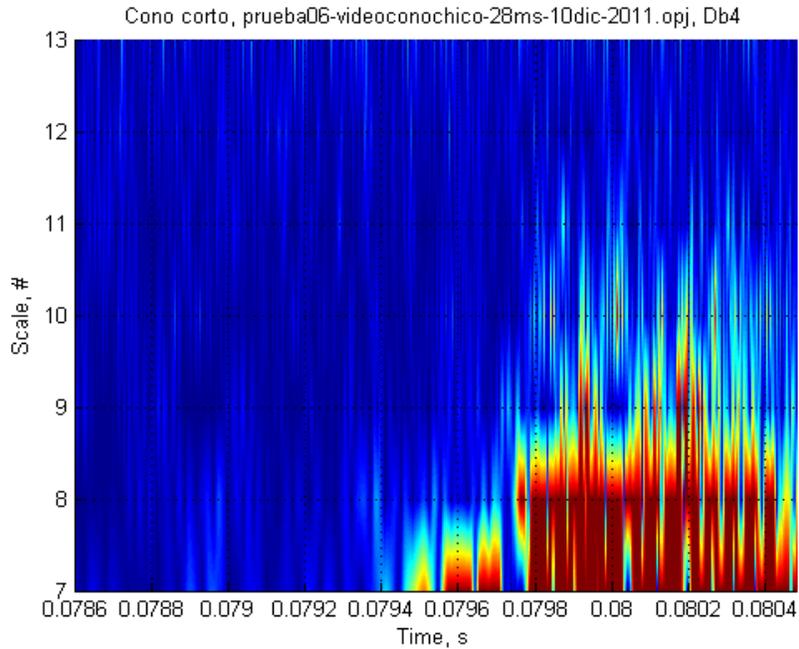


Figura C.6 Acercamiento de la transformada discreta de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db4 para el cono corto 60°.

La figura C.7 (gráfica intermedia) presenta la historia en el tiempo de la escala 11 de la TW mostrada en la figura C.6. No se observa una plena identificación del pulso de luz tan solo se observa un incremento en las amplitudes de la señal posteriores a la ocurrencia del pulso (mostrado por los registros de los PMT's (gráfica superior) y por una flecha).

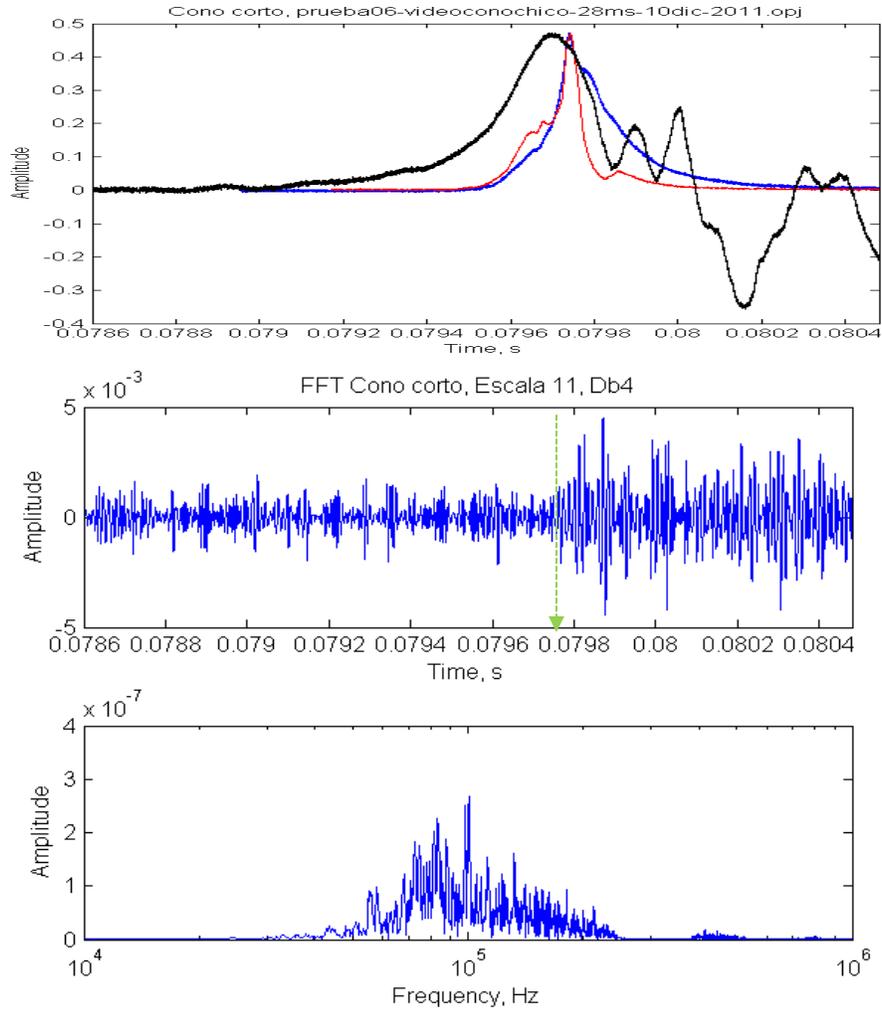


Figura C.7.- Señal de fuerza con los PMT's (grafica superior), transformada de Fourier (grafica inferior) de la escala 11 (gráfica intermedia) correspondiente a la descomposición de la señal de fuerza del cono corto  $60^\circ$  y obtenida mediante transformada wavelet basada en Db4.

## APÉNDICE D: CBL con punta cónica escalonada a 32°, función base Db4

### D.1 TW basada en la función Db4

Ahora se procede al análisis de una terminal cónica escalonada, a fin de mostrar su comportamiento a lo largo del experimento junto con la emisión de luz, considerando que las condiciones experimentales son las mismas que las utilizadas en la punta cónica corta.



Figura D.1.- Terminal cónica escalonada 32°.

La figura D.1 se muestra la punta cónica escalonada la cual presenta 4 reducciones que afectan el colapso de burbuja y la emisión de luz, además del historial de fuerza. La figura D.2 muestra el registro de fuerza, así como el de los PMT's indicando el tiempo en que se presenta el pulso de luz asociado a la punta escalonada de 32°.

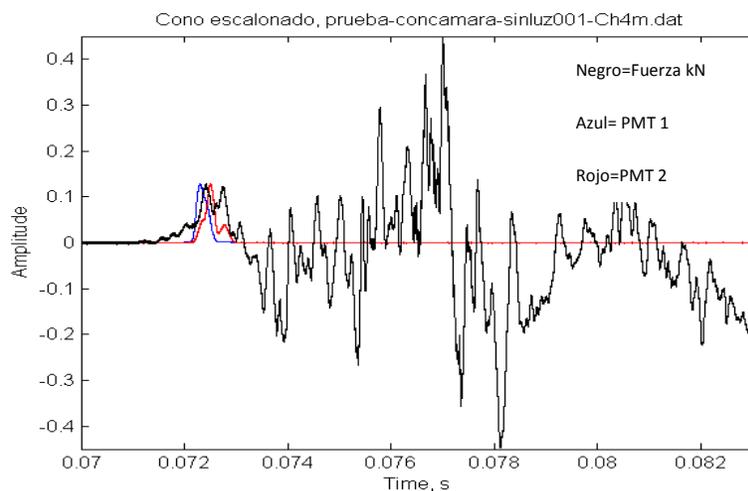


Figura D.2.- Historia del tiempo de la fuerza, así como los pulsos registrados para el caso del cono escalonado 32°.

Se observan resultados similares al historial de fuerza del cono corto, con respecto al comportamiento dinámico por parte de la columna de líquido junto con el colapso de la

burbuja de gas que se ve reflejado con el pulso de luz registrado con los PMT's, relacionando el primer colapso y la emisión de luz. Por lo tanto realizaremos un acercamiento de la sección donde se encuentra la emisión de luz.

La figura D.3 muestra el acercamiento de la figura D.2 en una ventana de tiempo de 70.8-73.1 ms donde ocurre el colapso de la burbuja, junto con la emisión de luz.

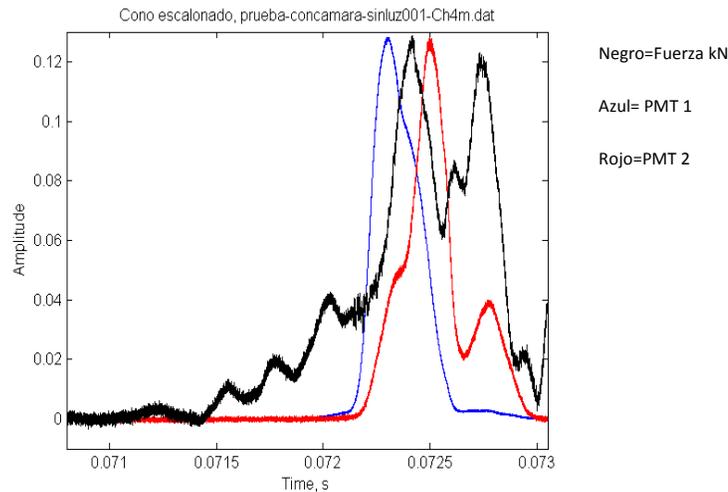


Figura D.3.- Acercamiento del historial de fuerza, así como los pulsos de luz registrados en el caso de la terminal cónica escalonada 32°.

El movimiento del pistón líquido presenta un flujo dinámico asimétrico. En el intervalo de tiempo de 71.3-72.2 ms se presentan distorsiones asociadas a los estancamientos presentes por parte del pistón líquido, previos a la etapa de compresión máxima, antes de llegar al colapso de la burbuja de gas. Como se observa en la figura D.3 los máximos de los registros de los pulsos de luz no coinciden.

Esto lleva a tener un intervalo de tiempo en el cual se estima la emisión de luz, por ello se tiene un registro con cámara de alta velocidad con la cual se relaciona la captura y la emisión de luz mediante la correlación con las fotografías de la cámara de alta velocidad [8].

Ubicado el tiempo donde ocurre la presencia de la máxima emisión de luz correspondiente al colapso de burbuja en las fotografías, interpretamos que el tiempo relacionado donde se presenta la máxima emisión de luz se presenta aproximadamente a 72.4 ms, posterior a la emisión de luz se presentan re-expansiones con rebotes por parte de la burbuja de gas, hasta llegar al equilibrio de presiones internas.

La figura D.4 muestra los resultados del historial de fuerza correspondiente a la terminal cónica escalonada. En ella se observa una concentración de energía presente en las escalas de la 1 a la 9.

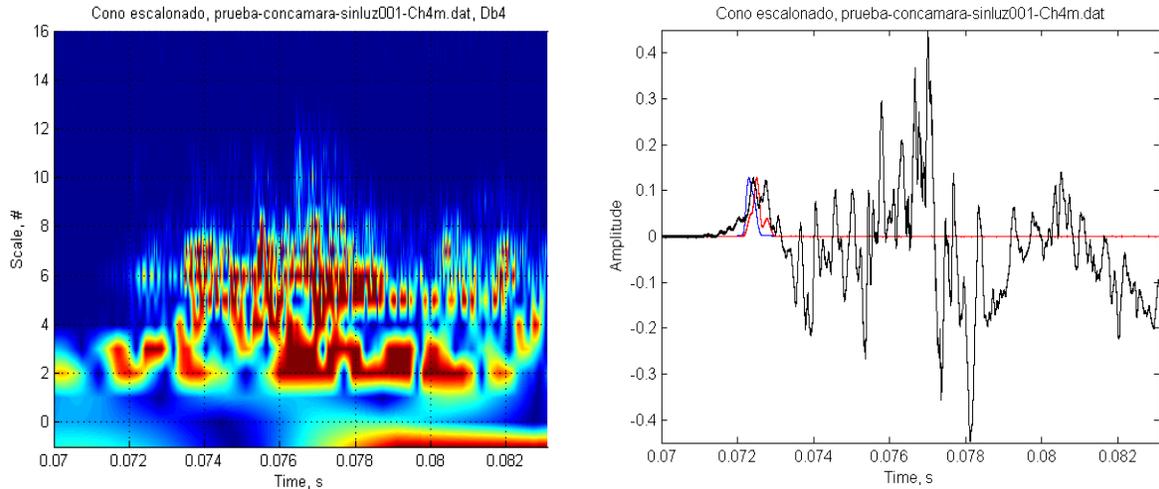


Figura D.4.- Transformada wavelet discreta de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db4 para el cono escalonado  $32^\circ$  (izquierda), se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección.

En este intervalo mostrado ocurre el primer colapso de burbuja asociado a la terminal cónica (72.4 ms). Las variaciones de fuerza posteriores al colapso son importantes en la localización en el tiempo de los rebotes por parte de la burbuja en la terminal cónica escalonada, sin embargo la finalidad principal del trabajo es analizar la ventana en el tiempo que comprende la emisión de luz.

La figura D.5 muestra el acercamiento de la TW de una ventana cuya duración es la misma a la empleada en la figura D.3, en la cual podemos ubicar el instante en que ocurre el colapso de burbuja y consecuentemente la emisión de luz. También se observa una concentración de energía en las escalas 1 a 7. En el intervalo de tiempo de 71.3-72.3 ms se observa la presencia de distorsiones en el historial de fuerza por cambios de área de la terminal cónica. El instante del colapso y la emisión de luz es ubicado en el tiempo de 72.4 ms, mostrando una distribución de energía de la escala 2 a la escala 8, la cual se asocia directamente con el fenómeno y la terminal empleada. Las energías predominantes en el instante del colapso no muestran un patrón que permita identificar el instante en que ocurra la emisión de luz. Análogo al caso de la termina cónica corta, se estudiaran los patrones de energía en las escalas 7 a 13 con el fin de identificar el colapso de burbuja.

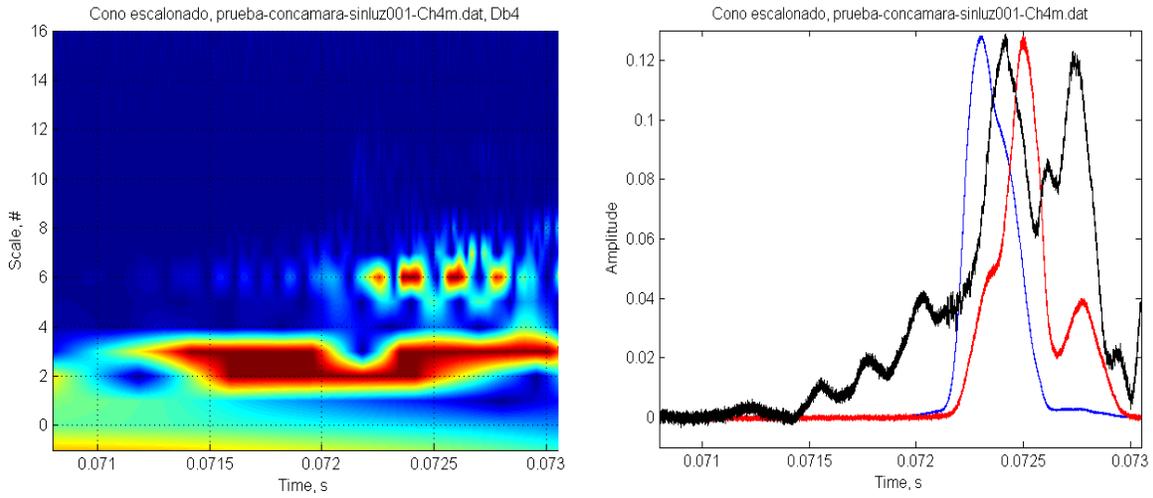


Figura D.5.- Acercamiento de Transformada wavelet discreta para el cono escalonado 32° (izquierda), del historial en el tiempo de fuerza (derecha).

El acercamiento se muestra en la figura D.6 la cual presenta en las escalas 11 una presencia de energía correspondiente al tiempo de emisión de luz.

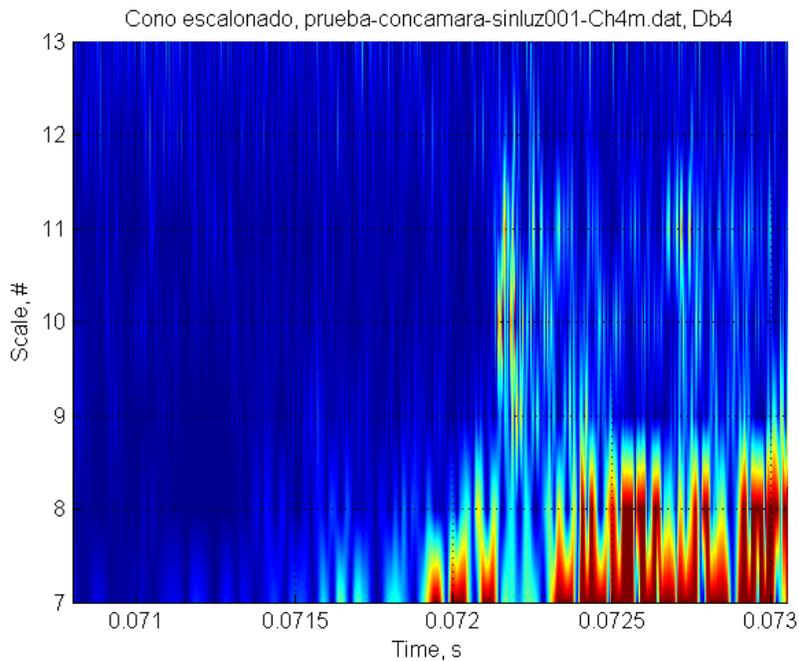


Figura D.6 Acercamiento de la transformada wavelet discreta en las escalas 7-13.

La figura D.7 muestra el historial en tiempo de la escala 11 (gráfica intermedia), mientras que en la gráfica inferior se muestra la banda de frecuencias correspondiente a dicho historial. El tiempo acorde con la emisión de luz que es correspondiente al tiempo de 72.4 ms coincide con la distorsión que se observa en el historial de tiempo de la escala 11, la cual asociamos al instante del suceso del ancho del colapso de burbuja. Para una mejor identificación de la ocurrencia del pulso se presentan los registros que identifican su ocurrencia (gráfica superior).

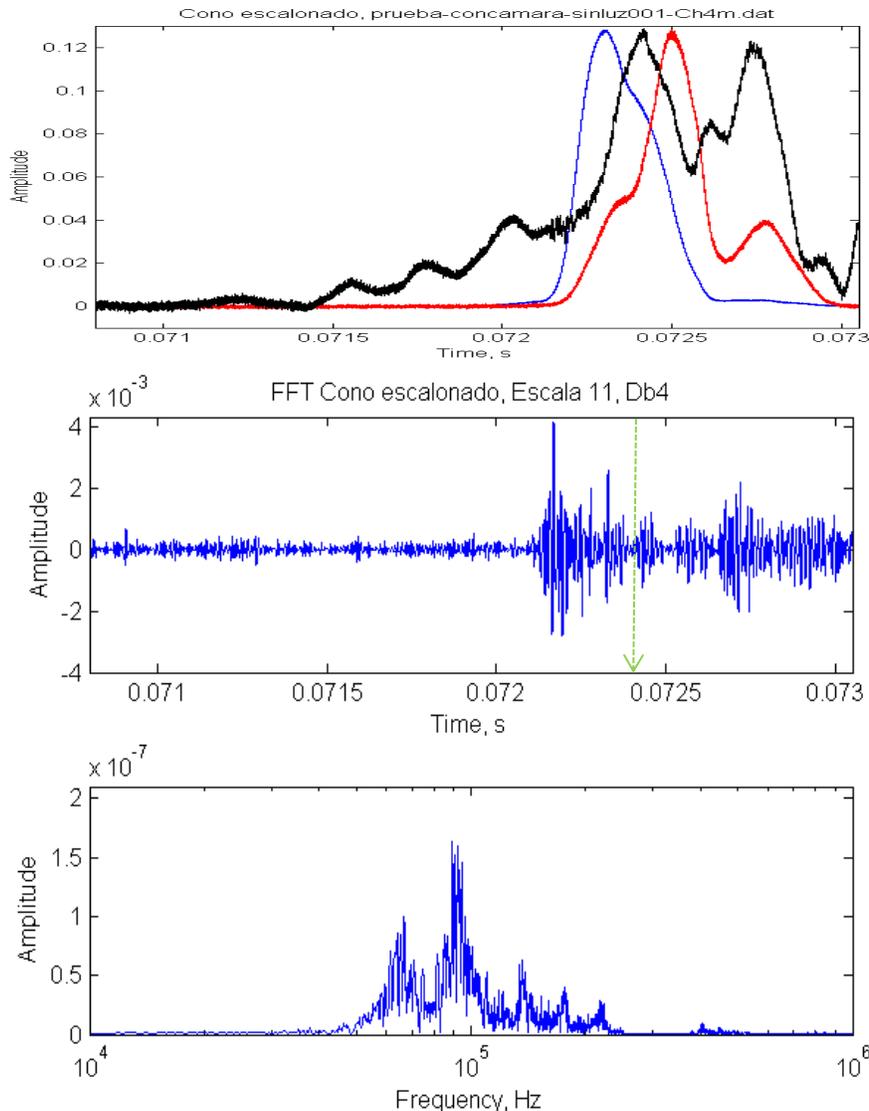


Figura D.7 Señal de fuerza con los PMT's (gráfica superior), transformada de Fourier (gráfica inferior) de la escala 11 correspondiente a la descomposición de la señal de fuerza del cono escalonado  $32^\circ$  y obtenida mediante transformada wavelet basada en Db4.

La figura D.7 (gráfica inferior) muestra la transformada de Fourier asociada a la escala 11 correspondiente a la ventana de tiempo de la emisión de luz en la terminal cónica escalonada. La amplitud máxima se presenta a una frecuencia de 90 kHz.

## APÉNDICE E: CBL con terminación cónica larga a 22°, función base Db4

### E.1 TW basada en la función Db4

El siguiente análisis se presenta para una punta cónica larga 22°. La punta presenta la característica de tener una mayor altura en comparación con las puntas anteriores. La figura E.1 muestra una fotografía de la punta cónica larga y con la cual se obtendrá el historial en el tiempo de las fuerzas generadas durante el desarrollo del experimento.

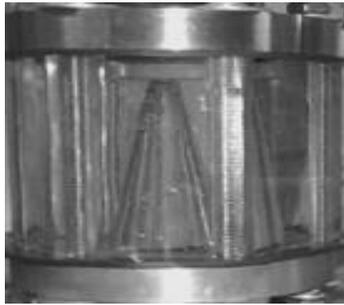


Figura E.1.- Terminal cónica largo 22°.

La figura E.2 muestra el historial en el tiempo de fuerza y los registros de los PMT's asociados a la punta cónica larga. El historial de fuerza muestra variaciones mayores posteriores al colapso de la burbuja y la emisión de luz, como consecuencia del impacto violento de la columna de líquido con la terminal cónica además de los colapsos posteriores de menor intensidad de fuerza por parte de la burbuja hasta llegar al equilibrio de presiones conforme avanza el experimento.

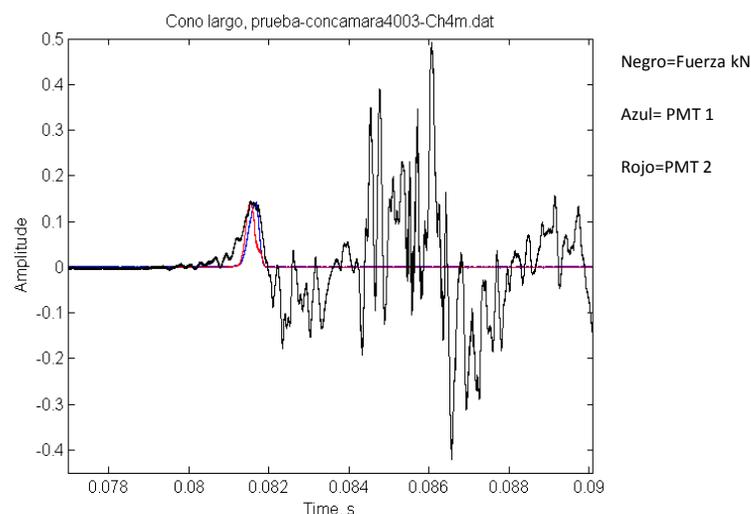


Figura E.2.- Historia del tiempo de la fuerza, así como los pulsos registrados para el caso del cono largo 22°.

La figura E.3 muestra el acercamiento del historial en el tiempo de la señal junto con los registros de PMT's, a partir de los cuales se define el instante donde se manifiesta la emisión de luz. Lo primero que se observa en los registros del pulso de luz es que no coinciden en sus máximos, como consecuencia el tiempo exacto del máximo de luz se encuentra definido entre 81.4 y 81.7 ms. Se observa una variación del registro de fuerza en su fase de compresión por parte del pistón líquido que corresponde hasta el tiempo de 81 ms, caracterizado por las distorsiones visibles en el intervalo definido por 79.6-81 ms. Las distorsiones mostradas se generan a partir de la compresión de gas y la resistencia de la burbuja a ser comprimida previo al colapso y la emisión de luz.

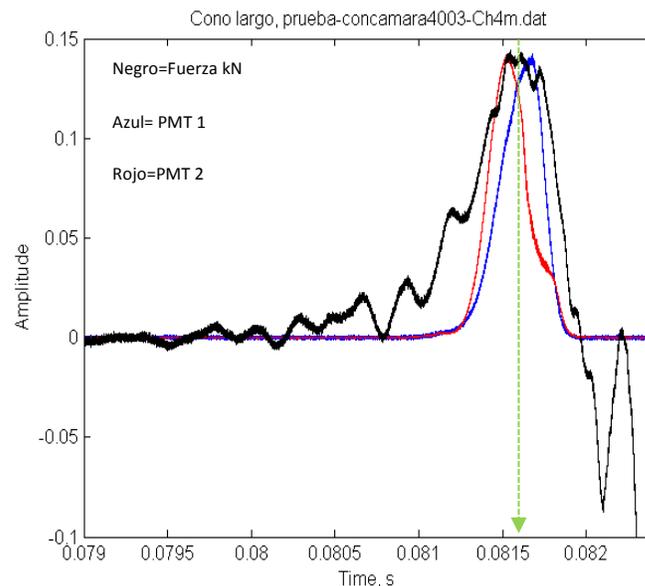


Figura E.3.- Acercamiento del historial de fuerza, así como los pulsos de luz normalizados registrados en el caso de la terminal cónica largo 22°.

La figura E.4 muestra la TW del historial de fuerza de la terminal cónica larga con sus proyecciones en la función base Db4, la cual presenta una concentración de energía en las escalas 2 a 8. En ella se observa un nivel de umbral de colores ajustado a la sección de la señal. La concentración de energía presente en la sección correspondiente a una re-expansión por parte de la burbuja a lo largo del intervalo de 84-88 ms. La presencia de energía en las escalas mayores (12 a 16) es imperceptible, al menos con el umbral de colores mostrados.

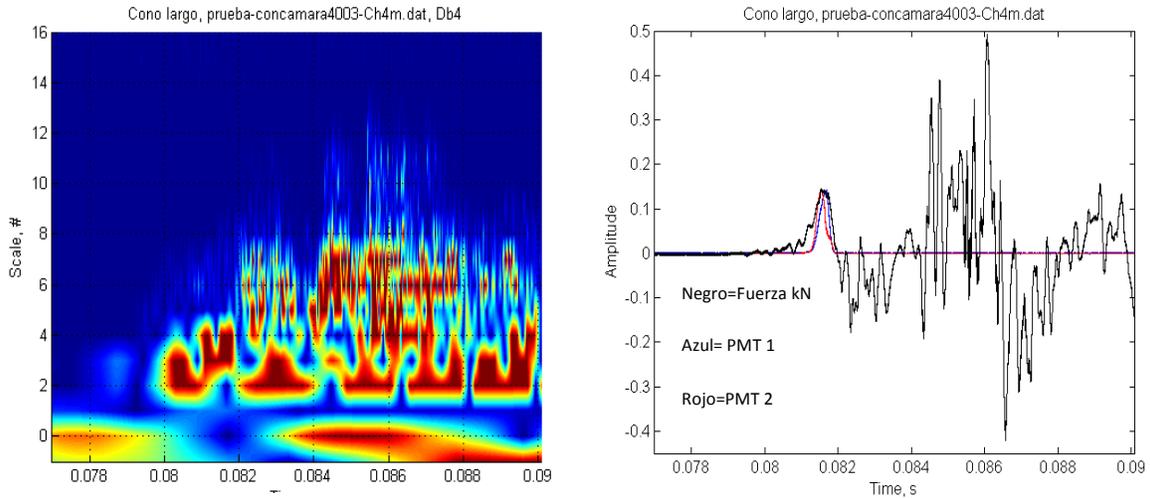


Figura E.4.- Transformada wavelet discreta de la historia en el tiempo de la fuerza empleando la función base de Daubechies Db4 para el cono largo 22° (izquierda), se muestra un umbral de escala de colores ajustado a la sección.

La figura E.5 muestra el acercamiento de la TW en el intervalo de tiempo definido alrededor de la emisión de luz, la cual presenta una concentración de energía en las escalas 2 a 7.

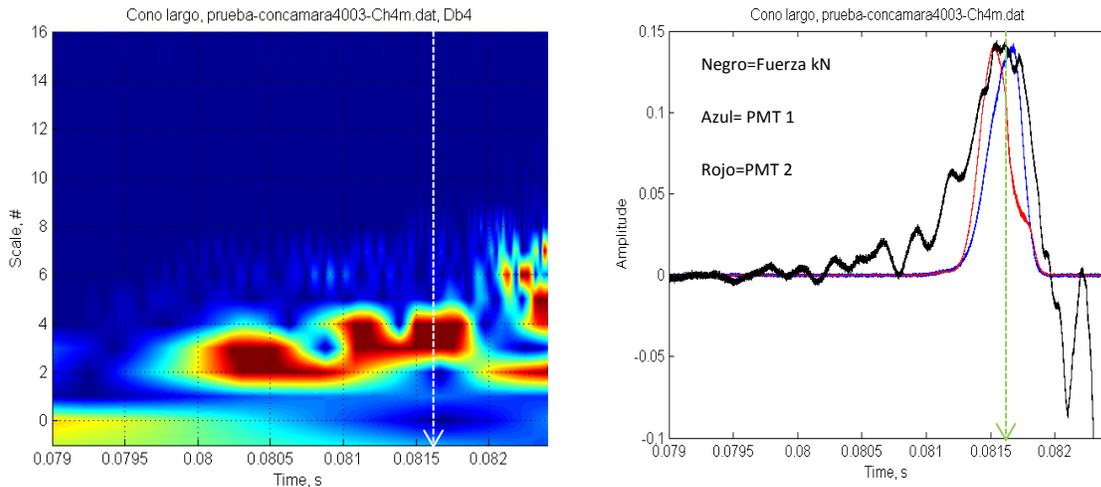


Figura E.5.- Acercamiento de Transformada wavelet discreta para el cono largo 22° (izquierda), historia en el tiempo (derecha).

A lo largo del tiempo se observa la resistencia de la burbuja de gas a ser comprimida en el intervalo de tiempo de 79.6-81 ms. En este intervalo de tiempo se presenta una distribución de energía en las escalas 3 a 4 manifestado por la resistencia a la compresión por la burbuja de gas. Lo anterior ocurre previo a la emisión de luz y el primer máximo que se observa en la historia de fuerza. El tiempo del colapso de la burbuja se encuentra alrededor de 81.5 ms.

Al igual que en análisis previos, no se observa un patrón de las energías predominantes que permitan la identificación del colapso de la burbuja. Por lo anterior, se analizará la energía presente en las escalas 7 a 13.

La figura E.6 muestra un acercamiento de la señal en las escalas 7-13 a fin de identificar características que puedan ser relacionadas con la terminal cónica larga. Desafortunadamente en este caso no se observan patrones de energía relacionados al colapso de la burbuja.

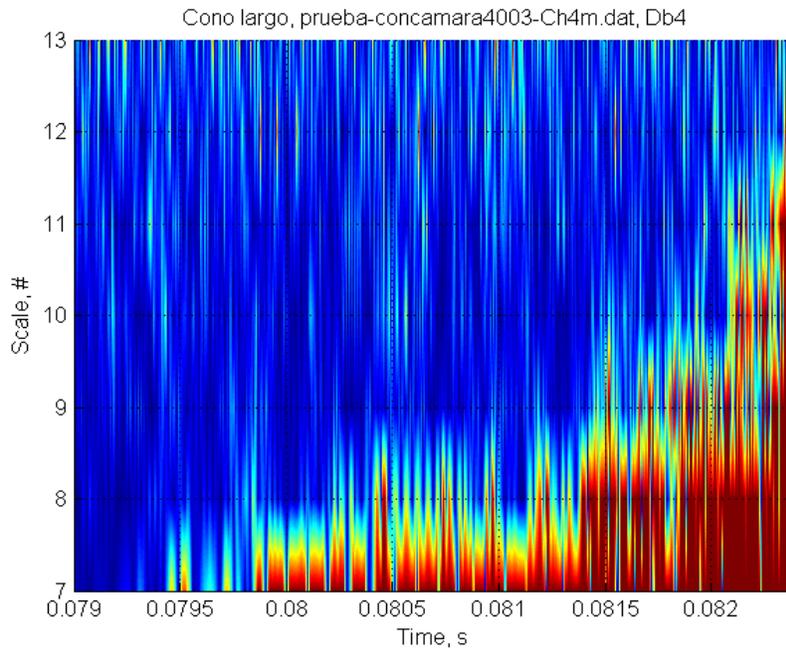


Figura E.6.- Acercamiento de la transformada wavelet discreta en las escalas 7-13.

Una posible explicación es que la frecuencia relacionada con la emisión de luz se encuentre en escalas más bajas debida a que la terminal cónica cambia sus dimensiones. El tamaño del cono influye en las frecuencias en las que se genera la emisión de luz, manifestándose en frecuencias más bajas con respecto a las obtenidas en terminales cónicas anteriores.